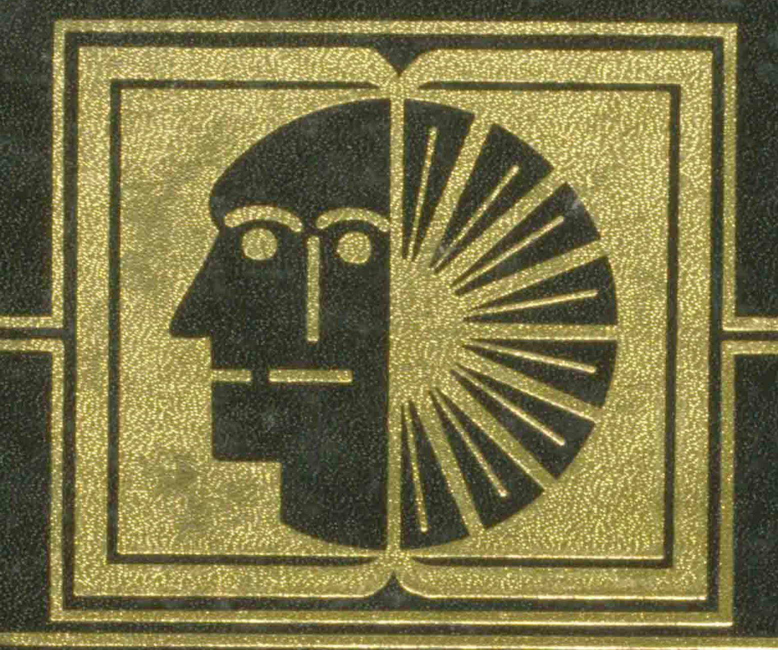
سلسلة علم النفس ٨

الإحصاء
النفسي والاجتماعي والتربوي

تأليف
الدكتور محمود السيد أبو النيل





دار النهضة العربية

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة الطبعة الخامسة

الإحصاء كوسيلة وكتخصص وكتدريس في علم النفس والاجتماع والتربية

تحمل مقدمة الطبعة الخامسة من هذا الكتاب ذلك العنوان: «الإحصاء كوسيلة وكتخصص وكتدريس في علم النفس والاجتماع والتربية» وذلك للرد على كثير من الأسئلة والاستفسارات لدى الطلاب والباحثين في مجال علم النفس والاجتماع والتربية والتي تتركز حول كيفية تكوين القوانين في الإحصاء كقانون الانحراف المعياري أو معامل الارتباط أو مقاييس الدلالة الإحصائية من جهة، وتتركز من جهة أخرى حول فائدة تعلم الإحصاء بعد ظهور الكمبيوتر وانتشاره.

والجزء الأول من التساؤلات يثير مسألة على جانب كبير من الأهمية وهي الحدود القائمة بين تخصصات الأقسام العلمية في الجامعات، فالإحصاء كتخصص يواصل فيه الطالب دراساته العليا مكانه المعاهد المختصة وكليات العلوم والتجارة والاقتصاد، أما كأسلوب وكتدريس فالأمر يختلف لأن الباحث في مجالات علم النفس والاجتماع والتربية لا يهمه من الإحصاء ما يهم المتخصص، فإذا كان المتخصص يدخل في مجال عمله إعداد وصياغة القوانين الإحصائية بأسسها الرياضياتية فإن الباحث النفسي والاجتماعي والتربوي لا يهمه منها إلا أنها وسيلة توصله فقط لنتائج اختبار

فروض بحثه ولا يعنيه الأمر شيئاً أن هذا القانون بسطه كذا أو مقامه كذا أو جذره كذا أو مربع ذلك الرقم كذا. فهذه أشياء لا تدخل في نطاق تخصصه الرئيسي وهو دراسة السلوك الإنساني في سياق اجتماعي تربوي. والباحث النفسي والاجتماعي والتربوي هنا شأنه شأن مخطط البرامج في الحاسب الآلي (الكمبيوتر) إنه يدخل بياناته بعد عمل البرنامج الخاص بتلك البيانات ويقوم بتشغيل جهاز الكمبيوتر دون أن يعنيه كيف تعمل الأجهزة الكهربائية حتى يصل إلى تلك النتائج لأن تلك مهمة المهندس الذي صمم الجهاز من الناحية الميكانيكية والكهربائية والناحية الالكترونية والذي يقع مكان تخصصه في تلك الأقسام العلمية بكليات الهندسة؛ بينما مخطط البرامج يقع مكان تخصصه في كلية العلوم والذي يمكن أن يواصل دراساته العليا بكلية العلوم بينما مهندس الكمبيوتر يمكن أن يواصل دراساته العليا في كلية الهندسة. إذا مخطط البرامج (كلية العلوم) يستعين بجهاز الكمبيوتر (كلية الهندسة) لإجراء المعالجات المختلفة على بياناته. كذلك الأمر بالنسبة للباحث النفسي والاجتماعي والتربوي فهو يستعين بالمعادلات الإحصائية التي توصل إليها المتخصصون في الإحصاء أو الإحصاء الرياضي لعمل المعالجات التي تتطلبها طبيعة بحثه.

أما بالنسبة للشق الآخر من التساؤل وهو الذي يختص بفائدة تعلم الإحصاء بعد ظهور الكمبيوتر ووجود برامج لكل العمليات الإحصائية فهذا التساؤل وإن كان طلاب الدراسات العليا في تخصص علم النفس يرددونه كل عام يدرسون فيه الإحصاء المتقدم فإنه من الممكن أن يكون تساؤلاً عاماً أيضاً لدى طلاب التخصصات الأخرى. والرد على ذلك يتضح في أننا نفترض أن باحثاً ما لا يعرف الإحصاء وتوفرت لديه بيانات عن عينة من الأفراد وتوفر له وضع فروض أو تساؤلات لأهداف بحثه وذهب بهذه البيانات إلى مخطط البرامج بالكمبيوتر فماذا سيقول لذلك المسؤول ليفعله له في البيانات التي

حملها معه؟، أو ما هي اللغة المشتركة بينهما حتى يمكن أن يتم شيء بالحاسب الآلي؟ وباختصار ما الذي سيطلبه ذلك الباحث الذي لا يعرف الإحصاء من الكمبيوتر إذا كان لا يعرف أن هذه البيانات إذا كان الفرض المراد اختباره كذا فإن المعالجات التي يطلبها لتطبيقها على تلك البيانات هي كذا وكذا... إلخ.

هذا بالنسبة للإحصاء كوسيلة وكتخصص وبقي الشق الأخير من العنوان وهو الإحصاء كتدريس، أي من يقوم بتدريس الإحصاء في أقسام علم النفس والاجتماع والتربية؟ في الحقيقة ومن واقع الخبرة الطويلة يفضل الذي يجمع بين تخصص الإحصاء والتخصص في علم النفس أو الاجتماع أو التربية، لكن إذا لم يتوفر فمن الذي يفضل؟ وفي الحقيقة أيضاً ومن واقع الخبرة الطويلة والتي عايشها مؤلف هذا الكتاب يفضل المتخصص في علم النفس والاجتماع والتربية والذي درس الإحصاء واستخدمها استخداماً طويلاً تشبعت بها أعماله. لأن خبرة هذه التخصصات من المتخصص في الإحصاء فقط كانت خبرة غير إيجابية، فالمتخصص في الإحصاء يدرس الإحصاء دون أن يضفي عليها المعنى الذي تفرضه ضرورة المعرفة والفهم للسلوك الإنساني والبيئة الاجتماعية التربوية المحيطة به لأن ذلك الجزء الأخير لا علم ولا دراية له به لأنه ليس تخصصه، فكيف حتى من أبسط الزوايا يأتي بالأمثلة المستمدة من حقول هذه التخصصات ليربط بين الإحصاء وبين مكونات السلوك من ذكاء وإدراك وتنشئة اجتماعية وقيم واتجاهات تربوية معينة. في الحقيقة كانت خلاصة تجربة هؤلاء المتخصصين شكوى من الطلاب وعدم عودة من المتخصص لتدريس الإحصاء مرة ثانية لوجود فجوة بينهما.

ولقد أتت هذه الطبعة مزيدة ومنقحة إذ تم تنقيح كل الكتاب وإعادة صياغته، كما تم إضافة الكثير من التحاليل الإحصائية المفيدة كتحليل التباين

من الدرجة الثانية ، وإضافة معادلتين أخريتين لدلالة النسبة المئوية . كما تم تقديم الكثير من التمارين المحلولة في التحليل العاملي . وبالنسبة للارتباطات أضيف الانحدار وحساب الدلالة بين معاملات الارتباط، وبالنسبة للدلالة الإحصائية أضيفت حساب للدلالة بين المجموعات المرتبطة .

وفي النهاية لا ندعي أننا بمحتويات هذا الكتاب قد ألممنا بأطراف الإحصاء المترامية فذلك يحتاج لمجلد آخر ، كما أننا أردنا للباحث والطالب ألا يقتصر إطلاعه على ذلك الكتاب فقط فهناك مئات من كتب الإحصاء بالعربية والأجنبية بها الكثير مما في هذا الكتاب والقليل الذي ليس فيه .

وفقنا الله وغفر لنا من السهو والخطأ راجين ممن يقرأ الكتاب أن يفيدنا ، بملاحظاته وبتصويباته ، فجل من لا يسهو أو يخطىء سبحانه وتعالى عما يصفون .

المؤلف

القاهرة ١٩٨٧ .

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة الطبعة الثالثة (*)

أقدم هذه الطبعة الثالثة من كتاب «الإحصاء النفسي والاجتماعي وبحوث ميدانية تطبيقية» وهي طبعة مزيدة ومنقحة، وانتهز هذه الفرصة لأشكر زملائي بقسم علم النفس وتلاميذي من طلاب الدراسات العليا على معاوناتهم الطيبة في سبيل إخراج هذه الطبعة.

ولقد وجدت تغييراً بالصورة الحالية(**) بدلاً من العنوان في الطبعة الثانية ليتطابق ذلك مع ما جاء به من بحوث في الجزء الرابع طبقت فيها المعالجات الإحصائية التي وردت في الأجزاء الثلاثة الأولى.

والله الموفق

المؤلف

(*) مقدمة الطبعة الرابعة كانت صورة طبق الأصل عن مقدمة الطبعة الثالثة (١٩٨٠) دون أي تعديل بها. (المؤلف ١٩٨٤).

(**) والذي ظهر في الطبعة الثالثة وهو نفس العنوان الحالي.



مقدمة الطبعة الثانية

يمتاز كتاب «في الإحصاء النفسي والاجتماعي ومعايير اختبار الشخصية الإسقاطي الجمعي» بثلاث خصائص لم تضعها في الاعتبار كتب الإحصاء بالمكتبة المصرية وهي الإيجاز، التمارين والتدريبات المحلولة، وأنه كتاب عملي.

فالإيجاز في الإحصاء (خاصة وأن الإحصاء تساعد الباحث في علم النفس وعلم الاجتماع على بحث الظواهر النفسية والاجتماعية) يوجه الباحث لما يفيده مباشرة ولا يجعله يتوه في دروب هو في غنى عنها، خاصة وأنه يفتقر لخلفية في الرياضيات والجبر وحساب المثلثات تلك العلوم التي تشكل أساس وضع قوانين الإحصاء.

أما التمارين والتدريبات المحلولة فيقصد منها تثبيت وتدعيم ما يتعلمه الطالب من قواعد وقوانين تتعلق بالمعالجات الإحصائية للبيانات.

كذلك فإننا أردنا أن يكون هذا الكتاب عملياً أو من نوع تلك الكتب التي يطلق عليها اسم Cook Book (*) فشمل من الإحصاء الموضوعات الهامة والتي يشيع استخدامها باستمرار في البحوث والدراسات من ناحية

(*) أنظر في ذلك كتاب:

Runyon-Haber, Fundsmental Behaviowral Statistics, Addison Comp. 1973.

ومن ناحية روعي التبسيط والسهولة والتسلسل في كيفية الوصول إلى النتائج .

وفي تقسيمنا للكتاب لثلاثة أجزاء راعينا التدرج في تقديمها فقدمنا في الجزء الأول مبادىء الإحصاء النفسي والاجتماعي وفي الجزء الثاني الإحصاء التطبيقي وفي الجزء الثالث الإحصاء المتقدم. وكان الأساس من هذا التقسيم هو المنهج الجامعي .

ويتناول الجزء الأول جمع المعلومات والبيانات ومصادر ووسائل جمعها وطرائق تفريغها وتصنيفها ومراجعتها ووضعها في جداول تكرارية كما يتضمن طريقة تمثيل هذه البيانات بالرسوم البيانية . وبعد ذلك يتناول هذا الجزء المتوسطات الحسابية ومقاييس التشتت والمعايير الخاصة بالدرجة الخام كلادرجة المعيارية والمئين .

أما الجزء الثالث فيتناول معاملات الارتباط المتعلقة بمشاكل حساب الارتباط بين متغيرات كمية أو متغيرات كيفية أو هما معاً. ثم يعرض هذا الجزء لمقاييس الدلالة الإحصائية والتوزيع الاعتدالي وتعديل هذا التوزيع .

أما الجزء الثالث فيتناول معاملات الارتباط المتعلقة بمشاكل البحوث والتي تعاون الباحث في عزل المتغيرات وإبطال تأثيرها على النتائج كما تتضمن حساب الدلالة لأكثر من متغيرين أو حساب الدلالة للتوزيعات غير الاعتدالية كما يهتم بحساب دلالة النتائج التي تكون على شكل نسب مئوية . وأخيراً يهتم بعرض طرق التحليل العاملي .

هذا بالنسبة للإحصاء وقواعدها وخطوات حلها والتمارين المتعلقة بذلك. ولقد أردنا لهذه الطبعة من الكتاب (الثانية) أن تكون مختلفة عن الطبعة السابقة فأفردنا فيها عرضاً لبحوث تطبيقية استخدمت فيها الإحصاء بهدف إعداد معايير لمجموعة من اختبارات القدرات واختبارات الشخصية .

وهذا ما سيجده القارىء في الأجزاء الأخيرة من الكتاب مثل اختبارات الإبصار والتآزر والقوة العقلية في بحث «الحد الأدنى اللازم للأداء والمعايير التائية لاختبارات السائقين» وبحث «المعايير التائية لاختبار الشخصية الإسقاطي الجمعي الذي قام المؤلف بترجمته وتطبيقه على البيئة المحلية.

والله الموفق.

المؤلف



الجزء الأول

مبادئ الاحصاء

أولاً
جمع المعلومات وتصنيفها وتوضيحها بالرسم

تعريف بالإحصاء

إذا عرفنا «الإحصاء» بأنها القيمة أو الـدرجة التي تعبر عن النتيجة النهائية للعمليات الرياضية التي تمثل العينة أو المجتمع الأصلي فلا بد أن نشير إلى وجود ثلاثة تطورات في تاريخ الإحصاء تستحق الذكر، الأول نظرية أخطاء القياس لجالتون Galton F. وآخرين عن تطبيق المفاهيم الإحصائية في العلوم البيولوجية، والثاني ما قدمه فيشر Fisher من صياغات وابتكارات نظرية، وأخيراً الكمبيوتر الذي أدى إلى تسهيل إجراء العمليات المعقدة.

والأصل في كلمة الإحصاء أنها مشتقة من اللفظ اللاتيني «ستاتوس» أو «ستاتو» والذي يستعمل بمعنى الدولة كما يستعمل أيضاً ليشير للمعلومات المتصلة بنظام الدولة ومؤسساتهما وأجهزتها المختلفة وأحوالها. ولذلك أطلق على الإحصاء اسم «ستاتستيك» Statistic ليدل على مجموعة المعلومات الخاصة بالدولة في وقت من الأوقات ثم انتهى به الأمر ليدل حتى الآن على معاني عدة منها:

١ ـ جمع المعلومات التي تبين الأحوال والظروف في البلاد مثل.

أ ـ عدد المواليد والوفيات.

ب ـ عدد الأذكياء وعدد الأغبياء كما تكشف عنهم اختبارات الذكاء.
جـ ـ المحاصيل الزراعية والفواكه.
د ـ عدد المتفوقين وعدد المتأخرين دراسياً.
هـ ـ التجارة الداخلية والخارجية.
و ـ عدد المرضى النفسيين وعدد الأسوياء في مجتمع ما.
ز ـ عدد المتعلمين وغير المتعلمين (الأميين).
ح ـ عدد المقبولين بناءاً على الاختيار المهني.

٢ ـ ويعني بالإحصاء إلى جانب ما سبق أنه فرع من فروع العلم له أسلوبه وطريقته وموضوعات البحث الخاصة به.

فوائد الإحصاء

وعلى هذا الأساس يقع على عاتق علم الإحصاء دراسة جميع نواحي الحياة في المجتمع. وبتوفر المعلومات والبيانات الإحصائية المختلفة والمناسبة يستطيع الباحثون والمسؤولون:

١ ـ تفهم ومعرفة حالة البلاد بيسر وبسهولة.

٢ ـ تحديد احتياجات السكان من الغذاء والمساكن والمدارس والمصانع والوظائف.

٣ ـ الكشف عن النقط الضعيفة في التعليم أو الحالة الاقتصادية أو الخطوات التي تتبع في تربية الصغار وتعليمهم أو في محو أمية الكبار.

٤ ـ تتمكن الدولة على أساس مثل هذه المعلومات من اتخاذ الإجراءات الكفيلة بتلافي أو إزالة أسباب الضعف أو تحسين الأحوال في الزمن المناسب.

٥ ـ تمكن الباحث في مجال علم النفس من التنبؤ بالسلوك من خلال ما يجري

من معالجات إحصائية للبيانات التي تـم جمعها عن أفراد عينة البحث.

ونتيجة لكل ذلك نشأت النظم الإحصائية مع نشوء الدولـة ووجودها علـى وجه الأرض. فمن أبسط الأمور مثلاً أن أي حكـومة في أي زمن من الأزمان تحتاج إلى معرفة عدد القادرين من السكان على حمل السلاح وعلى دفع الضرائب التي تفرض عليهم وذلك لتتمكن من إدارة دفة البلاد. ولعل أبسط الأمثلة التي تشير لأهمية الإحصاء كذلك ما قد يحدث في بعض البلاد الزراعية من نقص في أحد محاصيلها الزراعية وما يترتب على ذلك من نقص في المواد الغذائيـة أيضاً، ففي مثل هذه الحالـة تتحرك أجهزة الإحصاء والباحثون في هذا المجال لمعرفة حالة المحصول في المناطق الأخرى لكي يمكن عمل الإجراءات والخطوات اللازمة لتزويد سكان المناطق المصابة بالمواد الغذائية ولمنع ارتفاع أسعارها في نفس الوقت نتيجة النقص الذي أصاب المحصول. كذلك تهتم الـدول المتقدمة بمعرفة خريـطة توزيـع القدرات العقلية والذهنية بين أفراد شعبها ليتم من خلال هذا المسح العام توزيع التلاميذ والطلاب على التعليم المناسب لهم، وليتم أيضاً وضع كل فرد في المهنة والعمل المناسب لتفكيره وميوله، ويتم تجنيد الشباب البالغين كل منهم في السلاح المناسب لقدراته ومواهبه.

ويمكن أن ينطبق المثال السابق أيضاً على مشكلة الأمية. فلو حدث مثلاً إجراء تقييـم لبرنامج محو الأميـة في إحدى القرى (وهو ضمن برنامج شامل لكل قرى الدولة بالطبع) وأشارت المعلومات المجموعة على أن مدى التحسن في محو الأمية يتضاءل شهراً بعد شهر وبتحليل تلك المعلومات وجد أن نقص وسائل الإيضاح السمعية والبصرية هو السبب في ذلك فإنه يمكن على الفور الاستفادة من هذه النتيجة بتعميم الوسائل السمعية والبصرية في فصول التعليم في كل القرى وهكذا.

ومما سبق يتبيـن لنا بدون أدنى شك أن علـم الإحصاء قد نشأ ونما

وتوسعت صلاته بكل نواحي الحياة اليومية ليلبي متطلبات هذه الحياة من خلال إحصاء الدولة للبيانات الخاصة بالسكان وعددهم. وعلى مستوى الأفراد نجد في حياتنا اليومية أيضاً أن الفلاح والتاجر والصانع الحرفي يعتمد في نشاطه العملي اليومي على ملاحظاته الشخصية وعلى ما يسجله في كل لحظة، أو من حين لحين في نوتة جيبه من معلومات في شكل أرقام، وإذا كان أمياً لا يعرف القراءة أو الكتابة فإنه يعتمد على ذاكرته العقلية. ولكن بنشأة الصناعة والتجارة وتركزها في أماكن معينة لتخدم آلافاً من الناس لا أفراداً صغيرة لا يمكن الاعتماد على هذه الوسائل البدائية التي يعتمد عليها الأفراد كالعامل والفلاح والتاجر. بل يتم إنشاء نظم للحسابات يتلوها إضافة الإحصاء إلى هذه النظم الحسابية. والإحصاء بهذه الصورة لا يحل محل الحسابات ولا يلغيها ولكنه يكملها فقط فوظيفة الحسابات القيام بحساب نتائج النشاط الاقتصادي للمؤسسة كللأرباح والخسائر أما الإحصاء فهو يتابع النشاط الاقتصادي كبيع السلع المختلفة.

فوائد الإحصاء: الأمية كمثال

ومن خلال كل ما سبق نستطيع القول بأنه يمكن الاستفادة من الإحصاء في مجال الأمية كمثال وما يرتبط بها من مشكلات سكانية وذلك لأن الإحصاء(*).

١ - تفيد في تنظيم وتوضيح الوضع بالنسبة للأمية في جميع البلاد العربية قبل وبعد تنفيذ التوصيات الخاصة بمحو الأمية والصادرة عن المؤتمرات التي يعقدها المهتمون ببحثها ودراستها.

(*) عن محاضرة ألقاها المؤلف في دورة الإحصاء التي عقدتها المنظمة العربية للعلوم (جهاز محو الأمية) في نوفمبر ١٩٧٦ بمدينة بغداد عاصمة العراق للمسؤولين عن أجهزة محو الأمية في العالم العربي.

٢ ـ تفيد في توضيح ومقارنة نسبة الأمية في البلاد والدول المختلفة سواء أكان ذلك بشكل عام أو بشكل أكثر تخصصاً كأن تتم المقارنة بين الذكور والأناث في كل بلد على حدة وفي كل بلد بالنسبة للبلاد الأخرى.

٣ ـ تفيد في عمل التقديرات الخاصة بعدد السكان في فترة زمنية لاحقة وذلك بالاعتماد على معدلات المواليد والوفيات واستخراج معدلات الزيادة السكانةي من ذلك. ومن خلال تلك التقديرات يمكن حساب نسبة الأميين إلى عدد السكان الذي تم الوصول إليه من هذه الدراسات الإحصائية.

٤ ـ لكي تتمكن الدولة من وضع الاحتياطات الكفيلة بمحو الأمية فإنه لا يتم لها ذلك بسهولة إلا من خلال معرفة أعداد الأميين في المناطق الجغرافية وذلك لتحديد مناطق انتشارهم لتخطيط وإعداد برامج محو الأمية ولا يتأتى ذلك كله إلا من خلال الإحصاء والمعالجات الإحصائية.

٥ ـ باستخدام الأساليب الإحصائية في معالجة المعلومات التي تم جمعها عن السن التي يشملها الإلزام يمكن معرفة مدى التغير الذي حدث على مدى العمر الذي يشمله الإلزام في التعليم الابتدائي في مجموعة من الدول.

٦ ـ تساعد الإحصاء في معرفة الأسباب الشائعة والتي تتكرر مراراً وتقف وراء انتشار الأمية في البلاد.

٧ ـ باستخدام المعالجات الإحصائية للاستبيانات والإجابة عليها يتمكن الباحثون من تحليل ومعرفة مدى توفر الوسائل والمعينات البصرية كالخرائط والمصورات في كتب محو الأمية ليمكن من خلال هذا التحليل معالجة النقص في هذه النواحي.

ثانياً
خطوات
البحث الإحصائي

يمر البحث الإحصائي في عدد من الخطوات نجملها فيما يلي:

١ ـ تحديد المشكلة وحجمها.
٢ ـ تحديد البيانات الضرورية لإلقاء الضوء على طبيعة المشكلة.
٣ ـ وسائل جمع البيانات.
٤ ـ مصادر جمع البيانات.
٥ ـ العمليات القانونية لجمع البيانات.
٦ ـ دقة البيانات.
٧ ـ المراجعة الميدانية.
٨ ـ المراجعة المكتبية للبيانات.

١ ـ تحديد المشكلة وأهميتها:

لا يجري بحث من البحوث لأي ظاهرة من الظواهر أو مشكلة من المشاكل إلا من خلال إحساس المسؤولين، بل والباحثين أنفسهم بالآثار المادية والبشرية لهذه المشكلة التي تنتشر في أرجاء المجتمع. ويعني بذلك أنه كلما ازدادت المشكلة واستفحلت كلما شعر بها الناس وتحركت الأجهزة المعنية لدراستها.

ويأخذ مسار البحث تحديدان هما:

التحديد الأول: خاص بأهم مشاكل المجتمع التي يجب دراستها قبل غيرها ويتم ذلك عن طريق مقارنة المعلومات المتوفرة عن الخسائر التي تنتج عن كل مشكلة سواء كانت هذه الخسائر مادية أو بشرية. ونوضح ذلك بالمثال التالي:

«طلب من أحد الباحثين أن يختار بين البدأ في دراسة ظاهرة رسوب التلاميذ في المرحلة الابتدائية، أو في دراسة مشكلة العمال الصناعيين الذين يقعون في الحوادث أي: سيكولوجية الحوادث. ولكي يختار بين أي من هاتين المشكلتين لدراستها، يقوم أولاً بجمع البيانات والمعلومات الخاصة بالأموال التي تنفقها الدولة وتضيع هباءاً منثوراً في كل من هاتين الظاهرتين، وعدد الأفراد والنسبة المئوية للذين يعانون منهما، وتأثير كل ذلك في نهاية الأمر على الدخل القومي. وعلى أساس ذلك يستطيع الباحث تحديد المشكلة التي يبدأ بدراستها حسب النسبة المئوية للأفراد الذين يقعون فيها (الحجم)، والخسارة المادية التي تلحق بالمجتمع والمتمثلة فيما يتفق على التلاميذ من تعليم وخلافه.

أما التحديد الثاني: فيتعلق بتحديد عناصر المشكلة قبل بحثها لكي يعفي الباحث نفسه من الوقوع في الخطأ ومن أهم الجوانب التي يجب على الباحث القيام بها في هذا الصدد تحديد المفاهيم والألفاظ العلمية التي سيتم تناولها في البحث لأن ذلك من شأنه أن يبلور جوانب المشكلة التي سيتم دراستها في ذهن الباحث، وبذلك لا يكون هناك اختلافاً بين هذا الباحث وأي باحث آخر بالنسبة لتعريف مفاهيم البحث. ويجب أن تكون صياغة مفاهيم البحث مشتقة من خلال ما يتبع من عمليات في ملاحظتها أو قياسها أو تسجيلها، والمثال على ذلك ما أجري في بحث: أوضاع الأمية في البلاد العربية واستراتيجية مكافحتها، حيث جاء في تعريف الأمي في الجمهورية العراقية بأنه:

كل عراقي تجاوز الخامسة عشر ولم يتعد الخامسة والأربعين من عمره ولم يكن منتظماً بأية مدرسة ولم يصل إلى المستوى الوظيفي.

وعلى الرغم من وضوح التعريف السابق وضوحاً تاماً إلا أن البحث قد حدد أيضاً المقصود بالمستوى الوظيفي الوارد في هذا التعريف بأنه:

أ ـ القدرة على قراءة فقرة من مخطوط أو مطبوع بفهم.
ب ـ القدرة على كتابة قطعة إملاء كتابة صحيحة.
جـ ـ القدرة على التعبير الكتابي عن فكرة أو أكثر تعبيراً مفهوماً.
د ـ القدرة على قراءة الأعداد وكتابتها وإجراء العمليات الحسابية.
هـ ـ القدرة على تحسين عمله في مهنته.
و ـ القدرة على إدراك حقوقه وواجباته ليستطيع الإسهام في تطوير مجتمعه.

وبالإضافة لكل ما سبق فإن على الباحث في مجال محو الأمية أن يضع تحديدات لعلاقة بحثه هذا بالنواحي الآتية:

١ ـ التعليم الابتدائي.
٢ ـ حجم السكان.
٣ ـ مناهج محو الأمية.
٤ ـ وسائل الإعلام.
٥ ـ المعلمون القائمون على محو الأمية... إلخ.

وبهذا يستطيع الباحث في مجال الأمية أن يحدد الحالات التي يجب دراستها لتحقيق الغرض من بحثه بحيث يقتصر في دراسته تلك على الأميين الذين ينطبق عليهم التعريف السابق.

والمثال الآخر عند دراسة موضوع كالذكاء Intelligence فعند بحث هذا الموضوع لا بد من القيام بتحديد المقصود بالذكاء كأن يكون مثلاً القدرة

على التعلم، أو القدرة على إدراك العلاقات، وتوضيح العوامل المرتبطة به من فطرة واكتساب أي العوامل الوراثية والبيئية. ويكون التحديد الإجرائي لمفوم الذكاء هو الأسلم للباحث وذلك بربط الذكاء بأداة قياسه فيعرف الذكاء بأنه: ما يقيسه اختبار الذكاء من نواحي كالمعلومات والمفردات والمتشابهات والفهم ورموز الأرقام والاستدلالي الحسابي وذلك حسب ما جاء في مقياس وكسلر بلفيو للذكاء.

٢ ـ جمع البيانات الخاصة بالمشكلة:

بعد تحديد الباحث لمفاهيم البحث الأمر الذي أشرنا إليه فيما سبق يقوم بتحديد المعلومات والبيانات التي سيتم جمعها لمعرفة أبعاد المشكلة وإلقاء الضوء عليها.

وبالنسبة لمشكلة كالأمية فإن الباحث عليه أن يوفر البيانات الآتية ليستطيع دراسة هذه المشكلة:

١ ـ بيانات عن تعريف الأمي في تشريعات محو الأمية.
٢ ـ بيانات عن سن الأمي كما حددت في تشريعات محو الأمية.
٣ ـ بيانات عن وضع وتوزيع الأمية في البلاد والدول التي سيشملها بحثه.
٤ ـ بيانات عن نسب الأمية بين (الذكور والإناث في مناطق البحث).
٥ ـ بيانات عن تعداد السكان التقديري.
٦ ـ بيانات عن أعداد الأطفال المقبولين في المدارس ونسبتهم إلى من في سن الإلزام.
٧ ـ بيانات عن التسرب من التعليم الإلزامي.
بيانات عن التمويل وأوجه إنفاق الموازنة.
٩ ـ بيانات عن الكتب الدراسية المستخدمة في محو الأمية.

وعن مشكلة أخرى كمشكلة العوامل النفسية المرتبطة بالوقوع في

الحوادث فإن على الباحث أن يوفر البيانات الآتية :

١ ـ بيانات عن الوقت الضائع نتيجة الحادثة .

٢ ـ بيانات عن أيام الغياب طوال وقت الإصابة .

٣ ـ بيانات عن الخسائر المادية التي لحقت بالآلات والمواد والتي كانت مستعملة وقت الحادث .

٤ ـ بيانات عن التعويض المادي الذي يصرف للعامل من هيئة التأمينات الاجتماعية .

٥ ـ بيانات عن نفقات التدريب المهني الذي يتم للعمال الجدد بدلاً من العمال المصابين .

٦ ـ بيانات عن أسباب الحوادث تؤخذ من بطاقة تحليل الحادثة والتي يجريها مشرف الأمن الصناعي وهذه البيانات مثل : عدم الانتباه والسرحان ـ التحدث مع الزملاء ـ التعب والإجهاد شدة درجة الحرارة ـ الأتربة والغازات ـ نقص الخبرة والتدريب ـ نقص الاستعداد والقدرة .

٧ ـ بينات خاصة بالمتطلبات العقلية والذهنية الخاصة بالعمل والتي تستخرج من استمارة تحليل العمل لاستخدام هذه المتطلبات في اختيار عمال جدد مناسبين للعمل .

٣ ـ وسائل جمع البيانات :

أ ـ استمارة البحث :

يقوم الباحث بجمع البيانات الضرورية للبحث بإعداد مجموعة من الأسئلة توضع فيما يسمى باستمارة البحث ، وهي الوسيلة التي يتم من خلالها جمع هذه البيانات . وتعتمد هذه الوسيلة على قيام الباحث بالاتصال الشخصي بالمبحوثين من أفراد العينة أي إجراء مقابلة شخصية معهم يوجه إليهم فيها الأسئلة التي باستمارة البحث ، ويتولى بنفسه ملء البيانات من واقع

ما يدلى به المبحوث من إجابات على الأسئلة التي في الاستمارة المخصصة لذلك وقد يرسل الباحث في بعض الأحيـان مندوبه للاتصال الشخصي بالمبحوثين.

ويلجأ الباحث عندما يتعذر الاتصال بالمبحوثين إلى أخذ عينة من دليل التليفون وإرسال الاستمارة إليهم بالبريد ليتم جمع المعلومات عن طريـق التسجيل الـذاتي، وفيها يترك للمبحوث أن يكتب البيـانات الخاصة به في اسمارة البحث.

وقد يقوم الباحث أيضاً بنشر «استمارة البحث» في مجلة من المجلات أو صحيفة من الصحف، وقد تعرض على المبحوث عن طريق التليفزيون(*) أو السينما وبعد الإجابة على الأسئلة يقوم المبحوث بإرسال البيـانات إلـى عنوان الباحث أو المؤسسة التي تقوم بالبحث عن طريق البريد أو عن طريق مندوبين يمرون على الناس في منازلهم(**).

وفي بعض الأحوال يمر الباحثون على منازل وبيـوت المبحوثيـن من أفراد العينة ويتركـون لهم اسمارة البحث وبها التعليمات الخاصة بملء الاستمارة ليقوموا بأنفسهم بملئها ثم إرسالها بعد ذلك بالبريد إلى الجهة التي تقوم بإجراء البحث.

مزايا وعيوب الطرق السابقة:

وبطبيعة الحال فإن لكـل طريقة من الـطرق السابقة الخاصة بجمع البيانات مزايا وعيوب. فقيام الباحث بنفسه بتوجيه الأسئلة للمبحوث تمكنه

(*) كما يحدث في الاستفتاء الذي تجريه الإذاعة سنوياً للتعرف على رغبات الجمهور وآرائهم بالنسبة لبرامجها.

(**) كما يحدث في التعداد العام للسكان حيث يتم فيه حصر بيانات تستخدم في التخطيط لوضع حلول لمشاكل الجماهير.

من أن يوضح ما يريد المبحوث أن يستفسر ويسأل عنه. عندما يلتبس عليه الأمر بالنسبة لأحد الألفاظ أو لأحد العبارات، وبشرط أن لا يؤثر هذا التوضيح في المبحوث فيجعله يغير رأيه الأصلي. أما طريقة التسجيل الذاتي أي قيام المبحوث نفسه بالإجابة على أسئلة الاستمارة فهي تعتبر من الناحية الاقتصادية أقل نفقة من طريقة الاتصال الشخصي، كما أنها بالإضافة لذلك تعطي الفرصة للمبحوث بأن يقوم بالإجابة على الأسئلة بدقة تامة لتوفر الوقت اللازم لذلك، وفي نفس الوقت فإن هذه الطريقة تلغي تأثر المبحوث بالباحث عند الإجابة على بعض الأسئلة الحساسة والتي تمس حياته الشخصية الخاصة، مثل إدمان المخدرات، أو العلاقات الأسرية أو النواحي الجنسية. لكن من عيوب هذه الطريقة أن بعض المبحوثين قد لا يجيبون على أسئلة الاستبيان أو يرسلون إجاباتهم إلا بعد انتهاء إجراء التحليلات الإحصائية للبحث مما يترتب عليه أن لا تكون لإجاباتهم أية قيمة، هذا إلى جانب أن هذه الطريقة قد لا يمكن تعميمها في الدول التي تنتشر فيها نسبة الأمية.

أما طريقة الاتصال الشخصي فهي إلى جانب ما سبق تمتاز بأنها تستخدم مع المتعلمين وغير المتعلمين لأن الباحث هو الذي يقوم بقراءة السؤال وما على المبحوث إلا أن يجيب على السؤال ويقوم الباحث مرة أخرى بتسجيل إجابة المبحوث كتابة، كما أن الباحث في هذه الطريقة يستطيع أن يسجل رأيه وانطباعاته وملاحظاته عن طريقة وأسلوب المبحوث في الإجابة ومدى تعاونه وإجابته على الأسئلة بجدية أم لا.

ب ـ الملاحظة:

تستخدم الملاحظة أيضاً في جمع المعلومات والبيانات الخاصة بالبحث ـ وتعتبر الملاحظة أول مرحلة من مراحل البحث الإحصائي وتتلخص

الملاحظة في القيام بجمع المعلومات الإحصائية اللازمة لاتخاذ أي قرار. وتجري الملاحظة طوال الوقت أو عقب حدوث الظاهرة مثل تسجيل المواليد والوفيات والزيجات وحالات الطلاق ولكي يكون تسجيل الملاحظات مضبوطاً ودقيقاً يجب أن تتوفر مجموعة من الشروط مثل:

١ ـ يجب أن يتم التسجيل في الوقت المناسب فيسجل الحدث أو الظاهرة التي حدثت فور حدوثها حتى لا يمر وقت طويل بين وقوع الظاهرة وبين تسجيل الملاحظة الخصة بها إذ يترتب على عدم توفر هذا الشرط تسجيل ملاحظات غير دقيقة.

٢ ـ يجب إلزام الأفراد الذين تتوفر لديهم البيانات أو تحدث بينهم الظاهرة بتسجيل هذه البيانات فمثلاً يجب على الأباء أن يقوموا بتسجيل مواليدهم الجدد فور حدوث ذلك.

٣ ـ يجب توفر مراكز تسجيل هذه الأحداث في جميع أرجاء البلاد لتوفير وتسهيل عملية التسجيل على المواطنين.

وهناك نوعان من الملاحظة: الملاحظة المقصودة العلمية والملاحظة غير المقصودة الطارئة أو العابرة وأوجه الاختلاف بين هذين النوعين من الملاحظة يتمثل فيما يلي:

١ ـ تستخدم في الملاحظة العلمية المقصودة الأجهزة والأدوات العلمية كتلك التي تستخدم في ملاحظة سلوك الأطفال أو في تقييم برامج محو الأمية. والجهاز المستخدم في الملاحظة وشائع في مثل هذه الحالة هو الشاشة ذات الوجه الواحد هذا في حين أن الملاحظة غير المقصودة لا تستخدم فيها أجهزة أو أدوات.

٢ ـ في الملاحظة العلمية يحدد الباحث هدفه منذ البداية ويحدد أيضاً

البيانات والمعلومات التي يرغب في القيام بجمعها أما في الملاحظة غير المقصودة فهي تكون ملاحظة عابرة.

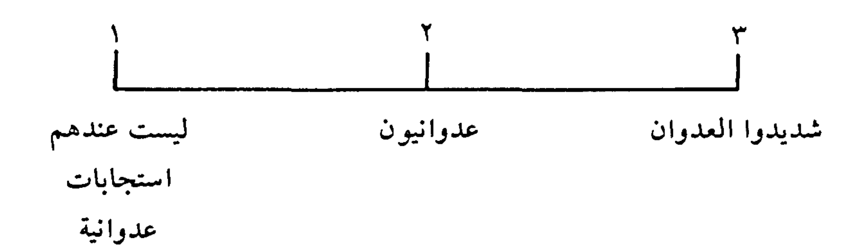
٣ - تسير الملاحظة العلمية على مدى خطوات محددة ومعروفة منذ البداية تتضمن جمع دقائق وتفاصيل الحدث.

٤ - يقوم الباحث في الملاحظة العلمية - كما سبق أن بينا - بتدوين ملاحظاته أولاً بأول حتى لا تتأثر البيانات بعامل النسيان.

ويضاف لهذين النوعين من الملاحظة (المقصودة أي العلمية وغير المقصودة أي العابرة) نوع ثالث من الملاحظة يستخدم في جمع البيانات تسمى بالملاحظة الميدانية وهي الملاحظة التي يستخدمها الباحث لمعرفة تقاليد وقيم وعادات وطرق التربية في الأسر المختلفة، حيث ينتقل الباحث بنفسه إلى هذه الأسر ويقوم بتسجيل ملاحظاته في البيئة نفسها.

والباحث في دراسته الميدانية يعتمد على الملاحظة أي ملاحظة سلوك الأفراد أو الجماعة التي يقوم بدراستها في المجال الذي يعيش فيه هؤلاء الأفراد أو تلك الجماعة. والباحث في هذه الحالة قد يستخدم ميزاناً لتقدير ملاحظاته Rating Scale Observations. فإذا أراد مثلاً دراسة السلوك العدواني لدى مجموعة من الأطفال فإنه يستخدم الميزان الآتي:

التعليمات: ضع علامة ✓ تحت الصفة التي ترى أنها تنطبق على الطفل:



وهو يستطيع من خلال هذا الميزان أن يحول الأوصاف اللفظية (ليست عندهم استجابات عدوانية ـ عدوانيون ـ شديدوا العدوان) إلى أرقام وقيم كمية (١ ـ ٢ ـ ٣) يمكن إخضاعها للمعالجات والتحليلات الإحصائية.

جـ ـ الوسائل الموضوعية:

كاختبارات الذكاء والشخصية وليس مجال الكلام عنها هنا.

٤ ـ مصادر جمع البيانات:

يتفق جميع الباحثون والإحصائيون على أن هناك مصدران أساسيان يستخدمان في جمع البيانات الخاصة بأي بحث من البحوث وهما:

أ ـ المصدر التاريخي.
ب ـ المصدر الميداني.

أ ـ المصدر التاريخي:

وتنقسم المصادر التاريخية إلى قسمين القسم الأول يطلق عليه اسم المصادر الأولية، والقسم الثاني يطلق عليه اسم المصادر الثانوية، وتتمثل المصادر الأولية في المصادر التي تقوم بنشرها نفس الهيئة التي قامت بجمع البيانات وأشرفت على هذا الجمع. أما المصادر الثانية فهي نفس البيانات السابقة المجموعة عن المصادر الأولية لكن قامت بعرضها هيئة أخرى غير التي قامت بجمعها، وكأن يتم كذلك عرض هذه البيانات في أحد الكتب أو المؤلفات العلمية أو المجلات أو الدوريات أو الاستشهاد بها في الأبحاث.

ب ـ المصدر الميداني:

ويقوم فيه الباحث بإجراء بحثه في الميدان الذي تتم فيه الظاهرة أو الذي يحدث فيه الحدث، ويلجأ الباحث لذلك عندما لا تفيد المصادر

التاريخية في الحصول على البيانات الخاصة بموضوع البحث أو حين لا تكفي هذه البيانات بالغرض الذي يهدف إليه البحث.

٥ ـ الشروط الواجب مراعاتها في جمع البيانات:

يراعى في جمع البيانات عدة شروط منها:

أ ـ دقة جمع البيانات:

١ ـ يجب على الباحث أن يتأكد من أن العينة التي تم جمع البيانات عنها قد تم اختيارها طبقاً للشروط والقواعد المعمول بها في اختيار العينات.

٢ ـ على الباحث أيضاً أن يتأكد من دقة عملية المراجعة التي أجراها المختصون على المعلومات التي تم جمعها وخاصة ما يتعلق بالجدولة والطبع وعمل الرموز اللازمة.

٣ ـ تأكد الباحث من توفر شروط إعداد الاستمارة ومن صحة صياغة الأسئلة الموجهة للمبحوثين.

٤ ـ التأكد من عدم تحيز الأسئلة.

٥ ـ التأكد من تدريب جامعي البيانات تدريباً كافياً.

٦ ـ عند استخدام المصادر الثانوية يجب التأكد من مطابقتها للمصادر الأولية وعدم وجود أخطاء أو تغيير بها.

ب ـ مراجعة البيانات:

لكي يتوفر إجراء البحث في ظروف سليمة ومضبوطة وعلمية لا بد من القيام بعمل مراجعة للبيانات التي تم جمعها. ويتم ذلك على النحو الآتي:

١ ـ تتم مراجعة الإجابات الخاصة بالمبحوثين وذلك لاستكمال الإجابات

على الأسئلة التي نسي المبحوث الإجابة عليها وذلك بإعادة الاستمارة إليه لملئها مرة ثانية.

٢ ـ اكتشاف ما في البيـانات من أخطاء غيـر متعمدة مثل عمر المفحوص والذي يتم معرفة صحته بطرح تاريخ الميلاد من تاريخ الاختبار.

٣ ـ عمل الإجراءات أو العمليات الحسابية المطلوبة والتي لا يمكن تكليف المبحوث القيام بها.

٤ ـ قد يؤجل الباحث القيام بملأ بعض البيانات أمام عينة البحث ولذلك لا بد من مراجعة الاستمارة لكتابة مثل هذه البيـانات وذلك ليسهل عمل جداول معالجة بيانات البحث.

٥ ـ إذا كان سيتم معالجة البيانات عن طريق الحاسب الالكتروني فإنه يلزم عمل الإجراءات التي تسبق مثل هذه المعالجات فتراجع الاستمارة لإعطاء بياناتها المختلفة الرموز والعلامات الخاصة بذلك ليسهل على معدي برامج الكمبيوتر عمل التثقيب اللازم للكروت.

٦ ـ عينة البحث:

كلما استند الباحث في اختياره لعينة بحثه على الأسس العلمية السليمة في اختيار العينـات كلمـا توصـل لنتائـج موضـوعية تعـكس بصـورة واقعية المشكلة موضوع البحث وتشخص أبعادها تشخيصاً دقيقاً بحيث يمكن تقديم الحلول المفيدة. وبصورة عامه فإنه يقصد بالأساس العلمي أن تكون العينة التي سيتم إجراء البحـث عليهـا مراعياً فيهـا خصـائص المجتمـع الأصلـي وبالنسب المتعـارف عليهـا فيمـا يتعلـق بكل خاصية من هذه الخصـائص: كالسن بفئاته المختلفة، والجنس (ذكور ـ إناث)، ودرجة التعليم من أمي حتى التعليم العالـي، والـريف والحضـر والأمـاكن القريبـة والأمـاكن البعيدة، والمهن المختلفة.

٧ ـ استخدام الاستبيانات كأداة أساسية لجمع البيانات والمعلومات.

أ ـ تصميم الاستبيان:

بعد أن يقوم الباحث بتحديد مفاهيم بحثه وبتحديد البيانات والمعلومات التي ستتضمنها دراسته يعمل على إعداد استبيان يتكون من مجموعة من الأسئلة تدور حول هذه البيانات والمعلومات (كالعمر ودرجة التعليم والمستوى الاقتصادي الاجتماعي والحالة الزواجية والمسكن والملبس وأسباب الحوادث وأسباب الأمراض النفسية. . . إلخ) ويوجه هذه الأسئلة لأفراد عينته من المبحوثين.

وعملية القيام بتصميم الاستبيان تتطلب من القائم به دراية وخبرة بالعلوم التي تهتم بدراسة سلوك الإنسان كالتفكير والانفعال والاتجاهات والميول وهذه العلوم هي: علم النفس وعلم الاجتماع وعلم النفس الاجتماعي والقياس النفسي. . . إلخ وبالإضافة لدراسته لتلك العلوم السابقة لا بد أن يتدرب في أحد الهيئات العلمية المعترف بها على القيام بإعداد وتصميم الاستبيان.

وفي إعداد الباحث للاستبيان لا بد أن يضع في اعتباره أن تكون صورة الاستبيان صادقة حتى تثير اهتمام المبحوث وتجذبه لملء البيانات مما يترتب على ذلك في نهاية الأمر تيسير مهمة الباحث نفسه. ويلجأ كثير من الباحثين إلى أن يرفقوا بالاستبيان قائمة بها تعليمات الاستبيان وتعريفاً بالموضوعات والمفاهيم التي تساعد الباحث والمبحوثين في نفس الوقت إلى ملء الاستمارة ملئاً صحيحاً دقيقاً. وقد تتضمن القائمة إلى جانب ما سبق ما يأتي من نواحي:

١ ـ الغرض من البحث.

٢ ـ الجوانب والموضوعات التي تتناولها الأسئلة.

٣ ـ الأفراد القائمون بجمع البيانات.

٤ ـ الباحثون المحللون لنتائج البحث.

٥ ـ تاريخ وفترة جمع البيانات.

ب ـ النواحي التي تراعى في تصميم الاستبيان.

١ ـ السهولة وعدم الغموض:

أي يجب أن تكون الألفاظ والكلمات والعبارات أو الجمل الموجودة في السؤال بسيطة وسهلة ومعروفة وليست غريبة أو غامضة بالنسبة للأفراد الذين يطبق عليهم البحث. وعلى سبيل المثال لا يجب أن تشتمل أسئلة الاستبيان الذي يطبق على مبحوثين يعيشون في المدينة على ألفاظ وكلمات شائعة في الريف كما أنه لا يجب كذلك أن تتضمن أسئلة الاستبيان الذي يطبق على مبحوثين يعيشون في الريف على كلمات وألفاظ شائعة في المدينة.

ومن الأسئلة الغامضة سؤال الباحث لأفراد عينة البحث عن رأيهم في وصول الأمريكان للمريخ؟ فإن الباحث في هذه الحالة سوف يجد في إجابات الأفراد عند تفريغه لها أن الإجابات ستكون عامة وعلى النحو الآتي:

هائل ـ رائع ـ جميل ـ عظيم ـ أحد أحداث التاريخ ـ اختراع من الاختراعات العلمية ـ تقدم علمي ـ نصر للأمريكان والمعسكر الغربي.

أما لو قدم الباحث وصاغ السؤال بصياغة محددة كأن يكون السؤال السابق على النحو الآتي:

«إن وصول الأمريكان للمريخ قد قلل من احتمال قيام الحرب ـ ما رأيك في هذا؟».

أجب على السؤال السابق بوضع علامة ✓ صح أمام أحد العبارات الآتية التي تعبر عن رأيك؟

(أ) موافق ( )

(ب) غير موافق ( )

(جـ) محايد ( )

٢ ـ عدم التحيز:

أي يجب أن لا تتضمن أسئلة البحث عبارات أو ألفاظ من شأنها أن تجعل المجيب على السؤال متحيزاً عند إجابته عليها. كالسؤال الموجه للطلبة عن رأيهم في الامتحانات وإلغاء هذه الامتحانات وكالسؤال الموجه للمسلمين عن رأيهم في الإسلام والإجابة على السؤالين معروفة مسبقاً.

٣ ـ تجنب الأسئلة التي تؤدي للإيحاء:

وهي الأسئلة التي تتضمن في نفس الوقت الإجابة عليها كأن يوجه للمبحوثين السؤال الآتي:

«هل تريد العمل في العراق وهي البلد الشقيق؟».

أو «هل تغيبت عن العمل بسبب ذهابك للطبيب؟».

ويلاحظ على السؤالين السابقين أنهما لم يتيحا للمبحوث سوى احتمال واحد للإجابة أي الإيحاء إليه بإجابة معينة ومن الأفضل أن تتعدد الاحتمالات لكي تتعدد بالتالي الإجابات. كذلك من المحتمل أن يتدخل الإيحاء في الأسئلة إذا وجهت للمبحوثين في فترة معينة من الزمن تكثر فيها حوادث الطائرات وكثرة عدد الموتى في هذه الحوادث فيوجه السؤال الآتي في الاستبيان:

«ما رأيك في السفر بالطائرات؟».

٤ ـ تجنب توجيه الأسئلة الحساسة التي تمس الحياة الخاصة للفرد:

وهي تلك الأسئلة التي تدخل في صميم العلاقات الشخصية والاجتماعية للمبحوثين وتعتبر تدخلاً أو تطفلاً على هذه العلاقات. وهذه الأسئلة تتناول النواحي الآتية:

العلاقات الجنسية ـ العلاقات النسائية ـ تعاطي المخدرات أو المسكرات ـ الأجور والدخل.

ويمكن للباحث إعداد أسئلته بطريقة غير مباشرة لكي يستطيع المفحوص الإجابة عليها دون تكليف أو إحراج. كما يمكن أن يوجه أسئلته للمبحوث بعد أن تتم الألفة بينهما.

وإلى جانب النواحي السابقة هناك جوانب أخرى يجب أن تراعى عند عمل الاستبيان مثل: أن تكون أسئلة الاستبيان هي تلك الأسئلة الضرورية ويجب تجنب وجود أسئلة لا لزوم لها.

جـ ـ مراجعة الاستبيان قبل التطبيق:

يراعى قبل الاستخدام النهائي للاستبيان ما يلي:

١ ـ مراجعة أسئلة الاستبيان قبل تطبيقها بإجرائها على مجموعة من المبحوثين تتفق في خصائصها ومواصفاتها مع أفراد البحث النهائي وذلك للتأكد من مناسبة الأسئلة واحتمال القيام بحذف أو إضافة أو توضيح بعض الأسئلة بعد هذه المراجعة.

٢ ـ مراجعة دراسة الباحثين للاستبيان دراسة شاملة بحيث يكونوا عارفين معرفة تامة بالتعليمات التفصيلية.

٣ ـ يجب على الباحثين أن يراجعوا صحة تسجيل البيانات في الاستبيان وذلك من ناحية شمول التسجيل لجميع البيانات المطلوبة ومن ناحية

اكتمال ملء بطاقة الاستبيان والصفحة الحسابية للتسجيل.

٤ ـ عند مراجعة الاستبيان لا يعرض تصحيح الأخطاء المكتشفة بتصحيح ما هو واضح أنه خطأ أو بواسطة إعادة التسجيل. ويتبين الخطأ عندما يكون أحد المبحوثين قد أجاب على السؤال الخاص بالحالة الزواجية في الخانة الخاصة بالعمر. أو عندما تكون وظيفة المبحوث مدرساً أو مهندساً ونجده قد وضع في خانة السن (٥) سنوات فقط ومن الواضح أن الرقم الصحيح هو (٥٠) عاماً وأن المبحوث قد نسي وضع الصفر. ومن الواضح أنه يترتب على عدم مراجعة الاستبيان إلى زيادة أو نقص المعلومات المسجلة على حد سواء.

د ـ تفريغ البيانات:

لا يمكن للباحث أو الدارس أن يفهم شيئاً من الاستبيانات قبل تفريغها لأنه بدون ذلك لن يتسنى له دراستها أو استخلاص النتائج أو تحليلها بالطرق الإحصائية المعروفة، وتفسيرها من خلال الدراسات الاجتماعية والاقتصادية والنفسية.

ولذلك فلا بد من أن يقوم الباحث بتجميع هذه البيانات المتناثرة المختلفة في شكل كلي متكامل بحيث يستطيع الباحث بمجرد النظر إليها استخلاص الحقائق التي يهدف إليها أساساً من إجراء البحث.

ويقوم الباحثون عادة بعد مراجعتهم للاستمارة من جميع الزوايا وتأكدهم من صحة ما جاء بها بتفريغ المعلومات الموجودة في الاستبيانات في جداول التفريغ الخاصة بذلك.

مثال: تضمنت أحد أسئلة استبيان من الاستبيانات هذا السؤال:

«كم عدد الأميين في القرية؟»

وتم توجيه هذا السؤال للمسؤولين في ٩٥ قرية من قرى مصر فكانت الإجابة على هذا السؤال في كل القرى هي تلك الأرقام:

١٩٩	٥٣٥	٢٠٣	٢٧٣	٢٠٤
٣٩٩	٢٥٥	١٧٨	١٨٣	٢٧٠
١٨٨	٣٠٧	٢٧٨	٢٠٩	٤١٧
٢١٩	١٨٧	٢٥٥	١٢٤	٢١٣
٢٦٨	٢١	٢٩٦	١٥٢	٤٣١
٩٨	٢٢١	٢٧٥	١٧	٢٧١
١٠٤٩	٣٢٦	٢٤٦	٢٤٩	٣٠٥
٧٧٥	٢٢٠	٥٤	١٥٥	٦٩٧
١٥٦	٢٢١	١٦٣	١٢٧	٢١٦
٨٧	٣٠٠	١٤٥	١٦٧	٢٢٢
٣٠٧	١٠٠	٥١	٣٣	٢٠٧
١٣٩	٢١٦	١٧٦	١٨٨	١٥٢
١٩٦	١٤٣	١٧٩	٢١٠	٨٥
٢٢٠	١٨٦	٢١٤	٢٤٠	١١٠
٤٤٧	٢٥٨	١٥٨	٢٣٦	٢٢٢
٣٣٩	١٣٣٢	٢١١	١٤٣	٥٠٢
٢٢٤	٢٤٦	١٦٣	٣٩١	١٩٩
٢٠٤	٣٣٥	٢٥٣	٢٢١	٥١٠
٢٧٨	١١	٢٠٢	٤٤٤	٦٥٠

وواضح أنه على الرغم من قيام الباحث بتفريغ هذه البيانات من الاستبيان إلا أنه لا يكتمل فهم هذه الأرقام إلا بتجميعها ووضعها في جداول على شكل مجموعات وذلك على النحو الآتي:

فئات عدد الأميين	عدد القرى «التكرارات»
١٠٠ فما أقل	٩
من ١٠١ ـ ٢٠٠	٢٦
من ٢٠١ ـ ٣٠٠	٤٠
من ٣٠١ ـ ٤٠٠	٨
من ٤٠١ ـ ٥٠٠	٤
٥٠١ فما فوق	٨
المجموع	٩٥

ثالثاً
القيم وأنواعها

والباحث على النحو الذي رأيناه في الملاحظة (أرجع للملاحظة كوسيلة من وسائل جمع البيانات) يعطى لكل صفة من الصفات درجة من الدرجات فوجدناه يعطي لشدة العدوان ثلاث درجات، وللعدوان درجتان، وعدم وجود العدوان درجة واحدة، وهذه الدرجات في حد ذاتها تعتبر قيماً Values تخضع للمعالجة الإحصائية.

كما أن الباحث في الدراسات الميدانية أي الدراسات التي يعتمد فيها على مصادر ميدانية قد يستخدم أحد مقاييس الذكاء لو كان بصدد دراسة الفروق في مستوى الذكاء بين البنين والبنات مثلاً، أو قد يستخدم أحد الاختبارات التي تقيس سمات الشخصية مثل القلق Anxiety أو الاكتئاب Depression لو كان بصدد دراسة موضوع مثل العصاب Neuroses وعلاقته بالتوافق المهني في الصناعة. والباحث في كل هذه الأحوال يحصل على درجات كمية Quantative Score بالنسبة لكل فرد من الأفراد هي بمثابة درجات خام Raw score لأنها لم تخضع للتحليل الإحصائي Statistical analysis بعد، والذي سيتبين في الأجزاء القادمة من الكتاب، ففي حالة استخدام اختبار الذكاء يحصل الفرد على درجة تسمى نسبة الذكاء Intelligence quotient (I.Q.) وفي حالة اختبار الشخصية يحصل على درجة خام كما أسلفنا.

١ ـ القيم المتصلة :

وتسمى مثل هذه الدرجات التي تم الحصول عليها بالقيم أو الدرجات المتصلة .Continuous V أي الدرجات التي لا يوجد فاصل حاد بينها وبين بعضها البعض ، فلو طبقنا اختباراً على شخصين حصل أحدهما على ٥٠ درجة والثاني على ٥٥ درجة فإننا نتوقع أن يكوْن هناك اتصال بين الدرجتين على النحو الآتي :

(٥٠) ٥١ ـ ٥٢ ـ ٥٣ ـ ٥٤ ـ (٥٥) .

وليس ذلك فقط بل إننا نتوقع أيضاً أن يكون هناك اتصالاً بين كل درجة والدرجات الست الأخرى في المثال السابق فبين ٥٠ ، ٥١ يوجد ٥٥,١ ، ٥٠,٢ ، ٥٠,٣ ، ٥٠,٤ ، ٥٠,٥ ، ٥٠,٦ ، ٥٠,٧ ، ٥٠,٨ ، ٥٠,٩ ، حتى ٥١ . وهكذا يتضح لنا الاتصال على النحو السابق بين كل درجة والأخرى . ونجد مثل هذا الاتصال ، بشكل أدق لو أردنا قياس السمات الفسيولوجية Phyiological traits لدى الإنسان كالطول والوزن ودرجة الإبصار ، والسرعة في الجري . . . إلخ .

٢ ـ القيم المنفصلة :

إلا أنه ينبغي أن نعلم أن دراسة الظواهر المتعلقة بالإنسان وبظروفه الاقتصادية والاجتماعية والنفسية لا تتضمن باستمرار هذا البعد المتصل Continuous dimension . فهناك الكثير من الجوانب أو النواحي التي لا يمكن قياسها قياساً كمياً على النحو السابق ونطلق على هذه النواحي أو الجوانب بالقيم المنفصلة .Discrete V أي أن كل جانب قائم بنفسه وبذاته ليس له صلة بباقي الجوانب أو النواحي . فإذا أراد باحث معرفة كل من الحالة التعليمية وتقديرات الكفاءة في العمل والحالة الاجتماعية لمجموعة من العمال يقوم بدراستهم نفسياً أو اجتماعياً فإنه يجد توزيع هذه الجوانب على النحو التالي :

ففي الحالة التعليمية يجد هناك هذه القيم :	وفي الكفاءة في العمل يجد التقديرات :
١ ـ أمي : لا يقرأ ولا يكتب	ممتاز
٢ ـ يقرأ ويكتب	جيد جداً
٣ ـ إبتدائية	جيد
٤ ـ إعدادية	متوسط
٥ ـ ثانوية	أقل من المتوسط
٦ ـ جامعية	ضعيف
٧ ـ شهادات عليا	

وليس ذلك فقط بالنسبة للحالة التعليمية والكفاءة في العمل بل فإنه يجد في بعض الفئات فئات أخرى ففي الثانوي يجد ثانوية عامة وثانوية صناعية وثانوية تجارية . وكما هو واضح يوجد عدم اتصال بين كل فئة أخرى فلا يوجد بين الأمي والذي يقرأ ويكتب نصف أمي أو يقرأ ويكتب نص نص وهكذا . . .

كما أنه في مثال الحالة الاجتماعية نجد هذه الفئات :

١ ـ أعزب .
٢ ـ متزوج .
٣ ـ مطلق .
٤ ـ أرمل .

ويتضح لنا في ذلك المثال أيضاً الانفصال التام بين كل فئة والأخرى .

والخلاصة أن الباحث في مجال دراسته يجد نفسه بصدد نوعين من القيم : قيم متصلة وقيم منفصلة .

التوزيع التكراري

١ ـ توزيع القيم توزيعاً تكرارياً: يعتبر التوزيع التكراري Frequency distribution وسيلة لتجميع الدرجات المتقاربة في فئات أو تصنيفها في أقسام والتوزيع التكراري على هذا النحو يعطى صورة عن توزيع الصفة أو الظاهرة التي يقوم الباحث بدراستها والخصائص المختلفة التي تتميز بها.

ويوضح المثال الآتي هذا الكلام: قام باحث بدراسة للكشف عن القدرة على التذكر Remember لدى مجموعة من الأطفال عددهم خمسون طفلاً وكانت درجاتهم على النحو الآتي:

٨	٦	١١	١٥	١٣
١٢	١٠	٩	٣	٦
٦	٢٠	١٨	١٨	٨
١٥	١٥	١٧	٢	١٧
١٤	١٧	٩	١٤	١٩
١٢	٨	٥	١١	٢١
١٩	١١	١٤	١٠	١٥
صفر	١٣	٦	٩	صفر
٥	١٦	١٧	١٧	١٢
١٩	١٠	١٦	١٢	٧

والدرجات السابقة بصورتها تلك لا تصلح في تفسير أو دراسة موضوع التذكر، لدى الأطفال على النحو السابق أو في معرفة مدى ملائمة اختبار التذكر الذي استخدمه الباحث لمستوى أعمار الأطفال.

٢ ـ الجدول التكراري: ولهذا يلجأ الباحث إلى وضع هذه القيم في

جدول تكراري يتضمن عدة فئات كل فئة تحوي الدرجات المتقاربة في قيمها. ويشبه الجدول التكراري الفراز الذي يقوم بوضع البرتقال في عدة صناديق حسب حجم البرتقال فيضع مثلاً البرتقال الصغير الحجم في الصندوق الأول والبرتقال المتوسط الحجم في الصندوق الثاني والبرتقال الكبير الحجم في الصندوق الثالث وهكذا. ويتضمن الجدول التكراري ثلاثة أعمدة: العمود الأول خاص بالفئات، والعمود الثاني خاص بالعلامات، والعمود الثالث خاص بالتكرارات. وتتضمن الفئة حدين: الحد الأعلى للفئة والحد الأدنى للفئة ويطلق على الفرق بينهما بمدى الفئة أي المسافة أو البعد Distance بين بداية ونهاية الفئة ومدى الفئة (أو طول الفئة).

مدى الفئة = الحد الأعلى للفئة ـ الحد الأدنى للفئة + ١

أو هي الفرق بين الحد الأدنى للفئة والحد الأدنى للفئة التي تليها.

ونستطيع وضع الدرجات السابقة في جدول تكراري على هذا النحو متضمناً في أعمدته الثلاث: الفئات والعلامات والتكرارات:

الفئات	العلامات	التكرار (ك)
صفر ـ ١	//	٢
٢ ـ ٣	//	٢
٤ ـ ٥	//	٢
٦ ـ ٧	////	٥
٨ ـ ٩	~~////~~	٦
١٠ ـ ١٠	/ ~~////~~	٦
١٢ ـ ١٣	/ ~~////~~	٦
١٤ ـ ١٥	// ~~////~~	٧
١٦ ـ ١٧	// ~~////~~	٧
١٨ ـ ١٩	////	٥
٢٠ ـ ٢١	//	٢
مجمـوع التـكرارات مجـ ك)		٥٠

ويلاحظ أن الباحث في إعداده للجدول التكراري عند استخدامه في توزيع الدرجات يتبع الخطوات الآتية:

١ ـ قام بتحديد أعلى قيمة وأدنـى قيمة وأعلـى قيمـة في المثـال السبـاق (٢١) . . . وأدنى قيمة (صفراً).

٢ ـ قام بعد ذلك بتصنيف الدرجات في مجموعة من الفئات كل فئة تشتمل على عدد من الدرجات المتقاربة في القيمة مع بعضها البعض.

٣ ـ قام في كل فئة بتحديد عدد الأطفال الذين يحصلون على درجـات في اختبار التذكر على النحو الآتي:

كم طفل يحصل على درجة ما بين صفر ـ ١ فئة أولى .
كم طفل يحصل على درجة ما بين ٢ ـ ٣ فئة ثانية .
كم طفل يحصل على درجة ما بين ٤ ـ ٥ فئة ثالثة .
كم طفل يحصل على درجة ما بين ٦ ـ ٧ فئة رابعة .
كم طفل يحصل على درجة ما بين ٨ ـ ٩ فئة خامسة .
كم طفل يحصل على درجة ما بين ١٠ ـ ١١ فئة سادسة .
كم طفل يحصل على درجة ما بين ١٢ ـ ١٣ فئة ثامنة .
كم طفل يحصل على درجة ما بين ١٤ ـ ١٥ فئة تاسعة .
كم طفل يحصل على درجة ما بين ١٦ ـ ١٧ فئة عاشرة .
كم طفل يحصل على درجة ما بين ١٨ ـ ١٩ فئة أحدى عشرة .
كم طفل يحصل على درجة ما بين ٢٠ ـ ٢١ فئة اثني عشرة .

ويلاحظ أن لكل فئة حدين (بداية ـ ونهاية) . . .

مثلاً : الحد الأول من الفئة الأولى يبدأ من صفر وينتهي عند ١ واحد .

ويمثل الجدول الآتي الحدود العليا والحدود الدنيا للفئات :

ف	الفئات	
	حدود دنيا	حدود عليا
صفر -	صفر	١
٢ -	٢	٣
٤ -	٤	٥
٦ -	٦	٧
٨ -	٨	٩
١٠ -	١٠	١١
١٢ -	١٢	١٣
١٤ -	١٤	١٥
١٦ -	١٦	١٧
١٨ -	١٨	١٩
٢٠ -	٢٠	٢١

٤ ـ عند تحديد عدد الأطفال في كل فئة يقوم الباحث بوضع علامة (/) لتعبر عن عدد الأطفال، وكل علامة تشير لطفل واحد وعندما يصل عدد العلامات إلى أربعة كالآتي: //// ويضاف إليها علامة خامسة فإنها توضع على الأربع علامات على النحو الآتي: ~~////~~ . وتسمى هذه المجموعة من العلامات بالحزمة وتشير إلى مجموعة من الأفراد عددهم خمسة. ويلجأ الباحث لذلك تسهيلاً لعملية العد للتكرارات في النهاية ومنعاً للوقوع في الخطأ.

٥ ـ يقوم الباحث بعد ذلك بترجمة هذه العلامات والحزم إلى أرقام لتوضع في العمود الأخير من الجدول التكراري وهو عمود التكرارات.

٦ ـ يتم جمع كل التكرارات الموجودة أمام الفئات ويجب أن يكون

مجموع التكرارات مساوياً لعدد الأشخاص (في مثالنا ٥٠ خمسين طفلاً). فإذا لم يكن مساوياً لعدد الأشخاص يقوم الباحث بمراجعة تصنيفه للدرجات مرة أخرى.

٧ ـ ويتفق معظم الباحثين على إعطاء رمز ك للتكرارات، مجـ ك لمجموع التكرارات، ف للفئة، ع للعلامات

٨ ـ يحسب مركز الفئة بجمع الحد الأدنى للفئة الأولى مع الحد الأدنى للفئة الثانية ويتم قسمة حاصل الجمع على اثنين على النحو الآتي:

مركز الفئة = (الحد الأدنى للفئة الأولى + الحد الأدنى للفئة الثانية) / ٢

٩ ـ ويتضح فيما يلي مراكز الفئات في المثال السابق:

الفئة	حساب مركز الفئة	مركز الفئة
صفر ـ	(صفر + ٢) / ٢ = ٢ / ٢ =	١
٢ ـ	(٢ + ٤) / ٢ = ٦ / ٢ =	٣
٤ ـ	(٤ + ٦) / ٢ = ١٠ / ٢ =	٥
٦ ـ	(٦ + ٨) / ٢ = ١٤ / ٢ =	٧
٨ ـ	(٨ + ١٠) / ٢ = ١٨ / ٢ =	٩
١٠ ـ	(١٠ + ١٢) / ٢ = ٢٢ / ٢ =	١١
١٢ ـ	(١٢ + ١٤) / ٢ = ٢٦ / ٢ =	١٣
١٤ ـ	(١٤ + ١٦) / ٢ = ٣٠ / ٢ =	١٥
١٦ ـ	(١٦ + ١٨) / ٢ = ١٤ / ٢ =	١٧
١٨ ـ	(١٨ + ٢٠) / ٢ = ٣٨ / ٢ =	١٩
٢٠ ـ	(٢٠ + ٢٢) / ٢ = ٤٢ / ٢ =	٢١

١٠ ـ ويلاحظ في الفئة الأخيرة أنه قد تم جمعها مع الفئة المتوقع أن تكون بعدها (وإن لم يكن هناك درجة ٢٢ في المثال السابق) لحساب مركز هذه الفئة.

ولعله قد اتضح في الأذهان فائدة وقيمة توزيع الدرجات في جدول تكراري ففي المثال السابق تبينت لنا هذه الحقائق:

١ ـ أن معظم الأطفال قد حصلوا على درجات متوسطة في اختبار التذكر. فنجد أن عددهم يزداد أمام الفئات ٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٤، ١٧ أي أن عدد الأطفال الذين حصلوا على درجات بين ٦ ـ ١٧ يبلغ ٣٧ طفلاً.

٢ ـ أن مجموعة صغيرة من الأطفال قد حصلت على درجات منخفضة في الفئات صفر، ٢، ٤ فيبلغ عددهم في هذه الفئات ٦ ستة أطفال وهم الأطفال الذين حصلوا على درجات بين صفر ـ ٥.

٣ ـ أن مجموعة صغيرة أيضاً منهم قد حصلت على درجات مرتفعة أو على أعلى الدرجات أمام الفئتين ١٨، ٢٠ ويبلغ عددهم سبعة أطفال وهم الأطفال الذين حصلوا على درجات بين ١٦، ٢١.

وبهذا الشكل يتبين أن الجدول التكراري قد أعطي وصفاً لتوزيع درجات اختبار التذكر بين مجموعة من ٥٠ خمسين طفلاً كنا نعجز عن معرفته بدون ذلك.

٣ ـ التكرار النسبي: لا يكتفي الباحث في وصفه لظاهرة من الظواهر بما توصل إليه من توزيعه للقيم الخاصة بها في الجدول التكراري. بل يحتاج إلى جانب ذلك أن يعرف نسبة كل تكرار مقابل لكل فئة إلى التكرار الكلي ويطلق على هذا التكرار بالتكرار النسبي.

$$\text{التكرار النسبي} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

٤ ـ **التكرار المئوي**: وإلى جانب التكرار النسبي يحتاج الباحث إلى معرفة التكرار المئوي أي النسبة المئوية لكل تكرار مقابل لكل فئة من الفئات المختلفة في الجدول. فإذا أراد الباحث مثلاً معرفة النسبة المئوية للأفراد الذين حصلوا على درجات ما بين ٨ ـ ٩ في الجدول السابق قام بقسمة عدد التكرارات المقابلة لفئة هذه الدرجات على مجموع التكرارات وضرب خارج القسمة × ١٠٠ على النحو الآتي:

$$\text{التكرار المئوي} = \frac{\text{تكرار الفئة}}{\text{مجموع التكرارات}} \times ١٠٠$$

وفي الفئة ٨ ـ في المثال السابق التكرار المئوي = $\frac{٦}{٥٠} \times ١٠٠ = ١٢٪$

مثال:

فيما يلي أجور مجموعة من العمال بإحدى الشركات عددهم ٥٠ خمسين عاملاً:

٢٣	١٥	٢٠	١١	١٦	٢١	١٧	٢٢	١٨	١٩
٥٥	٣٠	١٠	٣٧	٢٥	٣١	٢٨	٥٠	٢٩	٣٣
١٨	٣٥	٤٦	١٢	٢٦	٢٤	٢٧	١٧	٣٢	٢٨
٣٤	٢٦	٤٠	٤١	٢٠	٣٩	٢١	٥٢	٦٧	٣٤
٦٢	٤٠	٤٥	١٣	٣٨	١٦	٤٧	٤٣	١٦	٢٢

ويتضح في الجدول الآتي التوزيع التكراري والتكرار النسبي والتكرار المئوي لهذه الأجور:

فئات (ف)	العلامات (ع)	ك	التكرار النسبي	التكرار المئوي
١٠ -	///	٣	٣/٥ = ٠,٠٦	٦٪
١٥ -	~~////~~ ////	٩	٩/٥٠ = ٠,١٨	١٨٪
٢٠ -	~~////~~ ///	٨	٨/٥٠ = ٠,١٦	١٦٪
٢٥ -	~~////~~ //	٧	٧/٥٠ = ٠,١٤	١٤٪
٣٠ -	~~////~~ /	٦	٦/٥٠ = ٠,١٢	١٢٪
٣٥ -	~~////~~	٥	٥/٥٠ = ٠,١٠	١٠٪
٤٠ -	////	٤	٤/٥٠ = ٠,٠٨	٠٨٪
٤٥ -	///	٣	٣/٥٠ = ٠,٠٦	٠٦٪
٥٠ -	//	٢	٢/٥٠ = ٠,٠٤	٠٤٪
٥٥ -	/	١	١/٥٠ = ٠,٠٢	٠٢٪
٦٠ -	/	١	١/٥٠ = ٠,٠٢	٠٢٪
٦٥ -	/	١	١/٥٠ = ٠,٠٢	٠٢٪
	مجـ ك	٥٠	مجـ ك نسبي = ١	١٠٠٪

ويلاحظ في الجدول السابق ما يلي:

١ ـ أن مجـ ك مساوياً لعدد العمال (٥٠) مما يدل على دقة حساب التوزيع.

٢ ـ أن مجـ ك النسبي واحد صحيح.

٣ ـ أن مجموع ك المئوي مائة.

٤ ـ أضاف هذا الجدول بما تضمنه من بيانات جديدة عن التكرار النسبي والتكرار المئوي ملامح جديدة عما يريد الباحث دراسته تتمثل في:

أ ـ معرفة النسب المئوية للأفراد الذين يحصلون على درجة ما. فإذا أراد الباحث أن يعرف النسبة المئوية للأفراد الذين حصلوا على درجات عند الفئة ٣٥ وجد أن نسبيتهم ٨٪.

ب ـ يزيد من توضيح توزيع الأجور بين العمال. فيجيب الجدول

للباحث عن كثير من التساؤلات التي قد تتبادر إلى ذهنه مثل :

١ ـ ما هي النسبة المئوية للأفراد الذين يحصلون على أجور مرتفعة؟
٢ ـ ما هي النسبة المئوية للأفراد الذين يحصلون على أجور منخفضة؟
٣ ـ ما هي النسبة المئوية للأفراد الذين يحصلون على أجور متوسطة؟

وبطبيعة الحال فإن الإجابة على الأسئلة السابقة والتي توجد في الجدول توجه نظر المسؤولين بالشركة لمعرفة علاقة توزيع الأجور على النحو السابق بالكفاية الإنتاجية كالغياب عن العمل والتمارض والأداء في العمل والوقوع في الحوادث. بمعنى هل النسبة المئوية للأفراد الذين يحصلون على أجور منخفضة كثيري الغياب والتمارض؟. فتقوم الشركة بتحسين أجورهم وحالتهم الاقتصادية للإقلال من غيابهم وتمارضهم... إلخ. وبذلك نكون قد جنينا فائدة تطبيقية من مجرد توزيع أجور العمال ومعرفة النسب والتكرارات المئوية لذلك التوزيع.

التكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع النازل

١ ـ **التكرار المتجمع الصاعد**: يحتاج الباحث في كثير من الأحيان أن يحدد من خلال التوزيع التكراري نسبة عدد الأفراد الذين تقل درجاتهم أو تزيد عن حد معين.

وفي الحالة الأولى: أي عندما يريد الباحث معرفة نسبة عدد الأفراد الذين تقل درجاتهم عن حد معين فإنه في هذه الحالة يقوم بتحديد:

أ ـ الحد الأعلى للفئة.
ب ـ التكرار المتجمع الصاعد.
جـ ـ التكرار المتجمع الصاعد النسبي.

د ـ التكرار المتجمع الصاعد المئوي.

وفيما يلي أحد الجداول التكرارية والتي تمثل درجات ٥٠ خمسين طالباً في اختبار الذكاء اللفظي Verbal Intelligence وقد وضح فيه الحد

الفئات	التكرار	الحد الأعلى للفئة	ك متجمع صاعد	ك متجمع صاعد نسبي	ك متجمع صاعد مئوي
٤٠ ـ ٤٣	٢	٤٣,٥	٢	٠,٠٤	٤
٤٤ ـ ٤٧	١٥	٤٧,٥	١٧	٠,٣٤	٣٤
٤٨ ـ ٥١	٢٠	٥١,٥	٣٧	٠,٧٤	٧٤
٥٢ ـ ٥٥	٩	٥٥,٥	٤٦	٠,٩٢	٩٢
٥٦ ـ ٥٩	٤	٥٩,٥	٥٠	١,٠٠	١٠٠
مجـ	٥٠				

الأعلى للفئة والتكرار المتجمع الصاعد والتكرار المتجمع الصاعد النسبي والتكرار المتجمع Cumulative الصاعد المئوي.

وسنقوم بتوضيح كل جزء من أجزاء هذا الجدول وكيفية الحصول عليه:

١ ـ بالنسبة للعمود الأول وهو عمود الفئات (ف) فقد سبق الكلام عنه وقد وضع به الحد الأدنى والحد الأعلى للفئة ليتسنى الحصول على الحد الأعلى للفئة (العمود الثالث) لمثل هذه التكرارات المتجمعة الصاعدة من خلالهما.

٢ ـ العمود الثاني وبه تكرارات الفئات.

٣ ـ العمود الثالث وبه الحد الأعلى للفئة وقد تم تحديد الحد الأعلى للفئة الأولى بإضافة نصف الفرق بين الحد الأعلى للفئة (وهو ٤٣) والحد

الأدنى للفئة الثانية (وهو ٤٤) إلى الحد الأعلى للفئة الأولى (٤٣) ويتضح هذا الكلام فيما يلي:

٤٤ (الحد الأدنى للفئة الثانية) - ٤٣ (الحد الأعلى للفئة الأولى)
———————————————
٢
+ ٤٣ (الحد الأعلى للفئة) = ٠,٥ + ٤٣ = ٤٣,٥

وبعد حساب الحد الأعلى للفئة الأولى يسهل تحديد الحد الأعلى للفئات التالية وذلك بإضافة مدى الفئة (وهو هنا ٤) على الحد الأعلى للفئة الأولى فيصير الحد الأعلى للفئة الثانية ٤٧,٥. وللفئة الثالثة ٥١,٥ وللفئة الرابعة ٥٥,٥ وللفئة الأخيرة ٥٩,٥ كما هو واضح من الجدول.

٤ ـ العمود الرابع به التكرار المتجمع الصاعد (ك متجمع صاعد). ويحسب التكرار المتجمع الصاعد بوضع التكرار المقابل للفئة الأولى ليكون أول تكرار متجمع صاعد في العمود الرابع وهو هنا التكرار المتجمع الصاعد ٢ ويشير لعدد الأفراد الذين تقل درجاتهم عن ٤٣,٥، ثم يحسب التكرار المتجمع الصاعد للفئة الثانية بإضافة تكرارها إلى التكرار المتجمع للفئة الأولى. وهكذا يتم حساب التكرار المتجمع لباقي الفئات ويسير ذلك كما يلي:

ف	ك	ك متجمع صاعد
٤٠ ـ ٤٣	٢	٢
٤٤ ـ ٤٧	١٥	١٧
٤٨ ـ ٥١	٢٠	٣٧
٥٢ ـ ٥٥	٩	٤٦
٥٦ ـ ٥٩	٤	٥٠

ويشير التكرار للتجمع الصاعد ١٧ لعدد الأفراد الذين تقل درجاتهم عن ٤٧,٥.

ويشير التكرار المتجمع الصاعد ٣٧ لعدد الأفراد الذين تقل درجاتهم عن ٥١,٥ .

ويشير التكرار المتجمع الصاعد ٤٦ لعدد الأفراد الذين تقل درجاتهم عن ٥٥,٥ .

ويشير التكرار المتجمع الصاعد ٥٠ لعدد الأفراد الذين تقل درجاتهم عن ٥٩,٥ ... وهكذا .

٥ ـ العمود الخامس وبه التكرار المتجمع الصاعد النسبي ويتم الحصول على هذا التكرار بقسمة التكرار المتجمع الصاعد لكل فئة على مجموع التكرارات . فمثلاً التكرار المتجمع الصاعد النسبي للفئة الأولى ٠٤, تم الحصول عليه كما يلي :

$\frac{٣}{٥٠}$ = ٠,٠٤ والتكرار المتجمع الصاعد النسبي للفئة الثانية تم الحصول عليه كما يلي $\frac{٧}{٥٠}$ = ٠,١٤ .... وهكذا .

٦ ـ العمود السادس وبه التكرار المتجمع الصاعد المئوي ويتم الحصول على هذا التكرار بقسمة التكرار المتجمع الصاعد لكل فئة على مجموع التكرارات مضروباً في مائة . . . فمثلاً التكرار المتجمع الصاعد المئوي للفئة الأولى يحسب كما يلي :

$\frac{٢}{٥٠}$ × ١٠٠ = ٤٪

وللفئة الثانية كما يلي :

$\frac{١٧}{٥٠}$ × ١٠٠ = ٣٤٪

وهكذا باقي الفئات .

ويشير التكرار المتجمع الصاعد المئوي للنسبة المئوية لعدد الأفراد الذين تقل درجاتهم عن الحد الأعلى للفئة (في العمود الثالث) فمثلاً التكرار

المتجمع المئوي للفئة الأولى وهو ٤ يشير إلى أن النسبة المئوية للأفراد الذين تقل درجاتهم عن ٤٣,٥ هي ٤٪ وهكذا. كما يشير التكرار النسبي لنسبة كل تكرار للتكرار الكلي.

٢ ـ **التكرار المتجمع النازل**: رأينا في الكلام عن التكررا المتجمع الصاعد كيفية الاستفادة منه في البحوث المختلفة وتتركز تلك الاستفادة في معرفة عدد أو نسبة أو النسبة المئوية للأفراد الذين تقل درجاتهم عن حد معين. ويحتاج الباحث بالإضافة إلى ذلك معرفة عدد، أو نسبة، أو النسبة المئوية للأفراد الذين تزيد درجاتهم عن حد معين ويكون ذلك من خلال التكرار المتجمع النازل وفي هذه الحالة يقوم الباحث بتحديد:

أ ـ الحد الأدنى للفئة.
ب ـ التكرار المتجمع النازل.
جـ ـ التكرار المتجمع النازل النسبي.
د ـ التكرار المتجمع النازل المئوي

وتطبيق هذا الكلام على الجدول التكرار السابق:

ف	ك	الحد الأدنى للفئة	التكرار المتجمع النازل	التكرار المتجمع النازل النسبي	التكرار المتجمع النازل المئوي
٤٠ ـ ٤٣	٢	٣٩,٥	٥٠	١,٠٠	١٠٠
٤٤ ـ ٤٧	١٥	٤٣,٥	٤٨	٠,٩٦	٩٦
٤٨ ـ ٥١	٢٠	٤٧,٥	٣٣	٠,٦٦	٦٦
٥٢ ـ ٥٥	٩	٥١,٥	١٣	٠.٢٦	٢٦
٥٦ ـ ٥٩	٤	٥٥,٥	٤	٠,٨	٠٨

ويتضمن الجدول التكراري للتكرار المتجمع النازل نفس الأعمدة الموجودة في التكرار المتجمع الصاعد مع اختلاف في التسمية. ونوضح فيما يلي كيفية الحصول على البيانات الموجودة في كل عمود من الأعمدة السابقة:

١ ـ العمود الأول وبه الفئات حدودها العليا والدنيا.

٢ ـ العمود الثاني وبه التكرارات.

٣ ـ العمود الثالث وبه الحد الأدنى للفئات ويحدد الحد الأدنى للفئة بطرح نصف الفرق بين الحد الأعلى للفئة الأولى والحد الأدنى للفئة الثانية من الحد الأدنى للفئة الأولى ويتم حساب ذلك كما يلي:

$$٤٠ - \frac{\text{٤٤ أي الحد الأدنى للفئة الثانية} - \text{٤٣ أي الحد الأعلى للفئة الأولى}}{٢}$$

الحد الأدنى للفئة الأولى = ٠,٥ - ٤٠ = ٣٩,٥

ومتى تم تحديد الحد الأدنى للفئة الأولى على النحو السابق فإنه يتم تحديد الحد الأدنى لكل فئة بإضافة مدى الفئة للحد الأدنى للفئة السابقة فيكون الحد الأدنى للفئة الثانية هو ٣٩,٥ + ٤ = ٤٣,٥، والحد الأدنى للفئة الثالثة.

هو ٤٣,٥ + ٤ = ٤٧,٥، الحد الأدنى للفئة الرابعة.

هو ٤٧,٥ + ٤ = ٥١,٥، والحد الأدنى للفئة الأخيرة.

هو ٥١,٥ + ٤ = ٥٥,٥.

٤ ـ العمود الرابع وهو الخاص بالتكرار المتجمع النازل. ويتم حساب التكرار المتجمع النازل ابتداء من الفئة الأخيرة. فيكون التكرار المتجمع النازل للفئة الأخيرة هو نفس التكرار الأصلي لهذه الفئة. والتكرار المتجمع للفئة التي تليها (٥٢ ـ ٥٥) يكون بإضافة التكرار المتجمع النازل

للفئة السابقة (٥٦ ـ ٥٩) وهو ٤ إلى التكرار الأصلي لهذه الفئة وهو ٩ فيكون التكرار المتجمع النازل لهذه الفئة ١٣ وهكذا باقي الفئات ممكن أن يسير على النحو السابق والنحو التالي:

ف	ك	ك متجمع نازل
٤٠ ـ ٤٣	٢	٥٠
٤٤ ـ ٤٧	١٥	٤٨
٤٨ ـ ٥١	٢٠	٣٣
٥٢ ـ ٥٥	٩	١٣
٥٦ ـ ٥٩	٤	٤

٥ ـ والعمود الخامس ويشير إلى نسبة التكرار المتجمع النازل لكل فئة بالنسبة للتكرار الكلي ويحسب بقسمة هذا التكرار الكلي فمثلاً التكرار المتجمع النازل للفئة الأولى وهو ٥٠ نسبة إلى التكرار الكلي $\frac{٥٠}{٥٠}$ = ١٠٠٠٠٠ وهكذا ويتم حساب نسبة باقي التكرارات إلى التكرار الكلي.

٦ ـ العمود السادس ويشير إلى النسبة المئوية للتكرار المتجمع النازل في كل فئة ويحسب بقسمة هذا التكرار الكلي ثم يتم ضرب الناتج في مائة فمثلاً التكرار المتجمع النازل للفئة الأولى وهو ٥٠ يكون التكرار المتجمع النازل المئوي له $\frac{٥٠}{٥٠}$ × ١٠٠ = ١٠٠ وهكذا يتم حساب باقي التكرارات.

رابعاً
توضيح المعلومات بالرسم

من خلال ما سبق عرضه عن الجدول التكراري تبين ما أضافه هذا الجدول من معرفة لم تكن في إمكاننا أو لدينا قبل إجراء هذا التوزيع. وبالإضافة لذلك نجد أن الباحث لا يكتفي بعرض المعلومات التي جمعها عن الظاهرة التي قام بدراستها في جدول تكراري بل يقوم بتوضيح المعلومات باستخدام أسلوب آخر من أساليب التوضيح وهو الرسم. فالرسم يزيد من توضيح التوزيع أكثر من الاقتصار على الجدول التكراري وحده، كما أن الرسم بالإضافة لذلك يعطي فكرة عامة عن توزيع القيم بمجرد النظر للرسم.

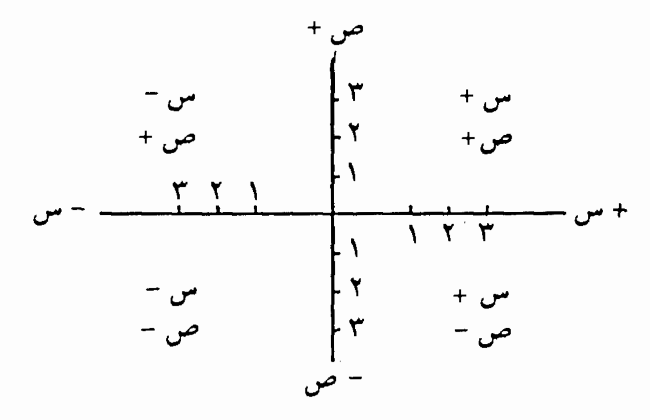
محاور تمثيل المعلومات بالرسم

يستعمل في الرسم التوضيحي أو البياني محوران متعامدان وهما:
المحور الأفقي ويطلق عليه المحور السيني.
المحور الرأسي ويطلق عليه المحور الصادي.

ويتضح هذان المحوران في الشكل رقم (١) الآتي:



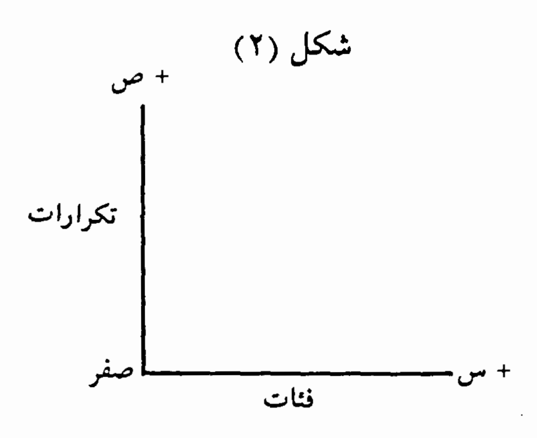
(شكل رقم ١)



ولكل محور من المحورين السابقين طرفين أحدهما سالب والآخر موجب. كما أن منطقة التقاء المحورين هي المنطقة الصفرية التي يبدأ عندها توزيع الدرجات سواء كان ذلك بصورة موجبة (الطرف الموجب) أو بصورة سالبة (الطرف السالب).

ونظراً لأن أغلب موضوعات هذا المنهج «مبادىء الإحصاء» تقوم على أساس استخدام متغير واحد فقط One Variable فإننا لن نحتاج في توضيح المعلومات بالرسم سوى لجزء واحد فقط من أجزاء الرسم السابق وهو الجزء س +، ص + والذي يتمثل في الشكل رقم (٢)

شكل (٢)



ويتم وضع الفئات على المحور السيني، والتكرارات على المحور الصادي وفي العادة يكون تمثيل المعلومات بالرسم على ورق مربعات فتمثل كل فئة بواحد سنتيمتر، وكل تكرار بواحد سنتيمتر أيضاً، لكن ذلك يتغير حسب عدد الفئات وحسب أكبر تكرار في الجدول التكراري من جهة وحسب المساحة التي سيتم توضيح الرسم عليها من جهة أخرى.

طرق توضيح المعلومات بالرسم

هناك عدة طرق يستخدمها الباحثون لتوضيح المعلومات والبيانات التي يحصلون عليها من بحوثهم وهذه الطرق هي:

١ ـ المضلع التكراري Frequency Polygon
٢ ـ المنحنى التكراري Frequency Curve
٣ ـ المدرج التكراري Frequency Histogram
٤ ـ المنحنى المتجمع الصاعد Ascending Cumulative Curve
٥ ـ المنحنى المتجمع النازل Descending Cumulative Curve
٦ ـ المنحنى الاعتدالي النموذجي. Normal Distribution Curve

١ ـ المضلع التكراري

يستخدم نفس الأساس السابق الكلام عنه في رسم المضلع التكراري. ونورد فيما يلي مثالاً لدراسة أجراها أحد الباحثين على مجموعة من تلاميذ التدريب المهني عددهم ٥٠ تلميذاً مهنياً Apprenticeship بهدف قياس مهارة الأصابع Finger dexterity باختبار أوكونر Oconer لمهارة الأصابع:

٥٥ ٦٠ ٦٧ ٥٦ ٦٢ ٦٣ ٥٧ ٦٦ ٥٤ ٥٨

٤٤ ٢٦ ٦١ ٥٥ ٥٧ ٥٨ ٣٢ ٦٤ ٥٩ ٣٠

٤٥ ٤٥ ٥٣ ٤٦ ٣٧ ٦٨ ٢٢ ٣٨ ١٦ ٦٩

٣٥ ٤٢ ٤١ ٣٦ ٥٥ ٦٥ ٤٧ ٦٠ ٤٨ ٣١

٥٠ ٤٣ ٥٠ ٤٠ ٥٢ ٢٧ ٥٣ ١٢ ٥٤ ٤٩

ويوضح الجدول الآتي توزيع هذه الدرجات والتكرار النسبي والتكرار المئوي لهذه الدرجات وذلك تمهيداً لرسم المضلع التكراري .

ف	ع	ك	ك نسبي	ك مئوي
١٠ -	/	١	١/٥٠ = ٠,٠٢	٢٪
١٥ -	/	١	١/٥٠ = ٠,٠٢	٢٪
٢٠ -	/	١	١/٥٠ = ٠,٠٢	٢٪
٢٥ -	//	٢	٢/٥٠ = ٠,٠٤	٤٪
٣٠ -	///	٣	٧/٥٠ = ٠,٠٦	٦٪
٣٥ -	////	٤	١/٥٠ = ٠,٠٨	٨٪
٤٠ -	𝍸	٥	٥/٥٠ = ٠,١٠	١٠٪
٤٥ -	𝍸 /	٦	٦/٥٠ = ٠,١٢	١٢٪
٥٠ -	𝍸 //	٧	٧/٥٠ = ٠,١٤	١٤٪
٥٥ -	𝍸 ////	٩	٩/٥٠ = ٠,١٨	١٨٪
٦٠ -	𝍸 /	٦	٦/٥٠ = ٠,١٢	١٢٪
٦٥ -	𝍸	٥	٥/٥٠ = ٠,١٠	١٠٪
	مجـ ك	٥٠	١,٠٠	١٠٠٪

ولتمثيل المعلومات السابقة في الجدول بيانياً يقوم الباحث بتحديد النواحي الآتية :

١ ـ عدد الفئات وهي في المثال السابق ١٢ اثني عشر فئة .

٢ ـ أكبر تكراز في الجدول هو التكرار ٩ .

ويفيد تحديد هاتين الناحيتين في إعطاء كل فئة أو كل تكرار واحد سنتيمتر أو أكثر من ذلك . أو تمثيل كل تكرارين أو كل ثلاث تكرارات أو كل أربعة تكرارات أو كل خمس تكرارات بواحد سنتيمتر حسب المساحة الموجودة .

الشكل رقم (٣)



ويلاحظ أنه قد اتبع في رسم المضلع التكراري الخطوات الآتية :

١ ـ مثلت الفئات على المحور السيني (ف) والتكرارات على المحور الأفقي (ك) .

٢ ـ مثلت كل فئة بواحد سنتيمتر وكل تكرار بواحد سنتيمتر أيضاً.

٣ ـ وضعت نقطة حولها دائرة فوق منتصف الفئة (مركز الفئة). وأمام التكرار المقابل لهذه الفئة. والسبب في وضع النقطة في مركز الفئـة وليس فوقها مباشرة هو أن التكرار موزع على مدى الفئة كلها.

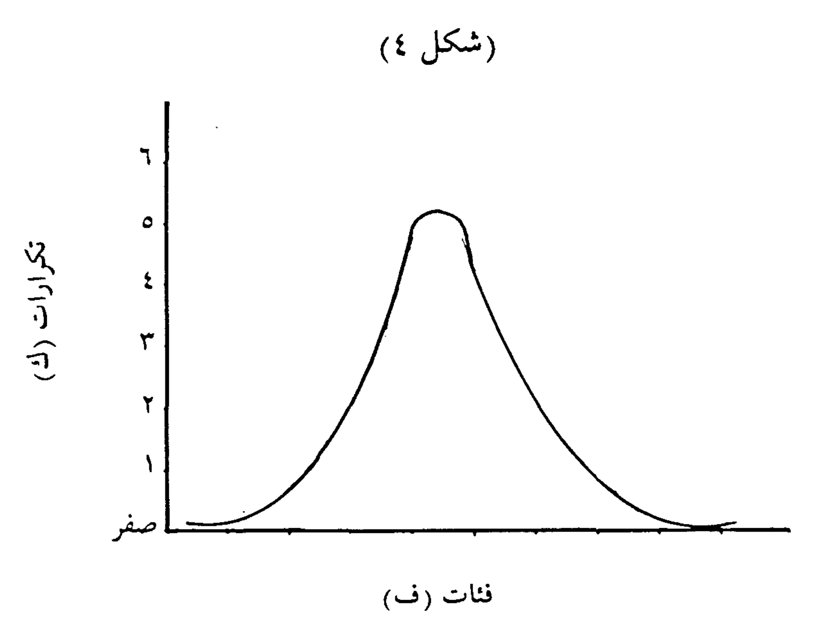
٤ ـ تم توصيل النقطة بعضها بالبعض الآخر بخطوط مستقيمة ابتـداء من الصفر، وتم إسقاط النقطة التي تعبر عن آخر تكرار على الفئة التالية للفئة ٦٥ ـ وهي الفئة ٧٠ ـ .

أ ـ تعديل المضلع التكراري

Smoothing of Polygon

نجد في الشكل (٣) أنه لا يتمشى مع المنحنى الاعتدالي النموذجـي Normal Distribution Curvue أي المنحنى الذي يشبه الجرس تقريبـاً وفيه توجد الأغلبية في الوسط وأقلية في كل من الطرفين كما يتضح في الشكل (٤) التالي:

(شكل ٤)



ب ـ أسباب عدم تطابق المضلع مع المنحنى الاعتدالي :

وينشأ عدم تطابق أو تقارب المضلع التكراري (أو المنحنى المدرج التكراري) من المنحنى الاعتدالي لعيوب في :

أ ـ اختيار العينة Sample التي طبق عليها البحث .

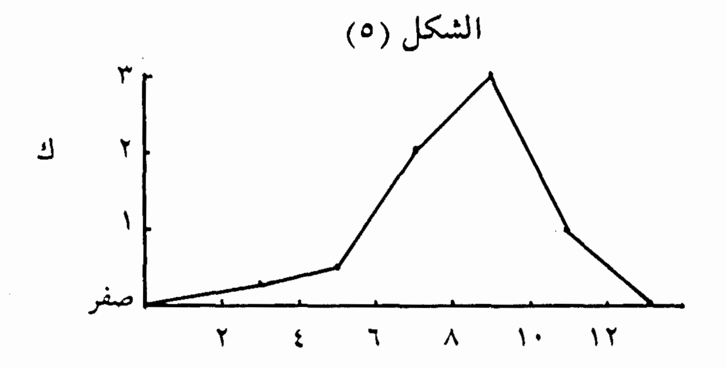
ب ـ الاختبار الذي طبق على أفراد العينة .

جـ ـ طبيعة توزيع الصفة أو السمة أو المهارة أو الاتجاه الذي يتم قياسه .

أ ـ العينة : فبالنسبة للعينة فمن المحتمل أن لا تكون ممثلة Representative تمثيلاً مناسباً للمجتمع الأصلي Population التي اختيرت منه ، ولعدم اتباع القواعد المعروفة في اختيار العينات ، أو لعدم استخدام أحد طرق الاختيار كالطريقة العشوائية Random sample حيث يتوفر فيها عدم التحيز Unbiased ، أو الطريقة المقيدة Controlled Sample والتي تكون فيها العينة مشروطة بشروط وبخصائص معينة ، أو بطريقة العينة الطبقية Stratified Sample.

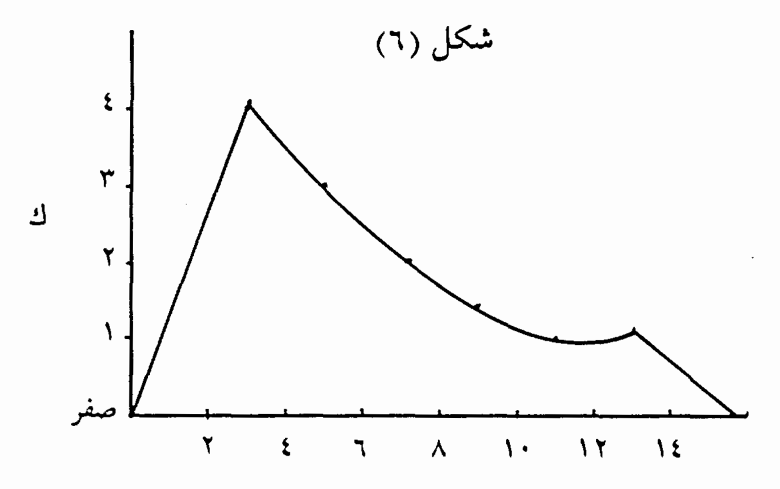
ب ـ الاختبار: أما بالنسبة للاختبار فمن المحتمل أن لا يكون مناسباً لمستوى تعليم وأعمار أفراد العينة فإذا كان الاختبار أقل من مستوى أفراد العينة توقعنا أن يجيب عليه معظم الأفراد إجابات سليمة وقلة منهم هم الذين يفشلون في حل أسئلة الاختبار ويحصلون علي درجات منخفضة ويكون مضلع (أو منحنى أو مدرج) توزيع الدرجات في هذه الحالة ملتوياً نحو القيم الكبيرة ويوصف بأنه سالب الالتواء Negatively Skewod كما في الشكل (٥) .

الشكل (٥)



أما إذ كان الاختبار أعلى من مستوى الأفراد (أي صعباً) فإننا نتوقع أن يحصل عدد قليل منهم على درجات مرتفعة وباقي الأفراد على درجات منخفضة ويكون مضلع توزيع الدرجات في هذه الحالة ملتوياً نحو القيم الصغيرة أي موجب الالتواء Positively Skewed كما في الشكل (٦).

شكل (٦)



جـ - طبيعة الصفة المقاسة: وقد ينشأ العيب في المضلع لأن طبيعة توزيع السمة المقاسة أو الاتجاه المقاس في المجتمع تسير في هذا الاتجاه وعلى هذا النحو. فلو قام باحث بقياس الذكاء لدى مجموعة من ضعاف العقول Mental Defective فإن النتيجة تكون على شكل توزيع تكراري موجب الالتواء كما في الشكل (٤) لأن معظمهم سيحصلون على درجات منخفضة في الذكاء.

جـ ـ استخدام المتوسطات المتحركة في تعديل المضلع .

وبناءاً على ما سبق ، ونظراً لأن الباحث الذي يقوم بإجراء دراسة علمية تقابله كثير من الصعوبات والمعوقات التي تحول دون أن يقوم بضبط شروط وظروف بحثه أو تجربته ضبطاً تاماً ، وخاصة وأن موضوع الدراسة نفسه وهو الإنسان يتغير من حين لآخر، ويعيش في عالم متغير متحرك لا نستطيع أن نصفه بالثبات أو الجمود. لذلك يلجأ الباحث إلى عمل تسوية Smoothing للمضلع وهذه التسوية عبارة عن إجراء تعديل للتوزيع لعزل العيوب التي به من التواءات أو تعدد القمم Multimodal Curve والتي نتجت كما سبق أن قلنا من تدخل عوامل لم يستطع الباحث أو المجرب التغلب عليها أو ضبطها من البداية .

مثال لتعديل المضلع : أجرى باحث اختباراً لقياس القدرة على الفهم لدى مجموعة من الأفراد عددهم ٣٦ ستة وثلاثين فرداً فكانت درجاتهم كما يلي :

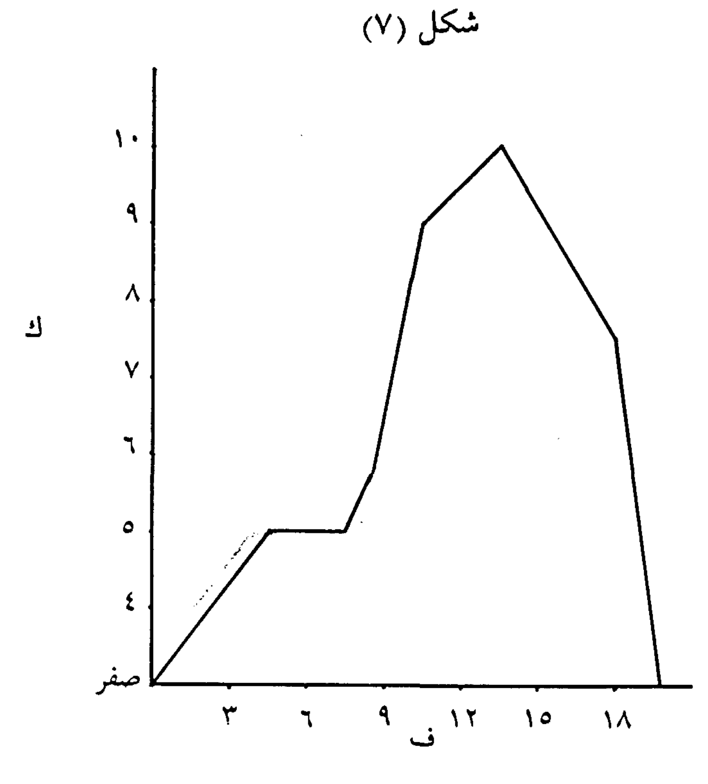
٩	١٠	٧	٦	١٣	١٤	١٥	٧	١٥
١٥	١٣	١٥	٥	١٣	٧	١١	٨	١٠
١٤	١٤	١٤	٣	١٥	٩	١١	٣	١١
١٥	١٥	١٣	٤	١١	١٠	١٣	٤	١٣

وأول ما نقوم بإجرائه هو توزيع القيم السابقة في جدول تكراري ، وذلك بتحديد أدنى قيمة وأعلى قيمة، وأعلى قيمة هنا هي (١٥) وأدنى قيمة هي (٣) . ونحدد مدى للفئة بثلاثة . وبذلك يكون الجدول التكراري لتوزيع الدرجات السابقة كما يلي :

ف	ع	ك
٣ -	𝍸	٥
٦ -	𝍸	٥
٩ -	𝍸 ////	٩
١٢ -	𝍸 𝍸	١٠
١٥ -	𝍸 //	٧
	مجـ ك	٣٦

فلو قمنا بتمثيل الجدول السابق باستخدام المضلع التكراري لوجدناه كما في الشكل الآتي (رقم ٧) ويلاحظ عليه وجود قمتان كما أنه ملتوي التواء موجباً.

شكل (٧)



والأسلوب المستخدم في عملية تعديل المضلع السابق يطلق عليه اسم المتوسطات المتحـركة Runing or moving average وسنقـوم بتـطبيق عملية التعديل هذه على المثال السابق ثم نذكر بعدها مباشرة الخطوات التي سرنا عليها.

ف	ك	المتوسطات المتحركة	ك بعد التعديل
	(صفر)		
(صفر -)	صفر	(صفر + صفر + ٥) / ٣ = ٥ / ٣ =	١,٢ / ٣ = ١,٦٧
-٣	٥	(٥ + صفر + ٥) / ٣ = ١٠ / ٣ =	٣ ١/٣ = ٣,٣٣
-٦	٥	(٥ + ٥ + ٩) / ٣ = ١٩ / ٣ =	٦ ١/٣ = ٦,٣٣
-٩	٩	(٩ + ٥ + ١٠) / ٣ = ٢٤ / ٣ =	٨,٠٠ = ٨
-١٢	١٠	(١٠ + ٩ + ٧) / ٣ = ٢٦ / ٣ =	٨ ٢/٣ = ٨,٦٧
-١٥	٧	(٧ + ١٠ + صفر) / ٣ = ١٧ / ٣ =	٥ ٢/٣ = ٥,٦٧
(-١٨)	صفر	(صفر + ٧ + صفر) / ٣ = ٧ / ٣ =	٧ ١/٣ = ٢,٣٣
	(صفر)		
مجـ	٣٦		٣٦

خطوات التعديل:

١ ـ تم عمل جدول تكراري تركت فيه خانتين في أعلاه وخانتين في أسفله (سطران في أعلى وسطران في أسفل الجدول).

٢ ـ افترض وجود فئة ـ في أول الفئات (صفر ـ) وفئة في نهاية الفئات (١٨ ـ) كما في العمود الأول من الجدول السابق.

وهذا الافتراض قائم على أساس تضمن العينة لأفراد حاصلين على درجات أدنى، وأفراد حاصلين على درجات أعلى مما في التوزيع الناتج عن الدراسة.

٣ ـ تم وضع تكرار قيمته صفراً أمام كل فئة من الفئتين الفرضيتين السابقتين كما في العمود الثاني من الجدول السابق أيضاً.

٤ ـ وضع في بداية ونهاية الجدول تكرارين صفريين آخرين. التكرار الأول قبل تكرار الفئة الفرضية صفر ـ والتكرار الثاني بعد تكرار الفئة الفرضية ١٨ـ.

٥ ـ تم ابتداء من الفئة الفرضية الأولى (صفر ـ) جمع كل ثلاث تكرارات معاً وقسمة حاصل الجمع على ثلاثة وهو عدد التكرارات ويكون خارج القسمة وهو التكرار بعد التسوية فمثلاً في الفئة الأولى:

تم أخذ التكرار المقابل لها (صفر) والتكرار السابق (صفر) والتكرار التالي (٥) كما يلي:

$$\text{الفئة صفر} - = \frac{\text{صفر} + \text{صفر} + ٥}{٣} = \frac{٥}{٣} = ١\frac{٢}{٣} = ١,٦٧$$

ومن الفئة ٣ ـ تم أخذ التكرار المقابل لها مباشرة (٥) والتكرار السابق (صفر) والتكرار التالي لها (٥) كما يلي:

$$\text{الفئة } ٣ - = \frac{٥ + \text{صفر} + ٥}{٣} = \frac{١٠}{٣} = ٣\frac{١}{٣} = ٣,٣٣$$

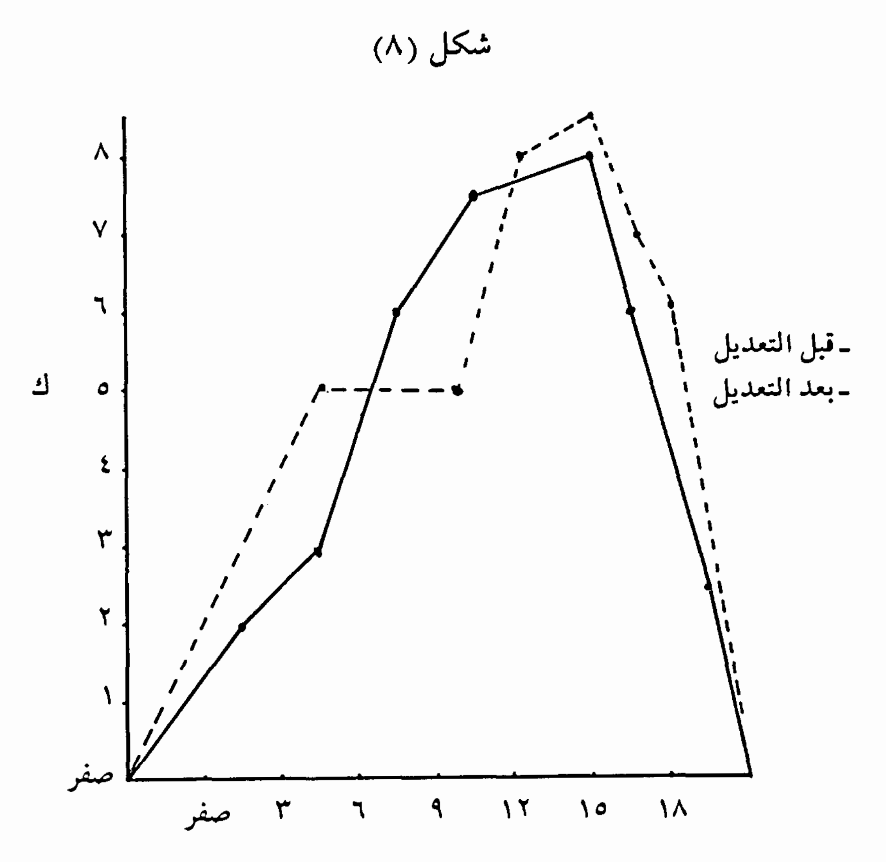
٦ ـ يلاحظ تحويل الكسر الاعتيادي إلى كسر عشري لسهولة التعامل عند جمع التكرارات بعد عملية التسوية. ويتفق عند عملية التحويل هذه أن

يساوي الثلث في خارج القسمة ٠,٣٣ والثلثين ٠,٦٧ ليكملا معاً واحد صحيح.

٧ ـ ويلاحظ أيضاً أن يكون مجموع التكرار بعد التعديل مساوياً للتكرار قبله، ويتم التغاضي عن الفروق الصغيرة.

٨ ـ يُرسم المضلع التكراري للتكرارات قبل وبعد التعديل في شكل واحد شكل رقم (٨) لنستطيع المقارنة بينهما في وقت واحد. ويلاحظ هنا أنه لا بد من عمل حساب مسافات للفئتين الفرضيتين الفئة صفر ـ ، والفئة ١٨ ـ .

شكل (٨)



٩ ـ وهكذا يتبين من شكل (٨) أن المنحنى بعد التعديل قد تخلص من كثير من العيوب الموجودة به كالالتواء وتعدد القمم واقترب من المنحنى الاعتدالي النموذجي.

د ـ المقارنة بين توزيعين تكرارين باستخدام المضلع التكراري :

أحياناً يجري الباحث دراسته على أكثر من مجموعة مثل البنين ، والبنات ، والرجال ، والإناث . . . إلخ . ويحتاج لعقد المقارنات المختلفة بين كل مجموعة وأخرى للكشف عن طبيعة توزيع الدرجات في تلك المجموعات .

ويلجأ الباحث للتوصل إلى ذلك إلى الرسومات البيانية لتعطيه فكرة سريعة عن ذلك أي عن الفرق بين المجموعتين في توزيع الصفة . إلا أن عينات الباحث لا تكون جميعها متساوية العدد ، فهل يعقد مقارنة بين مجموعتين أحدهما عددها ٥٠ خمسون طفلاً والأخرى عددها ٥٠٠ خمسمائة دون أن يجري أي معالجات على التوزيع التكراري لهما؟ وسواء كان ذلك في حالة اختلاف العدد في المجموعتين بين توزيعين تكرارين أم في حالة عدم اختلافه .

وسنرى فيما يلي مثالين للمقارنة بين توزيعين تكرارين في كل حالة من هذه الأحوال :

١ ـ المقارنة بين توزيعين في حالة عدم تساوي مجموع التكرارات :

أجرى باحث اختباراً للذكاء على مجموعتين من البنين والبنات وعدد البنين ٢٥ طالباً ، وعدد البنات ٢٠ طالبة فكان توزيع الدرجات كما في الجدول الآتي :

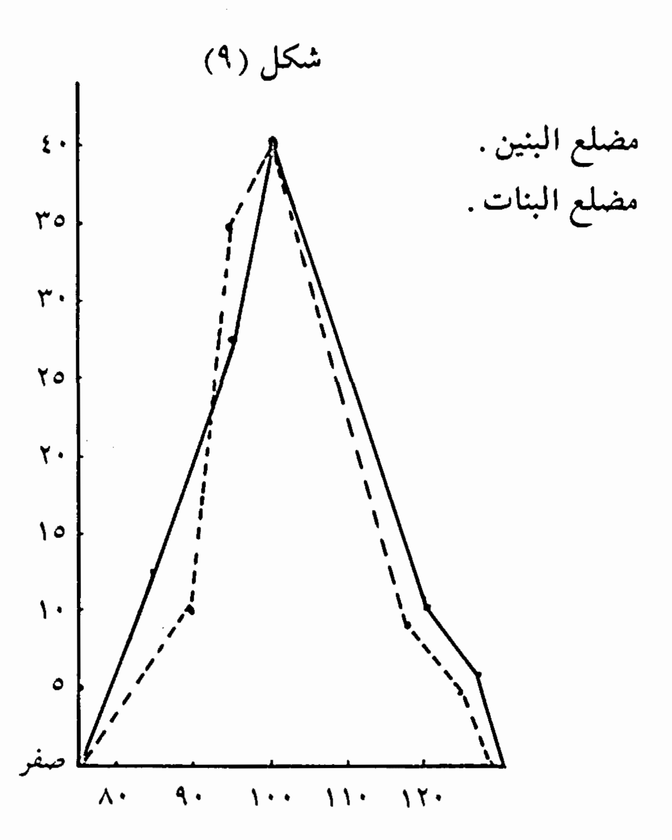
المجموعـة الأولى (بنين)		
ف	ك	ك٪
-٨٠	٣	١٢ = ١٠٠ × ٣/٣٥
-٩٠	٧	٢٨ = ١٠٠ × ٧/٣٥
-١٠٠	١٠	٤٠ = ١٠٠ × ١٠/٣٥
-١١٠	٣	١٢ = ١٠٠ × ٣/٣٥
-١٢٠	٢	٨ = ١٠٠ × ٢/٣٥
مجـك	٢٥	مجـك٪ ١٠٠

المجموعـة الثـانية (بنات)		
ف		ك٪
-١٠	٢	١٠ = ١٠٠ × ٢/٢٠
-٩٠	٧	٣٥ = ١٠٠ × ٧/٢٠
-١٠٠	٨	٤٠ = ١٠٠ × ٨/٢٠
-١١٠	٢	٤٠ = ١٠٠ × ٢/٢٠
-١٢٠	١	٥ = ١٠٠ × ١/٢٠
مجـ ك	٢٠	مجـ ك٪ ١٠٠

ويلاحظ أنه قد تم تحويل التكرارات في المجموعتين إلـى تكرارات مئوية وذلك لكي يتم توحيد مجموع التكرارات فيهما وبعد ذلك تصبح المقارنة بالرسم بين المجموعتين ممكنة.

فيما يلي المضلع التكراري لكل من المجموعتين في رسم واحد وهو الشكل (رقم ٩) ليسهل المقارنة بينهما.

شكل (٩)



٢ ـ المقارنة بين توزيعين في حالة تساوي مجموع التكرارات فيه .

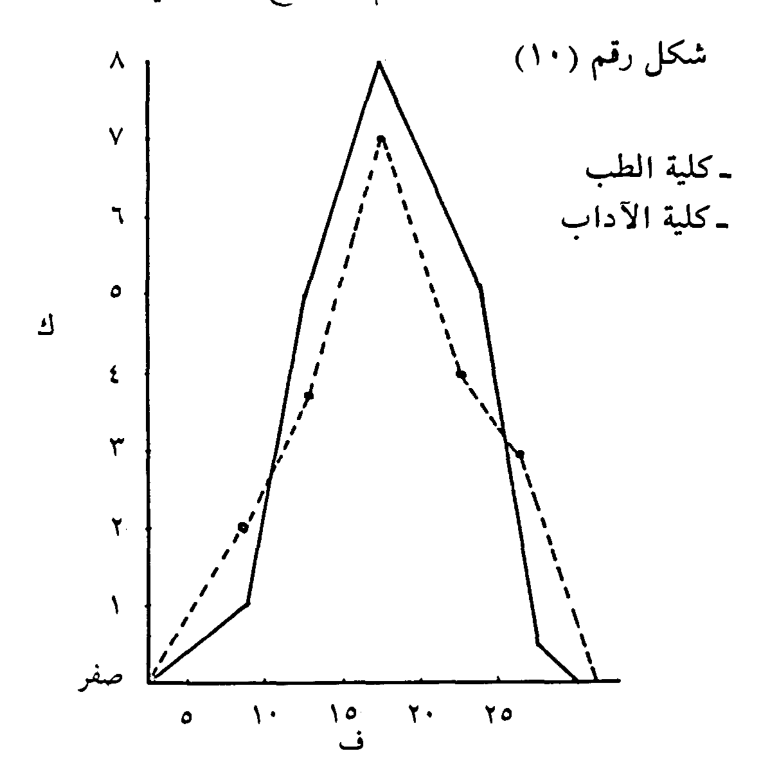
وفي الأحوال التي يجد الباحث نفسه إزاء عقد مقارنة بين مجموعتين متساويتين في مجموع التكرارات (أي في عدد أفراد العينة) فأنه لا يلجأ لتحويل التكرارات إلى تكرارات مئوية كما في الحالة السابقة ، بل يقوم بعقد المقارنة بين المجموعتين ويستحسن أن يكون ذلك في رسم واحد لتسهل عملية المقارنة .

ولتوضيح ذلك الكلام نضرب المثال الآتي :

ففي دراسة على مجموعتين متساويتين من طلبة الطب ، وطلبة كلية الآداب عن اتجاهاتهم نحو شعوب العالم قام الباحث بتوزيع القيم والدرجات التي حصل عليها الطلاب في الجدول التكراري الآتي :

ف	٥ ـ	١٠ ـ	١٥ ـ	٢٠ ـ	٢٥ ـ	مجـ ك
ك طلبة الطب	١	٥	٨	٥	١	٢٠
ك طلبة الآداب	٢	٤	٧	٤	٣	٢٠

ويلاحظ من الجدول السابق أن مجموع التكرارات (مجـ ك) في كل من المجموعتين من الطلبة واحد وهو ٢٠ عشرون وكذلك ـ وكما سبق أن بينا ـ لا يلزم تحويل هذه التكرارات إلى تكرارات مئوية. ويبين الشكل (١٠) المقارنة بين المجموعتين باستخدام المضلع التكراري.



وفي حالة عدم اتفاق المجموعتين في الفئات أي يكون لكل مجموعة فئاتها الخاصة بها كأن يكون للمجموعة الأولى فئات مثل ٢ ـ ، ٤ ـ ، ٦ ـ ، ٨ ـ ، ١٠ ـ وللمجموعة الثانية فئات مثل ٥ ـ ، ١٠ ـ ، ١٥ ـ ، ٢٠ ـ ، ٢٥ ـ

فإنه لا يمكن المقارنة بينهما باستخدام مضلعين في رسم واحد وذلك لأن لكل مجموعة فئات تختلف عن المجموعة الأخرى ويقتضي ذلك عمل مضلع منفصل لكل منهما.

٢ ـ المنحنى التكراري

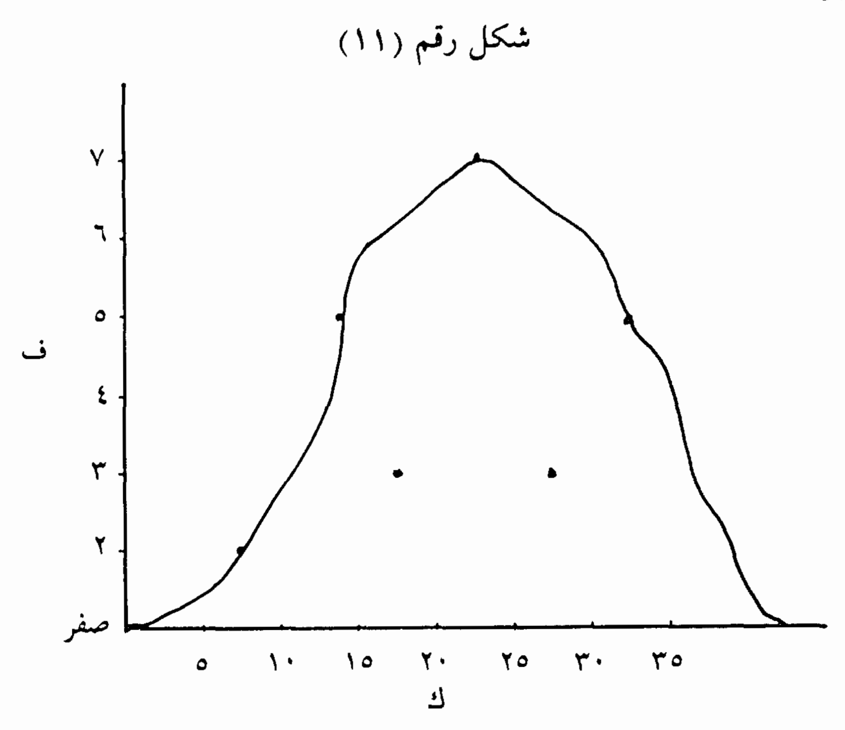
المنحنى التكراري أحد وسائل تمثيل المعلومات والبيانات بالرسم. ولا يختلف المنحنى التكراري عن المضلع التكراري في طريقة رسمه إلا في حالة توصيل النقط الممثلة للتكرارات بعضها بالبعض الآخر. ففي حين يقوم الباحث بتوصيل النقط بعضها ببعض مستخدماً القلم والمسطرة في حالة المضلع التكراري ودون أن يترك أي نقطة من النقط فإنه في حالة المنحنى التكراري يقوم مستخدماً القلم فقط بتوصيل النقط القريبة بعضها ببعض متغاضياً عن النقط البعيدة سواء كانت مرتفعة أو منخفضة. وبطبيعة الحال فإن الخطوط التي يقوم الباحث باستخدامها لتوصيل النقط بعضها ببعض تأخذ شكلاً منحنياً. والهدف من رسم المنحنى التكراري على هذا النحو هو إعطاء شكل التوزيع على وجه العموم وليس بصورة تفصيلية.

وفيما يلي أحد التوزيعات التكرارية لدرجات ٢٥ طالباً في اختبار المفردات.

ف	ك
٥ ـ	٢
١٠ ـ	٥
١٥ ـ	٣
٢٠ ـ	٧
٢٥ ـ	٣
٣٠ ـ	٥
مجـ ك	٢٥

والمنحنى التكراري الذي في الشكل (١١) التالي يمثل التوزيع السابق.

شكل رقم (١١)



ويلاحظ على المنحنى السابق أنه قد تم توصيل التكرارات المقابلة للفئات ٥ ـ ، ١٠ ـ ، ٢٠ ـ ، ٣٠ ـ ولم يتم توصيل التكرارات المقابلة للفئتين ١٥ ـ ، ٢٥ ـ نظراً لأنهما يمثلان نقاطاً منخفضة تؤثر في الشكل العام للمنحنى لو تم توصيلهما بباقي التكرارات.

تعديل المنحنى التكراري:

تتبع أيضاً نفس الطريقة التي اتبعت في **تعديل** المضلع التكراري أي باستخدام المتوسطات المتحركة.

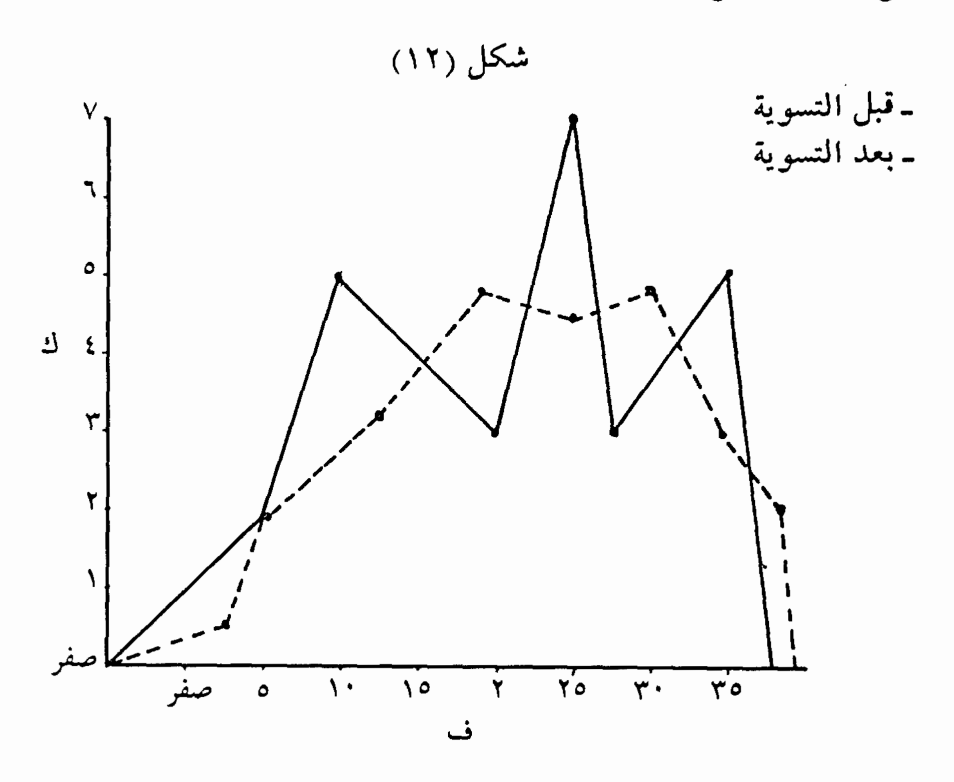
وفيما يلي تعديل المثال السابق:

ف	ك	التسوية بالمتوسطات المتحركة	ك بعد التعديل
	(صفر)		
(صفر -)	صفر	$\frac{\text{صفر + صفر + ٢}}{٣} = \frac{٢}{٣} =$	٠,٦٧
٥ -	٢	$\frac{\text{٢ + صفر + ٥}}{٣} = \frac{٧}{٣} =$	٢,٣٣
١٠ -	٥	$\frac{٣ + ٢ + ٥}{٣} = \frac{١٠}{٣} =$	٣,٣٣
١٥ -	٣	$\frac{٧ + ٥ + ٣}{٣} = \frac{١٥}{٣} =$	٥,٠٠
٢٠ -	٧	$\frac{٣ + ٣ + ٧}{٣} = \frac{١٣}{٣} =$	٤,٣٣
٢٥ -	٣	$\frac{٥ + ٧ + ٣}{٣} = \frac{١٠}{٣} =$	٥,٠٠
٣٠ -	٥	$\frac{\text{صفر + ٣ + ٥}}{٣} = \frac{٨}{٣} =$	٢,٦٧
(٢٥ -)	صفر	$\frac{\text{صفر + ٥ + صفر}}{٣} = \frac{٥}{٣} =$	١,٦٧
(صفر)	(صفر)		
مجـ ك	٢٥		٢٥,٠٠

ويلاحظ اتباع نفس القواعد التي سبق اتباعها في تعديل المضلع التكراري كما يلاحظ أن مجموع التكرارات بعد التعديل هو نفسه مجموع التكرارات قبل التعديل مما يشير إلى صحة ودقة عملية حساب التعديل باستخدام المتوسطات المتحركة.

وفيما يلي الشكل (١٢) الذي يمثل المنحنى التكراري للتوزيع السابق قبل وبعد التعديل .

شكل (١٢)



ب ـ المقارنة بين توزيعين باستخدام المنحنى في حالة عدم تساوي مجموع التكرارات :

ويحدث أحياناً عدم تساوي مجموع التكرارات سواء أكان ذلك في المضلع أو المنحنى أو المدرج عندما يكون الباحث مثلاً بصدد إجراء دراسة عن الفروق بين الأطفال الريفيين والأطفال الحضريين Rural and urban Children في المعلومات العامة General Information (أحد اختبارات الذكاء الفرعية) . ولنفترض مثلاً أنه بدأ بدراسة الأطفال الريفيين وعددهم ٢٥ خمسة وعشرين طفلاً ثم قام بعد ذلك بدراسة الأطفال الحضريين ، فإن عليه عند القيام بدراسة هؤلاء الأطفال (الحضريين) أن يختارهم من نفس

مستـوى العمـر والتعليم والمستـوى الاقتصـادي الاجتماعـي Socio-economic للأطفال الـريفيين . وفـي مثـل هذه الأحـوال لا يستـطيع الباحث أن يجد عدداً من الأطفال الحضـريين بنفس مستـوى عمـر وتعليم ومستوى اقتصادي الأطفال الريفيين . فيصبح لديه في نهاية الأمر ٢٥ طفـلاً ريفياً ، ٢٠ عشرين طفلاً حضرياً (من المدنيين) وعندما يطبق عليهم اختبار المعلومات العامة هذا يكون لديه بعد تصـحيح الاختبـار Test Scoring ٢٥ خمسـة وعشـرين قيمـة أو درجـة خام Raw Score هـي درجـات الأطفـال الريفيين ، ٢٠ عشرين قيمة أو درجة خام هي درجات الأطفال الحضريين .

ويمثـل الجـدول التـكراري الآتـي توزيع درجـات مجمـوعتين من الأطفال على اختبار المعلومات العامة .

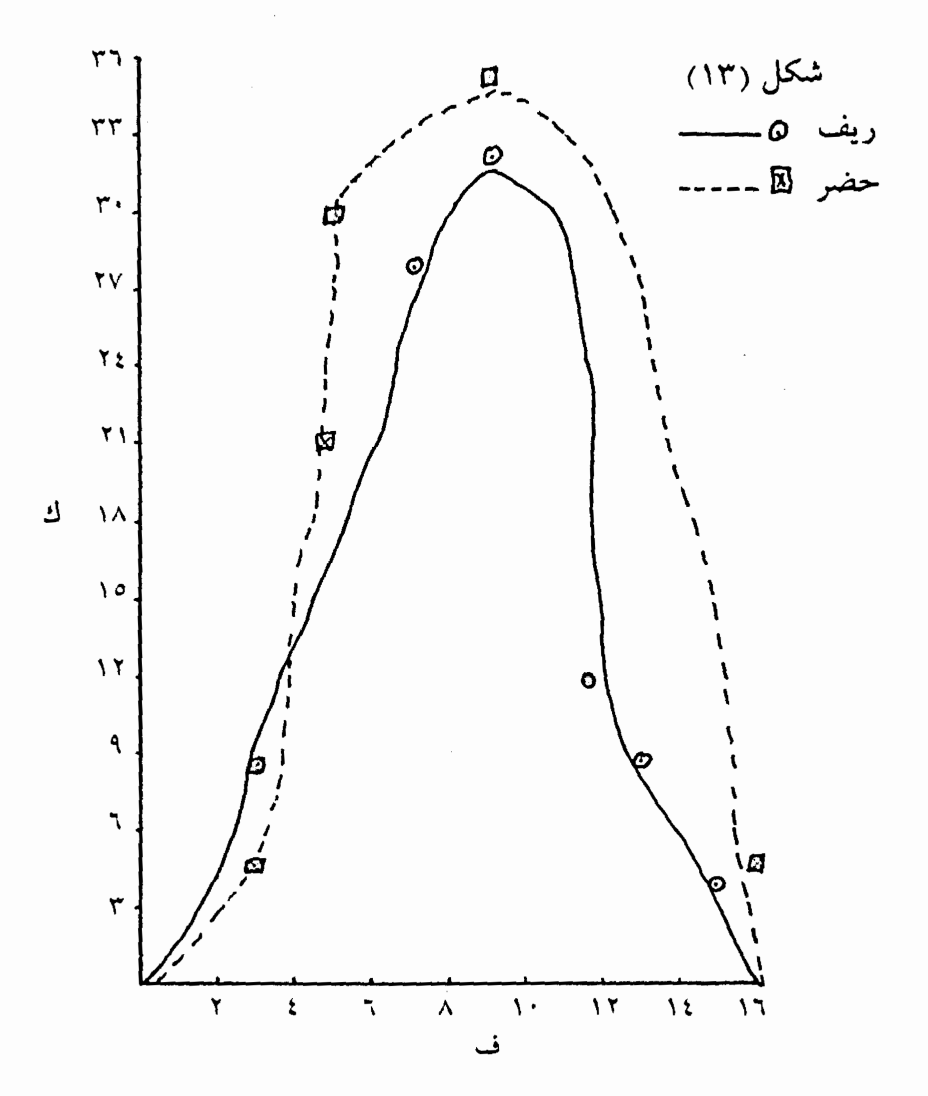
ف	تكرار الأطفال الريفيين	تكرار الأطفال الحضريين
٢ ـ	٢	١
٤ ـ	٢	٦
٦ ـ	٧	٤
٨ ـ	٨	٧
١٠ ـ	٣	صفر
١٢ ـ	٢	١
١٤ ـ	١	١
مجـ ك	٢٥	٢٠

ولكي نستطيع المقارنـة بين هاتين المجمـوعتين باستخـدام المنحنـى التكراري ، نقـوم أولاً بتحـويل تكرار كل مجموعـة لتـكرارات مئـوية وذلك لتوحيد مجموع التكرارات فيهما .

وفيما يلي الجدول الذي يمثل التكرارات الأصلية والتكرارات المئوية للمجموعتين :

ف	تكرارات الأطفال الريفيين	التكرارات المئوية للريفيين	تكرارات الأطفال الحضريين	التكرارات المئوية للحضريين
٢ -	٢	٨	١	٥
٤ -	٢	٨	٦	٣٠
٦ -	٧	٢٨	٤	٢٠
٨ -	٨	٣٧	٧	٣٥
١٠ -	٣	١٢	صفر	٠٠
١٢ -	٢	٨	١	٥
١٤ -	١	٤	١	٥
مجـ ك	٢٥	١٠٠	٢٠	١٠٠

وفيما يلي المنحنى التكراري (شكل ١٣) الذي يمثل التوزيعين التكرارين لمجموعتي الأطفال الريفيين والأطفال الحضريين والتكرارات الممثلة على المحور الصادي والتكرارات المئوية . وسنمثل كل ١سم (واحد سنتيمتر) بخمس تكرارات .



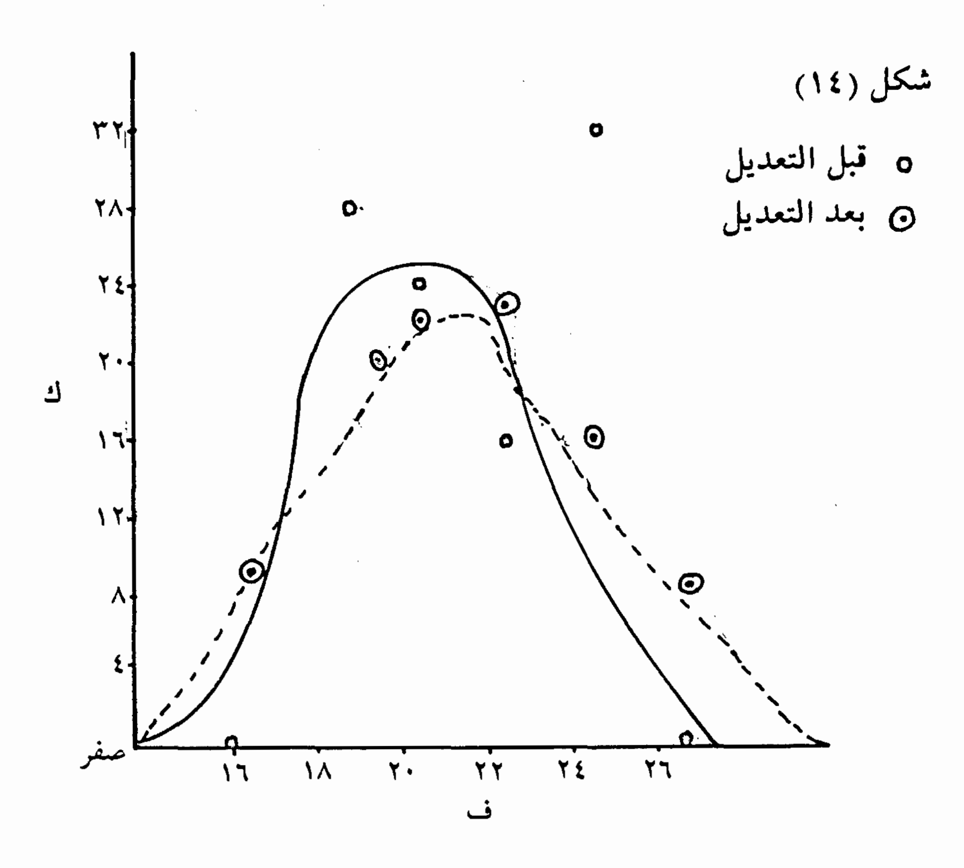
ويلاحظ على هذا الرسم أن المنحنى الخاص بالأطفال الريفيين قد تغاضينا عند توصيل النقط الممثلة للتكرارات عن التكرارات المئوية المقابلة للفئات ٤ ـ ، ١٠ ـ وفي المنحنى الخاص بالأطفال الحضريين قد تغاضينا عند توصيل النقط الممثلة للتكرارات عن التكرارت المئوية المقابلة للفئات ٦ ـ ، ١٢ ـ ، وبالنسبة للأطفال الريفيين تغاضينا عن التكرارات المئوية المقابلة للفئات ٤ ـ ، ١٠ ـ . وليس خاف على أذهاننا أن تلك النقط الممثلة للتكرارات والتي تغاضينا عنها عند رسم المنحنى راجعة إلى عيوب تتمثل أما

في الاختبار، أو في اختبار العينة، أو أنه راجع لطبيعة السمة نفسها. ولذلك فإنه من الممكن إجراء تسوية لهذه التكرارت المئوية.

جـ - **تعديل التكرارات المئوية**: كما سبق أن تبين في الفقرة السابقة من وجود عيوب في المنحنى التكراري المئوي كما يحدث في المنحنى التكراري (قبل تحويل تكراراته لتكرارات مئوية) وكما سبق أن تبين لنا أيضاً أنه في هذه الأحوال يتم عمل تعديل للمنحنى التكراري فإنه من الممكن أيضاً عمل تعديل للتكرارات المئوية وفيما يلي جدول تكراري يمثل توزيع أعمار ٢٥ طالباً من طلبة قسم العمارة بكلية الهندسة والتكرارات المئوية والمتوسطات المتحركة لهذه التكرارات المئوية.

ف	ك	ك ٪ مئوي	متوسطات متحركة التعديل	ك ٪ بعد التعديل
		(صفر)		
(-١٦)		صفر	$\frac{\text{صفر} + \text{صفر} + ٢٨}{٣} = ٩\frac{١}{٣}$	٩,٣٣
-١٨	٧	٢٨	$\frac{٢٨ + \text{صفر} + ٢٤}{٣} = \frac{٥٢}{٣} = ١٧\frac{١}{٣}$	١٧,٣٣
-٢٠	٦	٢٤	$\frac{٢٤ + ٢٨ + ١٦}{٣} = \frac{٦٨}{٣} = ٢٢\frac{٢}{٣}$	٢٢,٦٧
-٢٢	٤	١٦	$\frac{١٦ + ٢٤ + ٣٢}{٣} = \frac{٧٢}{٣} = ٢٤$	٢٤,٠٠
-٢٤	٨	٣٢	$\frac{٢٢ + ١٦ + \text{صفر}}{٣} = \frac{٤٨}{٣} = ١٦$	١٦,٠٠
(-٢٦)		صفر	$\frac{\text{صفر} + ٣٢ + \text{صفر}}{٣} = \frac{٣٢}{٣} = ١٠,٦٧$	١٠,٦٧
		(صفر)		
مجـ ك	٢٥	١٠٠	مجـ ك مئوي بعد التسوية	١٠٠,٠٠

وفيما يلي المنحنى التكراري شكل (١٤) للتكرارات المئوية قبل وبعد التعديل:



ويلاحظ في الرسم الموجود بشكل (١٤) أنه قد تم التغاضي عن التكرارات المقابلة للفئتين ١٨ - ، ٢٤ - عند رسم منحنى التكرارات المئوية قبل التسوية.

د - المقارنة بين توزيعين باستخدام المنحنى في حالة تساوي مجموع التكرارات:

يتم رسم المنحنى مباشرة دون تحويل التكرارات إلى تكرارات مئوية كما يمكن رسم منحنى التوزيعين معاً في رسم واحد إذا كانا متفقين في الفئات أي لهما نفس الفئات أما إذا كان كل توزيع له فئاته الخاصة به سواء من حيث المدى أو العدد فإنه من الضرورة عمل كل توزيع خاص. ويبين التوزيعين التكرارين التاليين توزيع درجات مجموعتين من عمال النسيج

على أحد اختبارات تمييز الألوان Color Discrimination Test وعدد العمال في كل مجموعة ٤٠ عاملاً وهما مختلفان في عدد الفئات وفي مدى الفئة :

ف	ك
٥ -	١
١٠ -	١
١٥ -	١٨
٢٠ -	١٥
٢٥ -	٣
٣٠ -	٣
مجـ ك	٤٠

ف	ك
٣ -	٢
٦ -	١
٩ -	١٥
١٢ -	١١
١٥ -	١٠
١٨ -	١
مجـ ك	٤٠

ويتم رسم المنحنى التكراري لهاتين المجموعتين كما سبق أن ذكرنا كما أنه من الممكن عمل تسوية لتكرارات كل مجموعة باستخدام المتوسطات المتحركة .

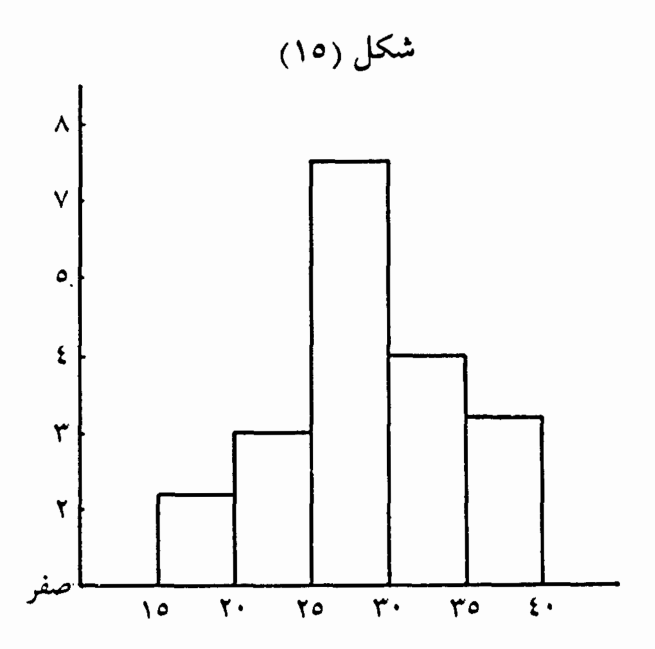
٣ - المدرج التكراري

يختلف المدرج التكراري عن كل من المنحنى والمضلع التكراري في أنه في حين يكون تمثيل التكرار في كل من المنحنى والمضلع بنقطة في مركز الفئة فإنه في المدرج يمثل التكرار بمستطيل يرسم على الفئة كلها من بدايتها إلى نهايتها .

فيما يلي جدول تكراري لتوزيع مستوى الأداء في العمل لدى مجموعة من الموظفين الكتابيين Clerical Employess عددهم ٢٠ عشرين موظفاً :

ف	ك
١٥ ـ	٢
٢٠ ـ	٣
٢٥ ـ	٨
٣٠ ـ	٤
٣٥ ـ	٣
مجـ ك	٢٠

شكل (١٥)



أ ـ تعديل المدرج التكراري: يتم التعديل (كما في المنحنى والمضلع) باستخدام المتوسطات المتحركة. وفيما يلي توزيع تكراري لدرجات مجموعة من الأحداث الجانحين عددهم ٢٠ جانحاً على اختبار الاكتئاب.

ف	ك
٣ -	٢
٤ -	٣
٦ -	٢
٨ -	٦
١٠ -	٢
١٢ -	٥
مجـ ك	٢٠

وواضح من التوزيع السابق وجود ثلاث قمم مرتفعة وقمتين منخفضتين أما القمم المرتفعة فهي التكرارات المقابلة للفئات ٤ - ، ٨ - ، ١٢ - .

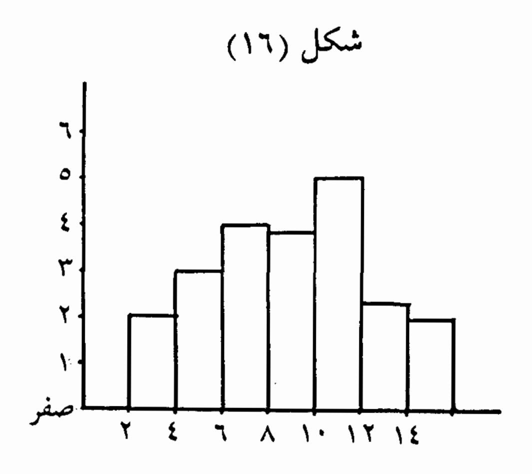
أما القمم المنخفضة فهي التكرارات المقابلة للفئات ٦ - ، ١٠ - .

ولما كانت هذه الارتفاعات والانخفاضات المتمثلة في التكرارات تمثل عيوباً في التوزيع راجع للعينة أو للاختبار . . . إلخ . وجب على الباحث عمل تسوية لها للتخلص منها . وفيما يلي تسوية لهذه التكرارات بالمتوسطات المتحركة :

ف	ك	المتوسطات المتحركة	ك معدل
	(صفر)		
(صفر -)	صفر	(صفر + صفر + ٢) / ٣ = ٢/٣ = ٢/٣	٠,٦٧
٢ -	٢	(٢ + صفر + ٣) / ٣ = ٥/٣ = ١ ٢/٣	١,٦٧
٤ -	٣	(٣ + ٢ + ٢) / ٣ = ٧/٣ = ٢ ١/٣	٢,٣٣
٦ -	٢	(٢ + ٣ + ٦) / ٣ = ١١/٣ = ٣ ٢/٣	٣,٦٧
٨ -	٦	(٦ + ٢ + ٢) / ٣ = ١٠/٣ = ٣ ١/٣	٣,٣٣
١٠ -	٢	(٢ + ٦ + ٥) / ٣ = ١٣/٣ = ٤ ١/٣	٤,٣٣
١٢ -	٥	(٥ + ٢ + صفر) / ٣ = ٧/٣ = ٢ ١/٣	٢,٣٣
(١٤ -)	صفر	(صفر + ٥ + صفر) / ٣ = ٥/٣ = ١ ٢/٣	١,٦٧
	صفر		
مجـ	٢٠		٢٠,٠٠

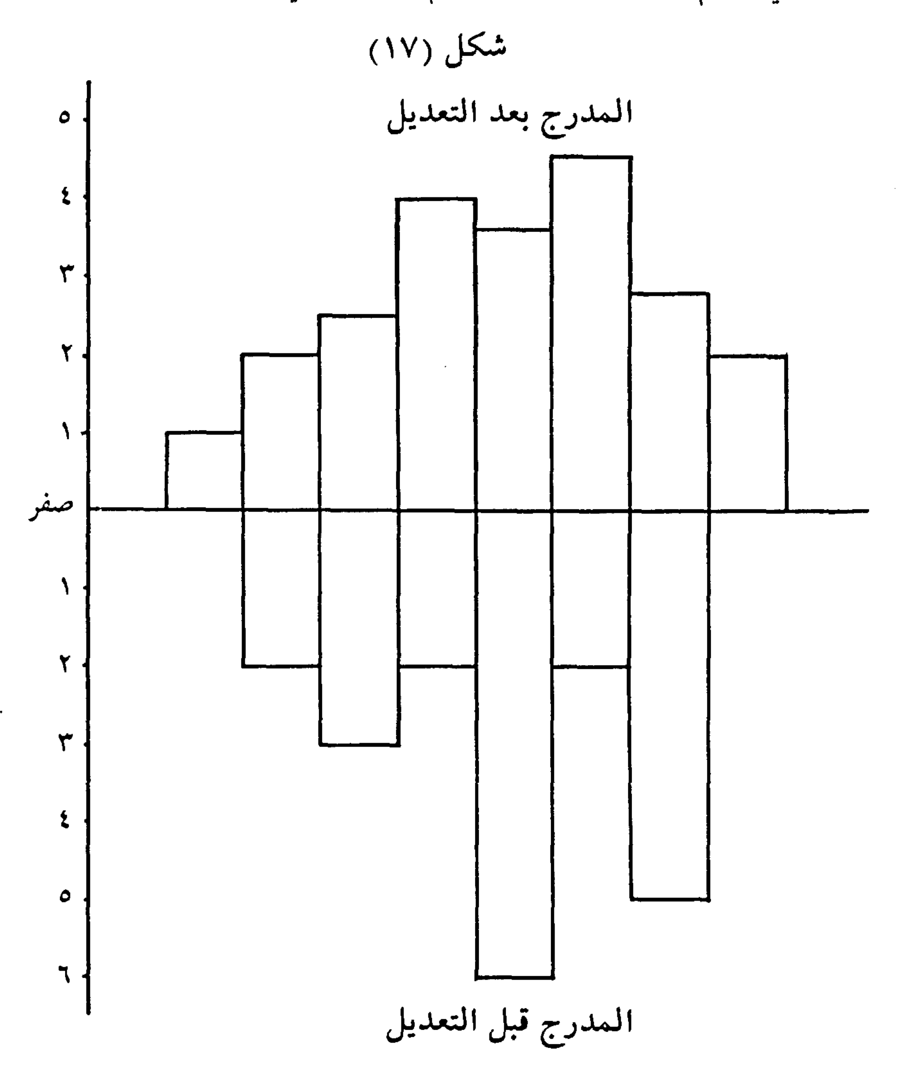
ويبين الرسم التالي المدرج التكراري بعد التعديل شكل (١٦):

شكل (١٦)



وفي حالة المدرج التكراري يكون من الصعب رسم المدرج قبل وبعد التسوية في رسم واحد إلا إذا استخدم الباحث في ذلك الألوان أو التظليل

شكل (١٧)



بلون للمدرج قبل التسوية وبلون آخر للمدرج بعد التسوية. ولذلك يقترح البعض أن يكون رسم المدرجين (قبل وبعد التسوية) في رسم واحد على أن يكون أحدهما في جهة والآخر في جهة ثانية ويوضح الرسم الذي في الشكل (١٧) ذلك الكلام.

ب ـ المقارنة بين توزيعين بالمدرج التكراري في حالة عدم تساوي التكراري.

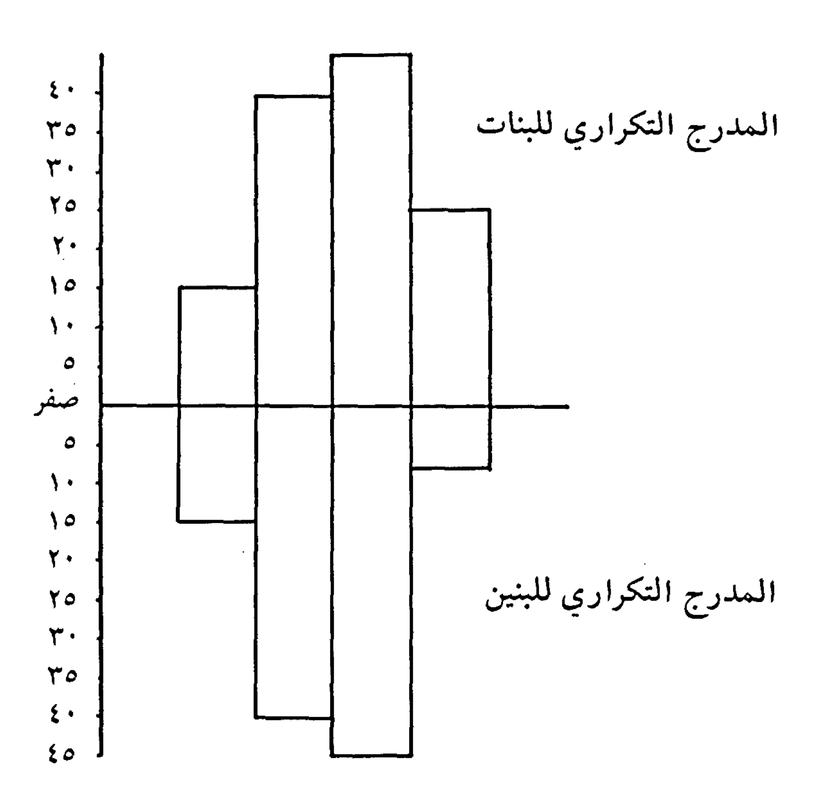
في هذه الحالة يتم تحويل التكرارات إلى تكرارات مئوية وبعد ذلك يمكن المقارنة بين التوزيعين في رسم واحد كما في شكل (١٥).

وفيما يلي توزيعين تكراريين لمجموعتين من الأطفال الذكور والأناث من حيث التعاون في مجال اللعب Cooperation وعدد مجموعة الذكور ٢٠ ومجموع الأناث ٢٥.

ف	ك بنات	ك بنين	ك ٪ بنات	ك ٪ بنين
٥ ـ	٣	٢	١٢	١٠
١٠ ـ	٧	٩	٢٨	٤٥
١٥ ـ	١٠	٨	٤٠	٤٠
٢٠ ـ	٥	١	٢٠	٥
المجموع	٢٥	٢٠	١٠٠	١٠٠

وفيما يلي المدرجين التكراريين لتوزيع درجات البنين والبنات في السلوك التعاوني شكل (١٦).

شكل (١٨)



ويلاحظ أننا في الرسم السابق شكل (١٨) قد مثلنا كل خمس تكرارات بواحد سنتيمتر.

جـ ـ المقارنة بين توزيعين بالمدرج التكراري في حالة تساوي التكرارات:

يتم مباشرة تمثيل التوزيعين في رسم واحد كما في الشكل (١٦) من التكرارات الأصلية.

٤ ـ توضيح التكرار المتجمع الصاعد «بالرسم»

يمكن تمثيل التكرار المتجمع الصاعد في رسم بياني باستخدام المضلع أو المنحنى التكراري بحيث يشير المحور السيني للحدود العليا

للفئات ويشير المحور الرأسي للتكرار المتجمع الصاعد.

وفيما يلي أحد التوزيعات التكرارية التي توضح درجات مجموعة من الأناث على أحد الاختبارات السوسيومترية Sociometric Test

ف	ك	الحدود العليا للفئات	ك متجمع صاعد
١٠ - ١٤	٢	١٤,٥	٢
١٥ - ١٩	٤	١٩,٥	٦
٢٠ - ٢٤	٧	٢٤,٥	١٣
٢٥ - ٢٩	٨	٢٩,٥	٢١
٣٠ - ٣٤	٦	٣٤,٥	٢٧
٣٥ - ٣٩	٣	٣٩,٥	٣٠
المجموع	٣٠		

ويوضح الشكل الآتي المضلع المتجمع الصاعد لهذا التوزيع شكل (١٩).

شكل (١٩)

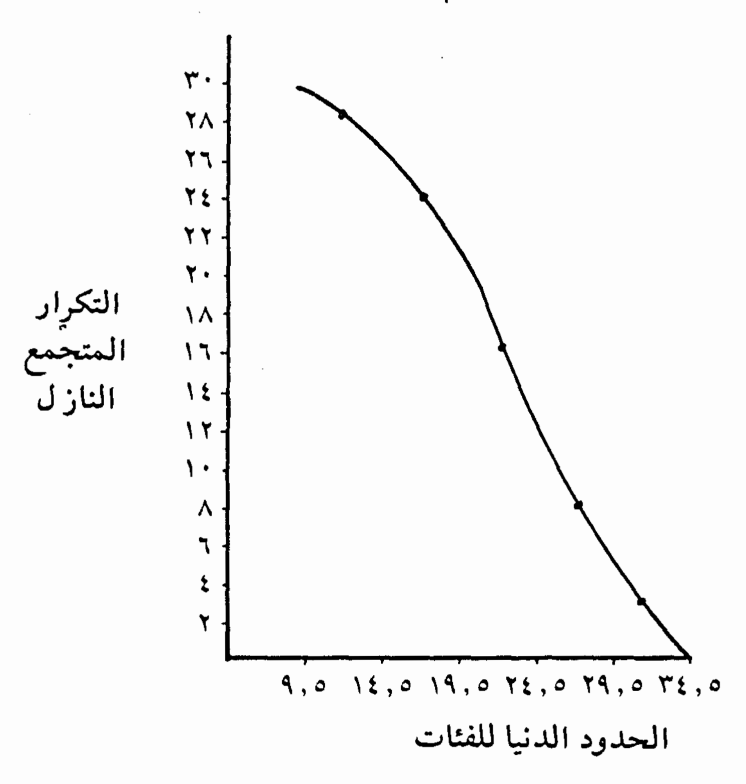
٥ - اتوضيح التكرار المتجمع النازل «بالرسم»

ويمكن تمثيل التكرار المتجمع النازل أيضاً في رسم بياني باستخدام المضلع أو المنحنى التكراري. ويتم ذلك بعد حساب الحدود الدنيا للفئات وللتكرار المتجمع النازل. ويمثل الجدول التالي المتجمع النازل للمثال السابق (درجات مجموعة الأناث على الاختبار السوسيومتري).

ف	ك	الحدود الدنيا للفئات	التكرار المتجمع النازل
١٠ - ١٤	٢	٩,٥	٣٠
١٥ - ١٩	٤	١٤,٥	٢٨
٢٠ - ٢٤	٧	١٩,٥	٢٤
٢٥ - ٢٩	٨	٢٤,٥	١٧
٣٠ - ٣٤	٦	٢٩,٥	٩
٣٥ - ٣٩	٣	٣٤,٥	٣
المجموع	٣٠		

ويمثل الرسم التالي شكل (٢٠) المضلع المتجمع النازل للتكرار المتجمع النازل في الجدول السابق.


شكل رقم (٢٠)



أسئلة للمراجعة العامة للجزء السابق

١ ـ فيما يلي درجات خمسين تلميذاً من تلاميذ التدريب المهني على اختبار الاستدلال الميكانيكي Mechanical Reasoning .

١٢	٦	١١	١٥	١٣
٨	١٠	٩	٣	٦
٦	٢٠	١٨	١٨	٨
١٥	١٥	١٧	٢	١٧
١٤	١٧	٩	١٤	١٩
١٢	٨	٥	١١	٢٠

١٩ ١١ ١٤ ١٠ ١٥

صفر ١٣ ٦ ٩ صفر

٥ ١٦ ١٧ ١٧ ١٢

١٩ ١٠ ١٦ ١٦ ٧

والمطلوب توزيع الدرجات السابقة في جدول تكراري مدى الفئة فيه ٣. ثم إعادة توزيع نفس هذه الدرجات في جدول تكراري آخر مدى الفئة منه ٤.

٢ ـ يمثل الجدول التكراري الآتي درجات مجموعة من العاملات في مصنع تغليف علب الحلوى على اختبار السرعة اليدوية Manual Speed.

ف	ك
١٠ ـ	٦
١٥ ـ	٩
٢٠ ـ	١٠
٢٥ ـ	٥
المجموع	٣٠

والمطلوب :

أ ـ تعديل التوزيع السابق.

ب ـ رسم المضلع التكراري قبل وبعد التعديل.

جـ ـ حساب التكرار النسبي.

د ـ حساب التكرار المئوي.

٣ ـ فيما يلي توزيع الدرجات لمجموعة العمال قبل وبعد التدريب على

اختبار لقياس التآزر بين اليدين : Two Hand Co-ordination .

التوزيع قبل التدريب		التوزيع بعد التدريب	
ف	ك	ف	ك
١٠ ـ	٧	١٢ ـ	٥
١٥ ـ	٨	١٧ ـ	٥
٢٠ ـ	١٢	٢٢ ـ	١٥
٢٥ ـ	١٠	٢٧ ـ	٩
٣٠ ـ	٩	٣٢ ـ	١٠
٣٥ ـ	٢	٣٧ ـ	٣
٤٠ ـ	٢	٤٢ ـ	٣
المجموع	٥٠	المجموع	٥٠

والمطلوب :

أ ـ رسم المضلع التكراري للتوزيع قبل التدريب .
ب ـ رسم المدرج التكراري للتوزيع بعد التدريب .
جـ ـ عدل التوزيع قبل وبعد التدريب باستخدام المتوسطات المتحركة .

٤ ـ يمثل التوزيع التكراري الآتي درجات ٢٥ خمسة وعشرين شخصاً على اختبار الذكاء العملي : Performance Intelligence.

ف	٧٥ـ	٨٠ـ	٨٥ـ	٩٠ـ	٩٥ـ	مجـ
ك	٣	٥	١٠	٤	٣	٢٥

والمطلوب :

أ ـ حساب نسبة الأفراد الذين تقل درجاتهم عن ٨٤,٥ باستخدام التكرار المتجمع الصاعد.

ب ـ حساب نسبة الأفراد الذين تزيد درجاتهم عن ٧٩,٥ باستخدام التكرار المتجمع النازل.

جـ ـ إرسم المنحنى المتجمع الصاعد للتوزيع السابق.

د ـ إرسم المنحنى المتجمع النازل للتوزيع السابق.

٥ ـ فيما يلي درجات مجموعتين من تلاميذ المدارس على اختبار الشخصية أحداهما لتلاميذ المدارس الأميرية والأخرى لتلاميذ المدارس الخاصة. وعدد تلاميذ المدارس الأميرية ٣٠ ثلاثين. وعدد تلاميذ المدارس الخاصة ٢٠ عشرين.

تلاميذ (مدارس أميرية)		
٦	٥	١٥
٥	٩	١٦
١٠	٢٠	٢١
١٥	١٨	١٤
٧	١٦	١٣
٨	٤	٩
٩	٧	٦
٣	٨	١١
١١	١٢	١٠
١٣	١٣	٠٥

تلاميذ (مدارس خاصة)	
٦	١٧
١٠	١٥
٢٥	١٦
١١	١٤
١٤	١٣
٧	٦
٨	٦
٦	١٠
٥	١١
١٠	١٢

والمطلوب :

أ ـ المقارنة بين توزيع درجات المجموعتين .
ب ـ تعديل التوزيع لدرجات المجموعتين .
جـ ـ رسم المدرج التكراري لدرجات تلاميذ المدارس الأميري .
د ـ رسم المنحنى التكراري لدرجات تلاميذ المدارس الخاصة .

٦ ـ فيما يلي أعمار ٥٠ خمسين شخصاً أجرى عليهم أحد الباحثين دراسة سيكولوجية .

والمطلوب : عمل جدول تكراري لهذه الأعمار ثم تمثيل هذا الجدول بطريقتين من طرق الرسم .

شهر	سنة	شهر	سنة	شهر	سنة	شهر	سنة	شهر	سنة
٧	٥	٣	٢	٢	٣	٢	٣	-	٣
٣	٥	٤	٣	-	٣	٦	٥	٧	٤
٩	٦	٤	٤	٩	٥	٥	٦	٥	٥
٦	٢	٨	-	-	٥	٨	٥	٤	٣
٧	٣	٦	٤	٦	-	-	٧	٦	٥
٩	٥	٤	٥	١	٣	١١	٦	١١	٣
٣	٤	١	٣	٧	٤	١٠	٦	٧	٤
٤	٢	١	٤	٦	٦	٩	٣	٣	٣
-	٤	٧	٤	٤	٥	١	٤	١٠	٥
٤	٣	٢	٥	٨	٥	١٠	٥	٨	٦

خامساً
مقاييس النزعة المركزية
CENTERAL TENDENCY M.

تبين من خلال الجزء السابق كيف استطاعت الإحصاء عن طريق توزيع الدرجات أو القيم في جداول تكرارية وتمثيل هذه التوزيعات التكرارية بالرسم أن تمد الباحث بكثير من الخصائص والصفات التي تتميز بها هذه الدرجات، والتي تعكس أيضاً بمجرد النظر مدى دقة البحث أو الدراسة التي تم عملها والمتمثلة في:

١ ـ اختيار العينة أي هل أختار الباحث العينة التي أجرى عليها بحثه بأحد الطرق العلمية المعروفة في اختيار العينات أم كان اختياره لها يعتمد على أسلوبه الشخصي والذاتي Subjective .

٢ ـ الاختبار أو الآداة المستخدمة أي هل استخدم الباحث الأداة التي أجرى عليها الكثير من المعالجات بحيث أصبحت مناسبة لمستوى عمر ولمستوى تعليم العينة التي يجري عليها الدراسة أم استخدم أداة Tool صالحة للأطفال على الكبار أو استخدم أداة صالحة للكبار على الأطفال، من ناحية ثانية استخدم أداة صالحة للمتعلمين على الأميين؟

ولا تقتصر حاجة الباحث من الدرجات الخام عند هذا الحد، كما أن ما تقدمه الإحصاء يتعدى مجرد توزيع الدرجات في جداول تكرارية وتمثيلها

بالرسم إلى تلخيص هذه الدرجات جميعاً وتركيزها في درجة أو قيمة واحدة تغني وتعبر عن كل قيم ودرجات المجموعة. ويطلق على تلك الأساليب التي تمد الباحث بهذه القيمة بالمتوسطات Averages أو القيم المركزية أو النزعة المركزية Central Tendency ومن هذه الأساليب:

١ ـ المتوسط الحسابي (أو الوسط الحسابي) Arithematic Mean

٢ ـ الوسيط (أو الأوسط) Median

٣ ـ المنوال (أو الشائع) Mode

ولهذه الأساليب قيمة تطبيقية في حياة الإنسان فلا تكاد تخلو حياته من الأرقام فصاحب المصنع يحتاج لمعرفة متوسط إنتاج مصنعه اليومي خلال الشهر فيقوم بجمع إنتاج كل يوم من أيام الشهر وقسمة الناتج على ثلاثين يوماً (أو ٢٨ أو ٣١) حيث يفيده ذلك في مقارنة متوسط إنتاج هذا الشهر بالشهر السابق أو الأسبق فيعرف من خلال المقارنة هل حدثت زيادة في إنتاج هذا الشهر أم حدث انخفاض فيبحث في سببه ويقوم بعمل الإجراءات التي تساعد على عدم تكرار ذلك.

١ ـ المتوسط الحسابي (أو الوسط الحسابي)

يعرف البعض المتسوط الحسابي لمجموعة من الدرجات أو القيم بأنه القيمة التي لو وزعت على كل فرد من أفراد العينة لكان مجموع هذه القيم هو المجموع الحقيقي للقيم الأولى. ويعرفه البعض الآخر بأنه متوسط عدد من القيم هو خارج قسمة مجموع هذه القيم على عددها. فلو كان لدينا عشرة أفراد طبقنا عليهم اختباراً للذكاء وكانت درجات هؤلاء الأفراد العشرة هي:

٧٥ ـ ٦٠ ـ ١٠٠ ـ ١٠٥ ـ ٩٠ ـ ٨٥ ـ ٧٠ ـ ١١٠ ـ ١٢٠ ـ ٨٠

فإننا نقوم بجمع هذه الدرجات (٨٩٥) وقسمة الناتج على عشرة

(فيكون المتوسط $\frac{٨٩٥}{١٠٠}$= ٨٩,٥) كما يلي :

ويرمز للمتوسط الحسابي (٨٩,٥) بالرمز «م» .

ويرمز لمجموع القيم (٨٩٥) بالرمز مجـ س .

ويرمز لعدد القيم (١٠) بالرمز ن .

ويكون المتوسط الحسابي على أساس ذلك م = $\frac{مجـ س}{ن}$

وهناك ثلاث طرق للحصول على المتوسط الحسابي هي :

١ ـ الطريقة العادية أو الشائعة .

٢ ـ طريقة مراكز الفئات .

٣ ـ الطريقة المختصرة .

أ ـ الطريقة الشائعة أو العادية

وهي الطريقة التي نستخدمها في حياتنا اليومية وهي التي سبق الكلام عنها ، ونسوق مثالاً آخر عليها فلو فرض أن القيم الآتية تمثل الإنتاج اليومي خلال أسبوع لمجموعة من عمال الصلب :

١٢ ـ ١٥ ـ ٢١ ـ ٧ ـ ١٣ ـ ٨

فيكون مجموع هذه القيم هو :

١٢ + ١٥ + ٢١ + ٧ + ١٣ + ٨ = ٧٦

ويكون المتوسط الحسابي لهذه القيم هو :

٧٦ ـ ٦ = ١٢,٦٧

أي أن مجـ س = ٧٦

، ن = ٦

، م = ١٢,٦٧

ب ـ طريقة مراكز الفئات

الطريقة السابقة «الشائعة» هي التي نستخدمها في حياتنا اليومية عندما نكون بصدد عدد قليل من القيم كما في الأمثلة السابقة. لكن الحياة اليومية تتميز بالأعداد الكبيرة من الأفراد والأعداد الكبيرة من معدلات الإنتاج . . . إلخ. بحيث لو استخدمنا فيه مع هذه الأعداد الكبيرة الطريقة العادية حدثت الكثير من الأخطاء. ولنا أن نتوقع أن يقوم صاحب مصنع بقسمة مجموع إنتاج مصنعه خلال العالم على عدد أيام السنة وهو ٣٦٥ يوماً، أو بقسمة مجموع إنتاج العمال (بعد جمعه) على عدد العمال البالغ عددهم ألفين من العمال مثلاً. ولا يتوقف الأمر على احتمال وقوعه في الأخطاء بل أن هذه الطريقة وما تتطلبه من جمع وقسمة تستغرق وقتاً طويلاً وجهداً مضنياً يتنافى مع ما يقدمه لنا العلم من اقتصاد في الوقت والجهد.

وتقوم طريقة مراكز الفئات أساساً على توزيع القيم في جدول تكراري، فلو فرض وطبقنا اختباراً من اختبارات الشخصية على ٥٠ شخصاً وكانت درجاتهم على النحو الآتي:

٣٢	٢٥	٣٨	١٥	١٧
٢٢	٣٢	٣٠	٢٩	٢٧
١٨	٢٨	٢٢	٣٦	٢٢
٢٨	٤٦	٨	٤٥	٤٥
١٥	٣٤	٥	٤٤	٢٧
٢١	٢٨	٣٧	٢٥	٣٧
٣٨	٢٥	٢٥	٣٤	١٩
٤٢	٤٩	٤٩	١٩	٣٥
٣٨	٣٥	٢٧	٢٤	٢٣
٢٢	٢٣	١٤	٢٧	١٦

فإننا نقوم بتوزيع هذه القيم في جدول تكراري كما يلي :

ف	ك	س	س × ك
٥ ـ	٢	٧,٥	١٥
١٠ ـ	١	١٢,٥	١٢,٥
١٥ ـ	٧	١٧,٥	١٢٢,٥
٢٠ ـ	٨	٢٢,٥	١٨٠,٠
٢٥ ـ	١٢	٢٧,٥	٣٣٠,٠
٣٠ ـ	٥	٣٢,٥	١٦٢,٥
٣٥ ـ	٨	٣٧,٥	٣٠٠,٠
٤٠ ـ	٢	٤٢,٥	٨٥,٠
٤٥ ـ	٥	٤٧,٥	٢٣٧,٥
	٥٠		١٤٤٥,٠

وتتلخص الخطوات التي يتم بها الحصول على المتوسط الحسابي بهذه الطريقة فيما يلي :

١ ـ توزيع القيم في جدول تكراري.

٢ ـ الحصول على مراكز الفئات (س) ويتم ذلك بجمع الفئة الأولى + الفئة الثانية وقسمة الناتج على اثنين (في المثال السابق : $\frac{٥ + ١٠}{٢}$ = ٧,٥) ليتم الحصول على مركز الفئة الأولى وللحصول على مركز الفئة الثانية يكون أما بجمع الفئة الثانية + الفئة الثالثة وقسمة الناتج على اثنين كما في الفئة الأولى أو بإضافة مدى الفئة (وهي هنا = ٥) على مركز الفئة السابقة فمثلاً مركز الفئة الأولى = ٧,٥ فيكون مركز الفئة الثانية ٧,٥ + ٥ = ١٢,٥ وهكذا مراكز باقي الفئات.

٣ ـ يتم ضرب مراكز الفئات في التكرارات (س × ك) أي ضرب مركز كل فئة في تكرارها فمثلاً مركز الفئة الأولى ٧,٥ وتكرار هذه الفئة ٢ فيكون س × ك = ٢ × ٧,٥ = ١٥ وهكذا.

٤ ـ نقوم بحساب مجـ س × ك وذلك بجمع ناتج ضرب مراكز الفئات في التكرارات (١٤٤٥).

٥ ـ نقوم بتطبيق القانون الآتي:

$$\text{م} = \frac{\text{مجـ س × ك}}{\text{مجـ ك}} = \frac{١٤٤٥}{٥٠} = ٢٨,٩$$

أي أن متوسط درجات المجموعة (٥٠ شخصاً) على اختبار الشخصية هو ٢٨,٩ درجة.

جـ ـ الطريقة المختصرة

لاحظنا ما تنطوي عليه طريقة مراكز الفئات أيضاً من صعوبات تتمثل في عملية ضرب التكرارات في مراكز الفئات، وما بكل من مراكز الفئات (س) وضرب مراكز الفئات في التكرارات من كسور تعرض الباحث لكثير من الأخطاء سواء في الجمع أو الضرب. ولذلك فإن حساب المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة تغني الباحث من الوقوع في مثل هذه الأخطاء فيتم الحصول عليه بسهولة وبسرعة. وتقوم هذه الطريقة على أساس الانحراف الفرضي فتفرض مركزاً صفرياً في منتصف التوزيع التكراري يزيد واحد صحيح في اقترابها من النهاية الكبرى للتوزيع وتقل في كل خطوة واحد صحيح في اقترابها من النهاية الصغرى للتوزيع. ثم يتم ضرب الانحراف الفرضي في التكرارات. وبالنسبة للتوزيع التكراري في المثال السابق تتم العمليات الآتية على هذا الجدول كما يتبين لنا فيما يلي:

ف	ك	حَ	كحَ
٥ ـ	٢	-٤	-٨
١٠ ـ	١	-٣	-٣
١٥ ـ	٧	-٢	-١٤
٢٠ ـ	٨	-١	-٨
٢٥ ـ	١٢	صفر	صفر
٣٠ ـ	٥	+١	+٥
٣٥ ـ	٨	+٢	+١٩
٤٠ ـ	٢	+٣	+٠٦
٤٥ ـ	٥	+٤	+٢٠
المجموع	٥٠		-٣٣ +٤٧ +١٤

ويتبع ما يلي في الحصول على المتوسط الحسابي بالطريقة المختصرة.

١ ـ حساب الانحراف الفرضي أو الفرض الصفري ويرمز له بالرمز ح وذلك كما سبق أن بينا وهو وضع صفر في منتصف التوزيع يزيد واحد صحيح في اقترابه من النهاية الكبرى للتوزيع ويتضح ذلك إذا نظرنا للانحراف الفرضي + ١ نجد أنه يقابل الفئة ٣٠ ـ والانحراف الفرضي + ٢ نجد أنه يقابل الفئة ٣٥ ـ . . . وهكذا. وينخفض الانحراف الفرضي واحد صحيح في اقترابه من النهاية الصغرى للتوزيع ويتضح ذلك إذا نظرنا للانحراف الفرضي ـ ١ نجد أنه يقابل الفئة ٢٠ ـ والانحراف الفرضي ـ ٢ يقابل الفئة ١٥ ـ . . . وهكذا. ولعلنا نتذكر أن الانحراف الفرضي هذا مشابه لمحاور تمثيل

البيانات بالرسم البياني فمثلاً المحور السيني أو المحور الصادي نجد أنه يتخذ له وسطاً مقداره صفر ثم يتزايد تزايداً موجباً في جهة وينقص تناقصاً سالباً في جهة أخرى كما نرى في الرسم الآتي:

صفر

٥ - ٤ - ٣ - ٢ - ١ - ١ + ٢ + ٣ + ٤ + ٥ +

٢ ـ ضرب كل انحراف فرضي في التكرار المقابل له لتحصل على ك حَ

٣ ـ جمع حاصل ضرب الانحراف الفرضي في التكرارات وفي هذه الخطوة سنجد لدينا مجموعتين من الدرجات أحدهما ذا إشارات سالبة (وهو ضرب الانحراف الفرضي السالب في التكرارات) والآخر ذا إشارات موجبة. وفي هذه الحالة يتم جمع كل مجموعة على حدة ثم يطرح الصغير من الكبير وتكون إشارة حاصل الجمع حسب إشارة المجموع الكبير فلو كان مجموع النواقص - ٢٠ ومجموع الزوائد + ١٥ كان الناتج - ٥ ولو كان مجموع الزوائد + ٢٠ ومجموع النواقص - ١٧ لكان الناتج + ٣ ولو كان مجموع النواقص مساوي لمجموع الزوائد كان الناتج صفراً.

٤ ـ نقوم بعد ذلك بتطبيق القانون الآتي:

$$\text{م} = \text{مركز الفئة الصفرية} \pm \frac{\text{مجـ ك ح/}}{\text{مجـ ك}} \times \text{ف}$$

حيث أن:

م = المتوسط الحسابي

$$\text{مركز الفئة الصفرية} = \frac{\text{الفئة المقابلة للصفر + الفئة التي بعدها}}{٢} =$$

$$\text{وهي في المثال السابق} = \frac{٢٥ + ٣٠}{٢} = \frac{٥٥}{٢} \quad ٢٧,٥$$

مجـ ك حَ = مجموع ضرب التكرارات في الانحراف الفرضي.

مجـ ك = مجموع التكرارات.

ف = مدى الفئة.

± = تتحدر هذه الإشارة حسب إشارة الناتج في عمود مجـ ك ح.

(٢) الوسيط (أو الأوسط)

يعرف الوسيط Median بأنه الدرجة التي تقع في وسط (منتصف) توزيع درجات مجموعة الأفراد. أو هو الدرجة التي يكون موقعها في منتصف المجموعة تماماً بين ترتيب هذه الدرجات فيكون قبلها نصف عدد الدرجات ويكون بعدها النصف الباقي لعدد الدرجات. فلو كان لدينا مجموعة من الأفراد عددهم خمسة طبق عليهم اختباراً لقياس القدرة العددية Numerical ability وكانت درجاتهم على هذا الاختبار هي: ٦ ـ ٥ ـ ٩ ـ ٨ ـ ١٣ فإننا نقوم بترتيب هذه الدرجات بطريقتين على النحو الآتي:

تصاعدياً: ٥ ـ ٦ ـ ٨ ـ ٩ ـ ١٣.

فيكون الوسيط ٨ لأنه يقع في الوسط تماماً وعدد الدرجات التي قبله (٥، ٦) نصف عدد الدرجات، وعدد الدرجات التي بعده (٩، ١٣) هي النصف الآخر.

أو تنازلياً: ١٣ ـ ٩ ـ ٨ ـ ٦ ـ ٥

فيكون الوسيط ٨ لأنه يقع في الوسط تماماً أيضاً.

وسنذكر فيما يلي كيفية حساب الوسيط من القيم الخام ومن الجدول التكراري ومن الرسم باستخدام التكرار المتجمع الصاعد والنازل المئويين.

أ ـ حساب الوسيط من القيم الخام:

١ ـ في حالة الأعداد الفردية:

أي عندما يكون عدد العينة التي يجري عليها الباحث دراسته فردية كأن

يكون قد أجرى بحثه على ثلاثة أفراد أو خمسة أو سبعة أو ٩ أو ١١ أو ١٣ أو ١٥ أو ١٧ أو ١٩ أو ٢١ . . . وهكذا.

مثال:

أجرى باحث دراسة على مجموعة من سبعة أطفال لمعرفة القدرة على التذكر لديهم وكانت أعمارهم:

٧ - ٩ - ٥ - ١١ - ١٣ - ٩ - ٧

ولحساب وسيط هذه الدرجات نقوم بترتيبها ترتيباً تصاعدياً أو تنازلياً. كما سبق أن بينا على النحو الآتي:

٥ - ٧ - ٧ - ٩ - ٩ - ١١ - ١٣

فيكون حساب الوسيط كالآتي:

$$\text{رتبة و} = \frac{\text{ن} + ١}{٢}$$

حيث و = الوسيط، ن = عدد القيم أو درجات الأفراد أي عدد أفراد العينة.

١ = أي أن الدرجات فردية ليكن رتبة الوسيط حسب ذلك:

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{٧ + ١}{٢} = ٤$$

أي أن رتبة الوسيط هي الدرجة الرابعة أي الدرجة ٩

٢ - في حالة الأعداد الزوجية:

ويكون ذلك عندما يقوم الأخصائي بإجراء دراسته على عينة من الأفراد عددهم زوجي أي فردين أو أربعة أفراد أو ٦ أو ٨ أو ١ أو ١٢ أو ١٤ أو ١٦ أو ١٨ وهكذا.

مثال :

أجريت دراسة على عينة من العمال عددهم عشرة وكانت أجورهم كما يلي :

٢٠ ـ ١٣ ـ ٩ ـ ٢٥ ـ ١٧ ـ ١٩ ـ ١٥ ـ ٢١ ـ ٢٤ ـ ١٨ .

فيكون ترتيب هذه الأجور ترتيباً تصاعدياً كما يلي :

٩ ـ ١٣ ـ ١٥ ـ ١٧ ـ ١٨ ـ ١٩ ـ ٢٠ ـ ٢١ ـ ٢٤ ـ ٢٥

وبالنظر للدرجات السابقة نجد أن هناك قيمتين في الوسط هما ١٨ ، ١٩ يسبقهما نصف الدرجات ٩ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٧ ويجيء بعدهما النصف الباقي من الدرجات ٢٠ ، ٢١ ، ٢٤ ، ٢٥ ويمكن تحديد رتبة القيمتين اللتين في الوسط على النحو الآتي :

رتبة القيمة الأولى = $\frac{ن}{٢}$ = وهي في المثال السابق = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥

أي القيمة التي يكون ترتيبها الخامس وهي القيمة ١٨ .

رتبة القيمة الثانية = $\frac{ن + ٢}{٢}$ = $\frac{١٢}{٢}$ = ٦

أي القيمة التي يكون ترتيبها السادس وهي القيمة ١٩ .

وبعد ذلك يمكن حساب الوسيط كما يلي :

$$\text{الوسيط} = \frac{\text{مجموع القيمتين اللتين في الوسط}}{٢}$$

وبالتعويض في المثال السابق :

$$\text{الوسيط} = \frac{١٨ + ١٩}{٢} = \frac{٣٧}{٢} = ١٨,٥$$

ب ـ حساب الوسيط في الجدول التكراري :

ويتم ذلك عندما يكون البحث الذي أجري ذا أعداد كبيرة ويكون

الاحتمال كبيراً للوقوع في الخطأ إذا استخدمت الطريقة السابقة، هذا بالإضافة إلى صعوبة تطبيقها. وفي مثل هذه الأحوال (الأعداد الكبيرة) لا بد من توزيع الدرجات في جدول تكراري فلو فرض وكان لدينا جدولاً تكرارياً التوزيع درجات مجموعة من الأفراد عددهم خمسين على اختبار للتوتر كما يلي:

ف: ٥ـ ١٠ـ ١٥ـ ٢٠ـ ٢٥ـ ٣٠ـ

ك: ٣ ١٤ ١٠ ٩ ١٢ ٢

فإنه يلزم إيجاد التكرار المتجمع الصاعد لإكمال الجدول تمهيداً للحصول على الوسيط.

ف	ك	تكرار متجمع صاعد
٥ـ	٣	٣
١٠ـ	١٤	١٧
١٥ـ	١٠	٢٧
٢٠ـ	٩	٣٦
٢٥ـ	١٢	٤٨
٣٠ـ	٢	٥٠
	٥٠	

وتحسب رتبة الوسيط كما يلي = $\frac{\text{مجـ ك}}{٢}$ = أي $\frac{٥٠}{٢}$ = ٢٥

ويكون حساب الوسيط باستخدام القانون الآتي:

و = الحد الأدنى للفئة الوسيطية +

رتبة الوسيط ـ تكرار متجمع صاعد للفئة قبل الوسيطية × مدى الفئة
تكرار الفئة الوسيطية.

حيث أن:

و = الوسيط

الحد الأدنى للفئة الوسيطية = وهي الفئة التي يقع فيها التكرار المتجمع الصاعد لرتبة الوسيط فمثلاً رتبة الوسيط في المثال السابق = ٢٥ وموقعها في التكرار المتجمع الصاعد بين التكرار المتجمع الصاعد ١٧، ٢٧ أي أن الحد الأدنى للفئة الوسيطية هو ١٥ ـ

رتبة الوسيط = مجموع التكرارات مقسومة على اثنين

تكرار متجمع صاعد للفئة قبل الوسيطية = أي التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الوسيطية فالفئة قبل الوسيطية في التكرار السابق هي الفئة ١٠ ـ والتكرار المتجمع الصاعد المقابل لها هو ١٧.

تكرار الفئة الوسيطية = التكرار الأصلي المقابل للفئة الوسيطية فإذا كانت الفئة الوسيطية هي ١٥ ـ فإن تكرارها هو ١٠.

مدى الفئة = وهو في هذا المثال يساوي ٥.

وبالتعويض من القانون في المثال السابق:

$$\text{و} = ١٥ + \frac{٢٥ - ١٧}{١٠} \times ٥ = ١٥ + \frac{٨}{١٠} \times ٥$$

$$= ١٥ + \frac{٤٠}{١٠} = ١٥ + ٤ = ١٩$$

أي أن قيمة الوسيط = ١٩

جـ - حساب الوسيط عن طريق الرسم:

ويمكن حساب الوسيط بالرسم وذلك بحساب التكرار المتجمع النازل والتكرار المتجمع الصاعد.

مثال:

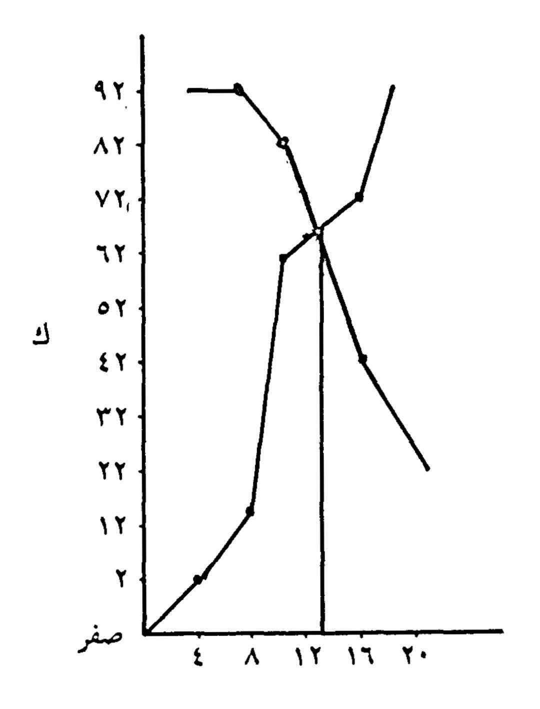
أجريت دراسة على ٤٠ أربعين شخصاً لمعرفة اتجاهاتهم نحو الحرب والسلام فكانت درجاتهم موزعة كما يلي:

ف	ك	تكرار متجمع صاعد	تكرار متجمع صاعد نسبي	تكرار متجمع صاعد مئوي
٤ -	١	١	,٠٢	٢
٨ -	٥	٦	,١٤	١٤
١٢ -	١٣	١٩	٠,٦٢	٦٢
١٦ -	١٠	٢٩	٠,٧٢	٧٢
٢٠ -	١١	٤٠	١,٠٠	١٠٠
	٤٠			

ويكون التكرار المتجمع المئوي النازل لهذا التوزيع هو:

تكرار متجمع نازل مئوي	تكرار متجمع نازل نسبي	تكرار متجمع نازل	ف	ك
١٠٠	١,٠٠	٤٠	١	٤ -
٩٧	٠,٩٧	٣٩	٥	٨ -
٨٥	٠,٨٥	٣٤	١٣	١٢ -
٥٢	٠,٥٢	٢١	١٠	١٦ -
٢٧	٠,٢٧	١١	١١	٢٠ -
			٤٠	

ويتم رسم المنحنى لكل من التكرار المئوي الصاعد والتكرار المئوي النازل كما يلي:



وبطبيعة الحال فإن قيمة الوسيط تتحدد بإسقاط خط على محور الفئات عند تلاقي المضلع التكراري المئوي الصاعد مع المضلع التكراري المئوي النازل، وتكون قيمة الوسيط عند النقطة التي يقع عندها الخط الساقط في محور الفئات وبطبيعة الحال فإن قيمة الوسيط عن طريق الرسم لا تكون بنفس دقة حسابه عن طريق الجدول التكراري كما في ثانياً.

(٣) المنوال Mode

المنوال هو أكثر القيم التي تحصل على أكبر تكرار، وعلى ذلك يعتبر المنوال أكثر الدرجات شيوعاً. وهناك طريقتين للحصول على المنوال الأولى حسابية من الجدول التكراري والثانية عن طريق الرسم:

وهناك طريقتين للحصول على المنوال الأولى بصورة حسابية من الجدول التكراري والثانية عن طريق الرسم:

أ ـ حساب المنوال من الجدول التكراري:

ويتم ذلك عن طريق تحديد أكبر تكرار في الجدول وتكون الفئة المقابلة له هي الفئة المنوالية. وبعد ذلك يتم تطبيق القانون الخاص بذلك.

مثال:

ويتضح لنا الكلام السابق من خلال تطبيقه على أحد الأمثلة.

ف	ك	تحديد التكرارات المستخدمة في حساب المنوال
٥ ـ	٣	
١٠ ـ	٧	تكرار الفئة قبل المنوالية
١٥ ـ	١٢	أكبر تكرار تقابله الفئة المنوالية ١٥ ـ
٢٠ ـ	٨	تكرار الفئة بعد المنوالية
٢٥ ـ	٥	

وللحصول على قيمة المنوال بعد ذلك يتم تطبيق القانون الآتي :

$$\text{المنوال} = \text{الحد الأدنى للفئة المنوالية} + \text{مدى الفئة} \times \frac{\text{تكرار الفئة بعد المنوالية}}{\text{مجموع تكراري الفئة قبل وبعد المنوالية}}$$

وبالتعويض عن القانون السابق في المثال السابق أيضاً تصبح قيمة المنوال هي :

$$\text{المنوال} = ١٥ + ٥ \times \frac{٨}{٧ + ٨} = ١٥ + \frac{٤٠}{١٥} = ١٥ + ٢,٦٦$$

$$= ١٧,٦٦ .$$

ب ـ حساب المنوال عن طريق الرسم :

ويمكن حساب المنوال عن طريق الرسم باستخدام المدرج التكراري أيضاً ويوضح لنا المثال التالي هذا الكلام:

مثال :

ف	ك	تحديد التكرارات المستخدمة في حساب المنوال
٣-	٥	
٦-	٦	تكرار الفئة قبل المنوالية
٩-	٧	تكرار الفئة المنوالية
١٢-	٦	تكرار الفئة بعد المنوالية
١٥-	٣	

وتكون الخطوات التي تتبع للحصول على المنوال من المدرج التكراري هي :

١ ـ نقوم برسم تكرار الفئة المنوالية وتكرار الفئة التي قبلها والتي بعدها فَقط.

٢ ـ نقوم بإيصال الطرف الأيمن لقمة الفئة قبل المنوالية بالطرف الأيمن لقمة الفئة المنوالية وذلك بمد خط بينهما.

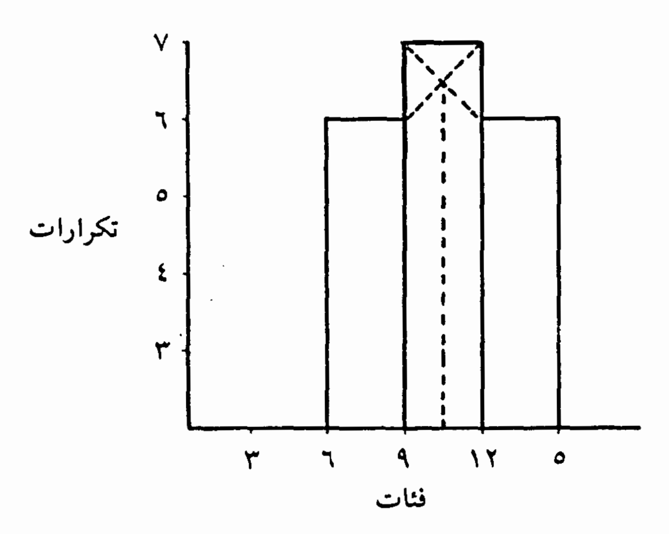
٣ ـ نقوم بإيصال الطرف الأيسر لقمة الفئة بعد المنوالية بالطرف الأيسر لقمة الفئة المنوالية وذلك عن طريق مد خط بينهما.

٤ ـ بعد عملية الإيصال السابقة سنجد أن الخطين يتقاطعان.

٥ ـ نقوم بإنزال مستقيم من نقطة تقاطع الخطين السابقين على المحور السيني الخاص بالفئات.

٦ ـ تعتبر نقطة سقوط المستقيم على المحور السيني هي قيمة المنوال.

ويوضح الرسم التالي للمثال السابق هذا الكلام.



وتكون قيمة المنوال كما يتحدد من خلال النقطة التي سقط عليها المستقيم المنقط في محور الفئات ١٠,٥ تقريباً. ويمكن التحقق من ذلك من

خلال حساب المنوال من الجدول التكراري كما يلي :

المنوال = ٩ + ٣ × $\frac{٦}{٦ + ٦}$ = ٩ + ٣ × $\frac{٦}{١٢}$ = ١٠,٥

بعض المشاكل في المنوال :

قد نجد في بعض الأحيان اشتمال الجدول التكراري على أكبر تكرارين متساويين في القيمة كما يلي :

ف	ك
٥ ـ	١
٧ ـ	٨
٩ ـ	٢
١١ ـ	٨
١٣ ـ	٤
١٥ ـ	٢

وكما سبق يلاحظ في الجدول السابق أن أكبر تكرار هو ٨ ويوجد هذا التكرار في مقابل الفئتين ٧ ـ ، ١١ ـ ويعني مثل هذا التكرار أننا بصدد مجموعتين واحدة ولذلك يلزم الحصول على منوالين لا منوال واحد كما يلي :

قيمة المنوال الأول = ٧ + ٢ × $\frac{٢}{٢ + ١}$ = ٧ + ٢ × $\frac{٢}{٣}$

= ٧ + $\frac{٤}{٣}$ = ٧ + ١,٣٣ = ٨,٣٣

قيمة المنوال الثاني = ١١ + ٢ × $\frac{٤}{٢ + ٤}$ = + $\frac{٨}{٦}$ = ١١ + ١,٦٧

= ١٢,٦٧

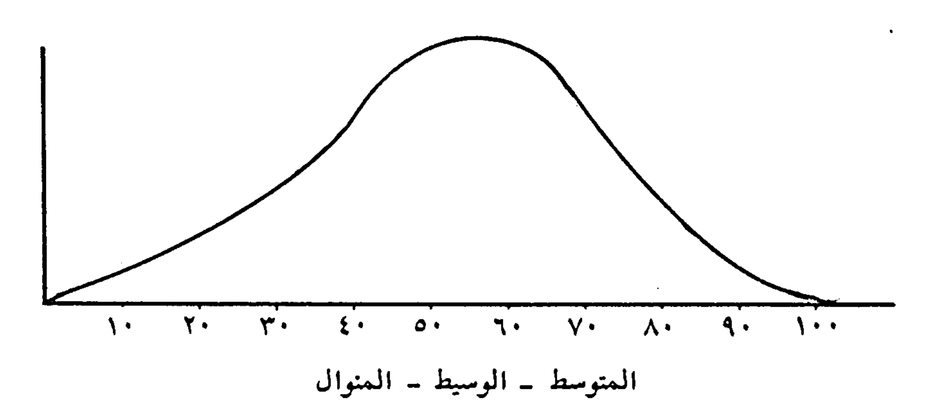
ويمكن اعتبار متوسط المنوالين السابقين المنوال الذي يعبر عن القيمة الأكثر شيوعاً للجدول السابق :

المنوال في الجدول السابق = ٨,١٣ + ١٢,٦٧ ÷ ٢ = ٢١,٠٠ ÷ ٢ = ١,٥.

العلاقة بين المتوسطات الثلاث في التوزيع التكراري:

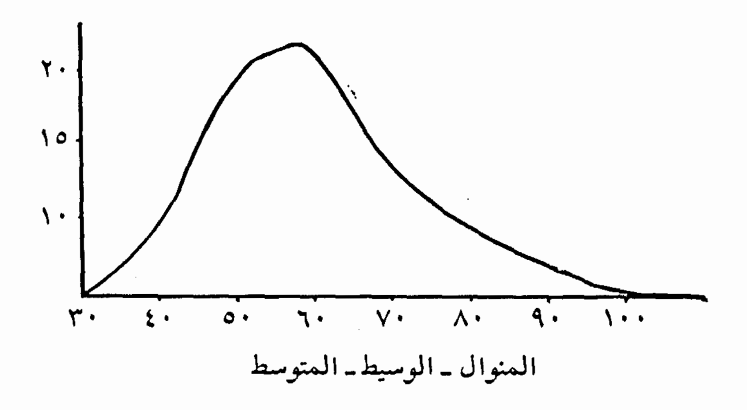
يقصد بعلاقة المتوسطات الثلاث (المتوسط الحسابي - الوسيط - المنوال) موقعهم في التوزيع التكراري بالنسبة لبعضهم البعض.

١ - **وعندما يكون التوزيع اعتدالياً** (يقصد بالتوزيع الاعتدالي أن القيم الأصلية الموضوعة في الجدول التكراري نابعة من عينة تمثل المجتمع الأصلي تمثلاً سليماً وعشوائياً. وأن أداة القياس التي تم استخدامها - اختبار ذكاء مثلاً - مناسبة لمستوى سن وتعليم أفراد العينة كما أن الاختبار ذكاء مثلاً - مناسبة لمستوى سن وتعليم أفراد العينة كما أن الاختبار نفسه أجريت عليه معالجات إحصائية كثيرة للتأكد من صلاحيته) نجد أن قيم المتوسطات الثلاث واحدة وبالتالي فإن موقعهم في المنحنى التكراري يكون في نقطة واحدة كما يلي:



(موقع المتوسط والوسيط والمنوال في التوزيع الاعتدالي).

٢ ـ **في حالة التوزيعات الملتوية أي التوزيعات التكرارية التي تكون** فيها الدرجات والقيم الأصلية نابعة من تطبيق اختبار ذكاء مثلاً على عينة من ضعاف العقول أي أن الاختبار يكون صعباً في مستواه بالنسبة لهم. أو أن يطبق اختبار سهل في مستواه على طلبة في المدارس الثانوية أو الكليات الجامعية فينجح معظمهم في الاختبار. ويكون التوزيع في حالة ضعاف العقول موجب الالتواء Positively skewed وذلك لأن التكرارات تكون



المنوال ـ الوسيط ـ المتوسط

مجتمعة عند القيم الصغيرة ويكون موقع الوسيط في الوسط، والمنوال على اليسار والمتوسط على اليمين.

٢ ـ موقع المتوسط والوسيط والمنوال في التوزيع الموجب الالتواء:

ويكون التوزيع في حالة طلبة الكليات سالب الالتواء Negatively أي تكون التكرارات متجمعة عند القيم الكبرى أي أن معظمهم ينجحون في الإجابة على معظم أسئلة الاختبار ويكون موقع الوسيط في الوسط والمنوال على اليمين (عكس حالة الالتواء الموجب) والمتوسط على اليسار.

٣ - موقع المتوسط والمنوال والوسيط في حالة التوزيع السالب الالتواء.

الحصول على قيمة المتوسطات الثلاث في حالة غياب أحدهما:

يمكن الحصول على قيمة أحد المتوسطات الثلاث إذا توفرت قيمة المتوسطات الآخران عن طريق المعادلات الآتية:

١ - المتوسط الحسابي = $\frac{٣}{٢}$ الوسيط - $\frac{١}{٢}$ المنوال

٢ - الوسيط = $\frac{١}{٣}$ المنوال + $\frac{٢}{٣}$ المتوسط الحسابي

٣ - المنوال = ٣ × الوسيط - ٢ × المتوسط الحسابي.

ويوضح المثال الآتي هذا الكلام.

ف	ك
٥-	٣
١٥-	٧
١٥-	١٢
٢٥-	٨
٢٥-	٥

٣٥

١٢١

وقيمة المنوال في المثال السباق = ١٧,٦٦

وقيمة الوسيط = ١٨,١

وقيمة المتوسط = ١٨,٣٣

١ ـ الحصول على المتوسط من قيمة الوسيط والمنوال:

المتوسط = $\frac{٣}{٢}$ × ١٨,١ − $\frac{١}{٢}$ × ١٧,٦٦ = $\frac{٥٤,٣}{٢}$

= $\frac{١٧,٦٦}{٢}$ = ٢٧,١٥ − ٨,٨٣ = ١٨,٣٢

٢ ـ الحصول على الوسيط من قيمة المتوسط والمنوال:

الوسيط = $\frac{١}{٣}$ × ١٧,٦٦ + $\frac{٢}{٣}$ × ٨,٣٢ = $\frac{١٧,٦٦}{٣}$

= $\frac{٣١,٦٤}{٣}$ = ٥,٨٨ + ١٢,٢١ = ١٨,٠٩

٣ ـ الحصول على المنوال من قيمة الوسيط والمتوسط:

المنوال = ٣ × ١٨,١ − ٢ × ١٨,٣٢ = ٥٤,٣ − ٣٦,٦٤ = ١٧,٦٦.

تمارين على المتوسطات

١ ـ أجرى باحث دراسة على مجموعة من الأطفال المشردين بهدف التعرف على مستوى ذكائهم وكان عددهم ثلاثين طفلاً ودرجاتهم كانت كما يلي :

٧٣ ـ ٤٣ ـ ١٠٣ ـ ٩٨ ـ ٧٢ ـ ٦٦ ـ ١٠٠ ـ ٩٩ ـ ٨٧ ـ ٨٥

١٠٠ ـ ١١٠ ـ ٧٢ ـ ٨٩ ـ ٥٢ ـ ٩٦ ـ ١٠٢ ـ ٨٧ ـ ٦٦ ـ ٥٣

١٠١ ـ ٦٥ ـ ٨٥ ـ ٩٥ ـ ٦٥ ـ ٥٢ ـ ١٠٠ ـ ١١٠ ـ ١٠٠ ـ ٩٥

والمطلوب أولاً :

١ ـ توزيع الدرجات السابقة في جدول تكراري مدى الفئة فيه ١٠ .

٢ ـ حساب المتوسط الحسابي بطريقتين .

٣ ـ حساب الوسيط بطريقتين .

٤ ـ حساب المنوال بطريقتين .

والمطلوب ثانياً .

١ ـ رسم المضلع التكراري للدرجات السابقة بعد توزيعها في جدول تكراري مرة ثانية على أن يكون مدى الفئة ١٥ .

٢ ـ تسوية التوزيع باستخدام المتوسطات المتحركة .

٣ ـ رسم المدرج التكراري.

٢ ـ فيما يلي توزيعين تكرارين لمجموعتين من الإناث والذكور على أحد الاختبارات النفسية.

ف	ك ذكور	ك أناث
١٠ ـ	٧	١٢
١٢ ـ	٨	١٣
١٤ ـ	١٥	١٧
١٦ ـ	٢٢	٢٣
١٨ ـ	٢٢	١٧
٢٠ ـ	٦	٨
	٨٠	٩٠

المطلوب أولاً:

١ ـ المقارنة بين المجموعتين باستخدام المضلع.
٢ ـ حساب المنوال في مجموعة الذكور.
٣ ـ حساب المتوسط الحسابي في مجموعة الإناث.
٤ ـ حساب الوسيط في مجموعة الذكور والإناث.

سادساً

مقاييس التشتت

Measure of Scattering

مقدمة : إن النتائج التي نخرج بها من المتوسطات الحسابية مضللة إلى حد كبير إن لم تقترن بمعامل آخر هو التشتت. والدليل على ذلك الكلام أنه لو كان لدينا مجموعتين من الأفراد طبق عليهما أحد اختبارات القدرات وكان عدد الأفراد في كل مجموعة أربعة وكانت درجات المجموعتين على الاختبار كما يلي :

الأشخاص :	١	٢	٣	٤	مجـ	المتوسطة
المجموعة الأولى :	٥٠	٥	صفر	٢٥	٨٠	٢٠
المجموعة الثانية :	٢٠	١٨	٢١	٢١	٨٠	٢٠

ويتبين لنا من خلال ما سبق أن المتوسط في المجموعتين واحد رغماً من أن الأفراد في المجموعة الثانية متقاربين في درجاتهم من بعضهم البعض ومن المتوسط. إلا أنه في المجموعة الأولى نجد أن الشخص الأول قد حصل على درجة ٥٠ خمسين والثاني حصل على درجة ٥ خمسة والثالث حصل على درجة صفر والرابع حصل على درجة ٢٥ خمسة وعشرين. ونلاحظ أن درجات أفراد هذه المجموعة متباعدة عن بعضها البعض ورغماً من ذلك فإن متوسطها مماثل لمتوسط المجموعة الثانية. ولمعرفة الوضع الحقيقي لقيم المجموعة لا بد أن نقيس مدى تباعد أو تشتت القيم بعضها عن

بعض . ولا يعني ذلك أن المتوسط لا قيمة له بل أن مقياس التشتت يفيد في تفسير المتوسط بل والظاهرة موضوع الدراسة ولقياس التشتت عدة أساليب منها :

١ ـ المدى المطلق Range

٢ ـ نصف المدى الربيعي Semi interquartile Range

٣ ـ الانحراف عن المتوسط Mean deviation

٤ ـ الانحراف المعياري Standard deviation

(١) المدى المطلق

يعتمد المدى المطلق في حسابه على أعلى قيمة وأدنى قيمة في التوزيع . ويتم طرح أدنى قيمة من أعلى قيمة . فلو كان لدينا القيم الآتية وهي درجات عشر أفراد في اختبار للقدرة اللفظية Verbal ability.

الأفراد	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
القيم	٥	١٢	١٤	٢٥	١٣	١١	٢	٢٤	٢٠	٩

فإننا نلاحظ أن أصغر قيمة هي درجة الفرد رقم (٧) وهي الدرجة ٢ وأن أكبر قيمة هي درجة الفرد رقم (٤) وهي الدرجة ٢٥ . ولذا فإن المدى المطلق يساوي :

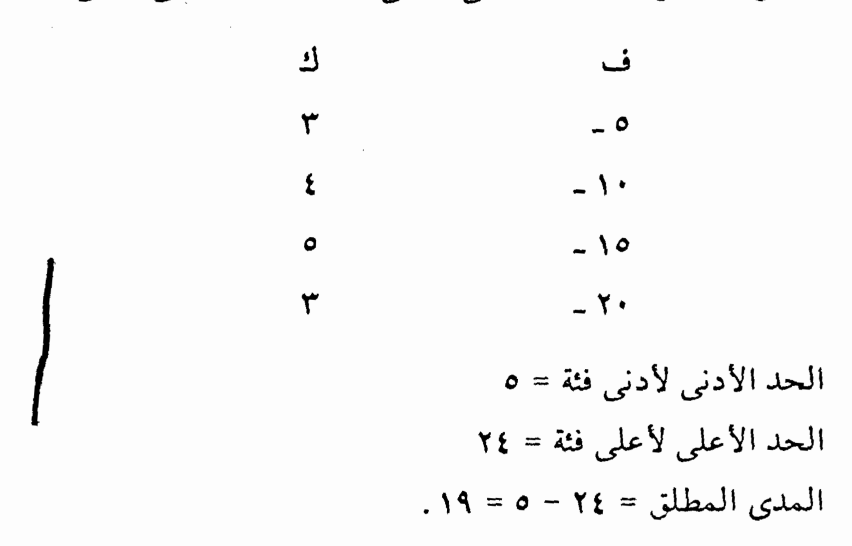
المدى المطلق = أكبر قيمة - أصغر قيمة .

وبالتعويض تصبح قيمة المدى المطلق في المثال السابق :

المدى المطلق = ٢٥ - ٢ = ٢٣

حساب المدى المطلق في جدول تكراري

ويمكن الحصول على المدى المطلق من الجدول التكراري وهو يساوي :



المدى المطلق = الحد الأعلى لأعلى فئة - الحد الأدنى لأدنى فئة .

ف	ك
٥ ـ	٣
١٠ ـ	٤
١٥ ـ	٥
٢٠ ـ	٣

الحد الأدنى لأدنى فئة = ٥

الحد الأعلى لأعلى فئة = ٢٤

المدى المطلق = ٢٤ - ٥ = ١٩ .

(٢) نصف المدعي الربيعي

لاحظنا في المدى المطلق أنه يعتمد في حسابه على أعلى قيمة وعلى أدنى قيمة إذا كنا سنقوم بحسابه من القيم الخام مباشرة . أما إذا كنا سنحصل عليه من الجدول التكراري فإنه يعتمد أيضاً في حسابه على أعلى فئة وعلى أدنى فئة . أي أن عيب المدى المطلق يتركز في اهتمامه عند حسابه على قيمتين مهملاً باقي القيم وهاتين القيمتين المتطرفتين لا تمثلان بطبيعة الحال قيم المجموعة .

ولتلافي العيب السابق يهتم نصف المدى الربيعي في حسابه على الجزء المتوسط من القيم مع إهمال القسم العلوي والقسم السفلي . ويتم استخراجه بإيجاد التكرار المتجمع الصاعد لتكرارات المجموعة كما في المثال الآتي :

ف	ك	كـ صاعد
صفر ـ	١٢	١٢
١٠ ـ	٢٨	٤٠
٢٠ ـ	٣٦	٧٦
٣٠ ـ	٤٠	١١٦
٤٠ ـ	٣٢	١٤٨
٥٠ ـ	٢٠	١٦٨
٦٠ ـ	٨	١٧٦
	١٧٦	

ولحساب نصف المدى الربيعي من الجدول السابق نتبع ما يلي:

١ ـ نقوم بحساب رتبة الربيع الأدنى وهو يساوي = $\frac{\text{مجـ ك}}{٤}$

٢ ـ نقوم بحساب رتبة الربيع الأعلى وهو يساوي = مجـ ك × $\frac{٣}{٤}$

(أو طرح رتبة الربيع الأدنى من مجموع التكرارات ويكون الناتج هو رتبة الربيع الأعلى).

٣ ـ نقوم بتحديد رتبة الربيعين الأدنى والأعلى بالنسبة للتكرار الصاعد.

٤ ـ نقوم بحساب قيمة الربيع الأدنى والربيع الأعلى باستخدام القانون الآتي.

قيمة الربيع = الحد الأدنى للفئة الربيعية + مدى الفئة ×

$$\frac{\text{رتبة الربيع ـ التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الربيعية}}{\text{تكرار للفئة الربيعية}}$$

ويلاحظ أن القانون السابق هو نفس قانون الوسيط مع تغيير كلمة الوسيط بالربيعية.

٥ ـ بعد ذلك يتم حساب نصف المدى الربيعي بالقانون الآتي :

نصف المدى الربيعي = $\frac{ر_٣ - ر_١}{٢}$

، ر٣ = الربيع الثالث ، ر١ = الربيع الأول .

ونطبق الخطوات السابقة على المثال السابق كما يلي :

١ ـ رتبة الربيع الأدنى = $\frac{١٧٦}{٤}$ = ٤٤

٢ ـ رتبة الربيع الأعلى = ١٧٦ × $\frac{٣}{٤}$ = ١٣٢

= ١٧٦ - ٤٤ = ١٣٢

٣ ـ تقع رتبة الربيع الأدنى في التكرار المتجمع الصاعد بين ٤٠ ، ٧٦ .

٤ ـ تقع رتبة الربيع الأعلى في التكرار المتجمع الصاعد بين ١١٦ ، ١٤٨ .

٥ ـ قيمة الربيع الأدنى = ٢٠ + (١٠ × $\frac{٤٤ - ٤٠}{٣٦}$) = ٢١,١١

٦ ـ قيمة الربيع الأعلى :

= ٤٠ + ١٠ × $\frac{١١٦٨١٣٢}{٣٢}$ = ٤٥

٧ ـ قيمة نصف المدى الربيعي = $\frac{٢١,١١٨٤٥}{٢}$

= $\frac{١٣,٨٩}{٢}$ = ١١,٩٥

ويرمز للربيع الثالث بالرمز ر٣

وللربيع الأول بالرمز ر١

وفي الإنجليزية يرمز للربيع الثالث بالرمز Q3 وللربيع الأول Q1 .

استخدام الربيع في استخراج المجموعات المتطرفة من التوزيع :

يمكن أن يستخدم الباحث قيمة الربيع الأعلى فما فوق للكشف عن الأفراد

الموجودين في التوزيع ويمثلون أعلى أداء، وتستخدم قيمة الربيع الأدنى فما أقل للكشف عن الأفراد الذين يقعون في التوزيع ويمثلون أقل أداء. ويطلق على مثل هذه المجموعات بالمجموعات المخططة المستخرجة من جماعة ذات أصل واحد كجماعة الفصل المدرسي مثلاً والتي يمكن من خلال الربيع معرفة المتفوقين دراسياً وغير المتفوقين.

وبعد عملية فصل كل مجموعة على حدة يمكن حساب دلالة الفرق بين تحصيلهم بأسلوب الدلالة المناسب كما سنرى فيما بعد.

(٣) الانحراف عن المتوسط

وجدنا في نصف المدى الربيعي أنه يقتصر على القيم التي في وسط التوزيع مهملاً القيم التي في طرفي التوزيع. وهذا عيب لا يمكن إغفاله ولذلك فلا بد من مقياس للتشتت يضع في اعتباره القيم جميعاً. ويعتبر كل من الانحراف عن المتوسط والانحراف المعياري من مقاييس التشتت التي تضع في حسابها كل القيم ولذلك يشيع استخدامهما.

وهناك طريقتان لحساب الانحراف عن المتوسط الأولى من القيم الخام والثانية من الجدول التكراري.

أ ـ حساب الانحراف عن المتوسط من القيم الخام:

ويعتمد ذلك على حساب المتوسط الحسابي للقيم ثم حساب انحراف هذه القيم عن المتوسط. ثم جمع مجموع الانحرافات بصرف النظر عن الإشارات وقسمة الناتج على عدد القيم فيساوي خارج القسمة الانحراف عن المتوسط.

مثال:

الأشخاص	القيم	انحـــراف القيم عن المتوسط
١	٤٥	+ ١
٢	٥٢	+ ٨
٣	٦٣	+ ١٩
٤	٣١	- ١٣
٥	٥٠	+ ٦
٦	٤٢	- ٢
٧	٢٥	- ١٩

مجـ القيم = ٣٠٨   + ٣٤

متوسط القيم = ٣٠٨ ÷ ٧ = ٤٤   - ٣٤

صفر

مجموع الانحرافات بصرف النظر عن الإشارات = ٣٤ + ٣٤ = ٦٨

الانحراف عن المتوسط = ٦٨ ÷ ٧ = ٩,٧١

والخطوات التي تم اتباعها هي :

١ ـ جمع القيم للأشخاص السبعة .

٢ ـ قسمة مجموع القيم على عدد الأشخاص لنحصل على المتوسط.

٣ ـ حساب انحراف كل قيمة عن المتوسط بطرح المتوسط من القيمة .

٤ ـ جمع الانحراف الموجب الإشارة والسالب الإشارة كل على حدة ، ويجب أن يكون كلا الانحرافين متساوياً . فيكون الناتج صفراً .

٥ ـ جمع الانحرافات الموجبة والانحرافات السالبة بصرف النظر عن إشاراتها، على بعضهما البعض .

٦ ـ قسمة مجموع الانحرافات على عدد الأشخاص لنحصل على الانحراف عن المتوسط.

ب ـ حساب الانحراف عن المتوسط من الجدول التكراري:

يعتمد حساب الانحراف عن المتوسط من الجدول التكراري على حساب الفرق بين المتوسط الحسابي ومركز الفئة وضرب هذا الفرق في تكرار الفئات... يتضح هذا الكلام في المثال الآتي:

مثال:

ف	ك	حَ	ك حَ	س	س - م	س - م × ك
٨ـ	٥	ـ٤	ـ٢٠	٩	٩	٤٥
١٠ـ	١٢	ـ٣	ـ٣٦	١١	٧	٨٤
١٢ـ	١٥	ـ٢	ـ٣٠	١٣	٥	٧٥
١٤ـ	١٨	ـ١	ـ١٨	١٥	٣	٥٤
١٦ـ	١٥	صفر	-	١٧	١	١٥
١٨ـ	١٧	+١	+١٧	١٩	١	١٧
٢٠ـ	١٩	+٢	+٣٨	٢١	٣	٥٧
٢٢ـ	١١	+٣	+٣٣	٢٣	٥	٥٥
٢٤ـ	٩	+٤	+٣٦	٢٥	٧	٦٣
٢٢	٩	+٥	+٤٥	٢٧	٩	٨١
	١٣٠		+١٦٩ ـ١٠٤ +٦٥			٥٤٦

وخطوات حساب الانحراف عن المتوسط من الجدول التكراري هي:

١ ـ حساب المتوسط الحسابي.

٢ ـ حساب مراكز الفئات.

٣ ـ حساب الفرق بين مراكز الفئات والمتوسط.

٤ ـ ضرب الناتج من الخطوة السابقة في التكرارات.

٥ ـ نقوم بجمع العمود س - م × ك.

٦ ـ نقوم بقسمة الناتج في الخطوة السابقة على مجموع التكرارات.

لنحصل على الانحراف عن المتوسط. $\frac{\text{مجـ س - م × ك}}{\text{مجـ ك}}$

ويتضح الكلام السابق بالتعويض عن القانون كما يلي:

المتوسط الحسابي = ١٧ + $\frac{١٦٥}{١٣٠}$ × ٢ = ١٨

الانحراف عن المتوسط = $\frac{٥٤٦}{١٣٠}$ = ٤,٢

(٤) الانحراف المعياري

يتشابه الانحراف المعياري مع الانحراف المتوسط في طريقة حسابه والاختلاف الوحيد يتركز في أن الانحراف المعياري يتخلص من الإشارات بتربيع القيم. وللحصول على الانحراف المعياري توجد طريقتان:

الأولى: من القيم الخام.

والثانية: من الجدول التكراري.

أ ـ حساب الانحراف المعياري من القيم الخام:

وتتلخص هذه الطريقة بعد حساب الانحراف عن المتوسط تربيع هذا الانحراف (للتخلص من الإشارات) ثم إيجاد الجذر التربيعي لمجموع هذه الانحرافات مقسومة على عدد الأشخاص. والانحراف المعياري بهذه

الصـورة عبـارة عن الجـذر التربيعـي لمتوسـط مربعـات الانحرافـات عن المتوسط.

مثال :

الأفراد	القيم	الانحراف عن المتوسط	مربع الانحراف عن المتوسط
١	٣٥	١	١
٢	٣٧	-٣	٩
٣	٢٠	-١٢	١٤٤
٤	٤٤	١٠	١٠٠
٥	٣٠	-٤	١٦
٦	٣٩	٥	٢٥
٧	٣١	٣	٩
	٢٣٨		٣٠٤

المتوسط = ٢٣٨ ÷ ٧ = ٣٤

$$\text{الانحراف المعياري} = \sqrt{\frac{٣٠٤}{٧}} = \sqrt{٤٣,٤٣} = ٦,٥٩$$

ب ـ حساب الانحراف المعياري من الجدول التكراري :

وتتبع في ذلك نفس خطوات حساب المتوسط ثم تضرب ك حَ في حَ لنحصل على ك حَ٢ ، وبعد ذلك يتم تطبيق القانون الآتي :

$$ع = ف \sqrt{\frac{\text{مجـ ك حَ}^2}{\text{مجـ ك}} - \left[\frac{\text{مجـ ك حَ}}{\text{مجـ ك}}\right]^2}$$

حيث أن :

ع = الانحراف المعياري .

ف = مدى الفئة .

مجـ ك حَ^{٢} = مجموع ضرب الانحراف ك حَ في حَ .

مجـ ك = مجموع التكرارات .

مجـ ك حَ = مجموع ضرب الانحراف حَ في التكرار .

مثال :

ف	ك	حَ	ك حَ	ك حَ^{٢}
٥ ـ	٣	١ ـ	٣ ـ	٣
١٠ ـ	٤	صفر	-	-
١٥ ـ	٨	١ +	٨ +	٨
٢٠ ـ	٥	٢ +	١٠ +	٢٠
	٢٠		٣ ـ ١٨ +	٣١
			١٥ +	

وبالتعويض عن القانون السابق تكون قيمة ع هي :

$$ع = ٥\sqrt{\frac{٣٠}{٢٠} - (\frac{١٥}{٢٠})^{٢}} = ٥ \sqrt{١,٥٥ - ٠,٥٦}$$

$$= ٥\sqrt{٠,٩٤} = ٥ \times ٠,٩٧ = ٤,٨٥$$

$$= ٥\sqrt{٠,٩٩} = ٥ \times ,٩٤ = ٤,٧٠ .$$

تمارين على مقاييس التشتت

١ ـ يوضح الجدول التكراري الآتي توزيع درجات مجموعة من الطلبة في أحد مقاييس الاتجاهات.

ف	ك
١٠ ـ	٣
٢٠ ـ	٤
٣٠ ـ	١٣
٤٠ ـ	١١
٥٠ ـ	١٠
٦٠ ـ	١٠

والمطلوب حساب:

١ ـ المدى المطلق.
٢ ـ نصف المدى الربيعي.
٣ ـ الانحراف عن المتوسط.
٤ ـ الانحراف المعياري.

٢ ـ فيما يلي قيم ٤٠ أربعين عاملاً على اختبار للمعلومات الميكانيكية:

١٥ ـ ٢٥ ـ ١٧ ـ ٢٣ ـ ١٢ ـ ١٤ ـ ١٦ ـ ١٣ ـ ١١ ـ ٨
١٧ ـ ٢٢ ـ ١٥ ـ ١٠ ـ ٨ ـ ١٩ ـ ٢٣ ـ ٢٤ ـ ٣٠ ـ ٧
٢٣ ـ ١٣ ـ ١٢ ـ ١٥ ـ ٩ ـ ٨ ـ ٨ ـ ١١ ـ ١٣ ـ ٣٠
٢٢ ـ ٢٤ ـ ٣٠ ـ ٣١ ـ ١٥ ـ ١٧ ـ ١٠ ـ ١٢ ـ ٨ ـ ١٤

والمطلوب:

١ ـ حساب المدى المطلق.

٢ ـ توزيع القيم في جدول تكراري.

٣ ـ حساب التشتت عن طريق: نصف المدى الربيعي والانحراف المعياري.

سابعاً

المعايير

Norms

مقدمة: إن القيمة الخام في أي مجموعة من القيم لا تعطي معنى أو دلالة. فإذا فرضنا أن شخصاً ما أخذ في مادة ١٥ من عشريـن ($\frac{١٥}{٢٠}$) فإن هذه الدرجة لا تدل على ما إذا كان هذا الشـخص قوياً في هذه المـادة أو متوسطاً أو ضعيفاً. فقد يكون الاختيار صعباً حتى أن هذه الدرجة هي أعلى الدرجات وقد يكون سهلاً بحيث أن هذه الدرجة أقل الدرجات أو قد يكون متوسطاً بحيث أن هذه الدرجة تقع في وسط التوزيع.

لهذا فإن القيمة الخام Raw Score لا تستعمل عادة في المقارنات ومن الوسائل المستخدمة لهذا الغرض الدرجة المعيارية والمئينية.

١ ـ الدرجة المعيارية Standard Score

وقانون الدرجة المعيارية(*) قائم على أساس حساب الفرق بين القيمة والمتوسط مقسوماً على الانحراف المعياري.

$$\text{الدرجة المعيارية} = \frac{\text{القيمة} - \text{المتوسط}}{\text{الانحراف المعياري}} = \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$$

(*) يمكن معرفة هل هناك فرق له دلالة إحصائية بين درجة الفرد الخام وبين متوسط جماعته باستخدام الدرجة المعيارية وتوضع درجة الفرد في المعادلة مكان القيمة. ويعتبر الفرق دالاً عند مستوى ٠,٠٥ إذا كانت الدرجة المعيارية ١,٩٦ ودالاً عند ٠,٠١ عندما تساوي ٢,٥٨.

* والدرجة المعيارية على ذلك قد تساوي صفراً في حالة تساوي القيمة بالمتوسط.

* كذلك تكون الدرجة المعيارية موجبة الإشارة إذا كانت القيمة أعلى من المتوسط.

* وتكون الدرجة المعيارية (S.S.) سالبة الإشارة إذا كانت القيمة أقل من المتوسط.

مثال:

ف	ك	ح	ح	ك ح^٢
٢ -	١٠	١ -	١٠ -	١٠
٤ -	٢٠	صفر	-	-
٦ -	١٠	١ +	١٠ +	١٠
	٤٠	١٠ -	١٠ -	٢٠
			١٠ +	
			صفر	

م في المثال السابق = ٥

ع في المثال السابق = ١,٤

فإذا أردنا حساب الدرجات المعيارية المقابلة للقيم الآتية:

٤,٥ - ٥ - ٦

نطبق القانون السابق:

الدرجة المعيارية للقيمة ٤,٥ = $\frac{\text{٤,٥} - \text{٥}}{\text{١,٤}}$ = - ٠,٣٦

الدرجة المعيارية للقيمة ٥ = $\frac{\text{٥} - \text{٥}}{\text{١,٤}}$ = $\frac{\text{صفر}}{\text{١,٤}}$ = صفر

الدرجة المعيارية للقيمة ٦ = $\frac{٦ - ٥}{١,٤}$ = $\frac{١}{١,٤}$ = ٠,٧١

تحويل الدرجات المعيارية للقيم الأصلية :

في الجدول السابق ما هي القيمة المقابلة للدرجة المعيارية + ٢ .

معنى الدرجة المعيارية + ٢ هو أن القيمة الخام تزيد عن المتوسط بمقدار ٢ انحراف معياري أي بمقدار ٢ × ١,٤

وفي هذا المثال تكون القيمة المقابلة الدرجة المعيارية + ٢ تساوي =
٥ + ٢ × ١,٤ = ٥ + ٢,٨ = ٧,٨

القيمة الخام = المتوسط ± الدرجة المعيارية × ع

ولحساب القيمة المقابلة للدرجة المعيارية ـ ١ فإنها تساوي = ٥ ـ ١ × ١,٤ = ٥ ـ ١,٤ = ٣,٦

٢ ـ الدرجة التائية

وهي عبارة عن درجة معيارية متوسطها ٥٠ وانحرافها المعياري ١٠ .
وبها يمكن التخلص من الإشارات السالبة والموجبة في الدرجة المعيارية .
فمثلاً لو كان لدينا درجة معيارية ـ ١ فإن الدرجة التائية المقابلة لها تساوي =
٥٠ - ١ × ١٠ = ٥٠ - ١٠ = ٤٠ ، وقانون الدرجة التائية يساوي :
= ٥٠ ± الدرجة المعيارية × ١٠ .

٣ ـ المئين

Percentile

يشير المئين لمركز الفرد بالنسبة للجماعة التي ينتمي إليها ويستعين به الأخصائي في عمليات الاختيار المهني Vocational Selection فبعد أن يطبق

الاختبار على الشخص ويقوم بتصحيحه فإنه يحاول أن يعرف مركز هذا الشخص بالنسبة لمجموعته في معايير الاختبار المئينية .

ويدل المئين على النسبة المئوية للقيم التي تقع قبل القيمة المطلوبة . فإذا كانت الرتبة المئينية لشخص ما في اختبار معين بالنسبة لمجموعة هي (٩٠ درجة) كان معنى ذلك أن ٩٠٪ من أفراد العينة تحتل مكاناً أدنى من المكان الذي يحتله هذا الفرد ومعنى ذلك أنه كلما زادت الرتبة المئينية للقيمة دل ذلك على أنها قيمة كبيرة نسبياً بالنسبة لقيم المجموعة .

مثال :

ف	ك	ك صاعد
٢ ـ	٣٠	٣٠
٤ ـ	٥٠	٨٠
٦ ـ	٤٠	١٢٠
٨ ـ	٥٠	١٧٠
١٠ ـ	٣٠	٢٠٠
	٢٠٠	

والمطلوب في هذا المثال معرفة المئين الـ ٧٠ وتكون أول خطوة هي حساب رتبة القيمة في المجموعة ثم حساب قيمة المئين (قانونها كقانون الوسيط) .

$$\text{رتبة القيمة} = \frac{٧}{١٠٠} \times ٢٠٠ = ١٤٠$$

قيمة المئين = الحد الأدنى للفئة المئينية +

$$\frac{\text{رتبة القيمة ـ التكرار المجتمع الصاعد قبل الفئة المئينية}}{\text{تكرار الفئة}} \times \text{مدى الفئة}$$

قيمة المئين في المثال السابق :

$$= ٨ + \frac{١٤٠ - ١٢٠}{٥٠} \times ٢ = ٨ + \frac{٤٠}{٥٠} = ٨,٨$$

الخطوات :

١ ـ أوجد رتبة المئين في المجموعة $= \frac{\text{القيمة}}{١٠٠} \times$ مجـ ك

٢ ـ لإيجاد قيمة المئين تتبع نفس طريقة الحصول على الوسيط. أي نحصل على التكرار المجتمع الصاعد ومنه نعرف تكرار الفئة المئينية .

٣ ـ القيمة = الحد الأدنى للفئة +

$$\frac{\text{الفرق بين رتبة القيمة و ك صاعد}}{\text{تكرار الفئة}} \times \text{مدى الفئة}$$

تمارين

الجدول التكراري الآتي يمثل توزيع أحد السمات الانفعالية :

ف	ك
١٠ ـ	٧
١٢ ـ	٨
١٤ ـ	١٣
١٦ ـ	١٥
١٨ ـ	٥
٢٠ ـ	٢

والمطلوب :

١ ـ حساب الدرجات المعيارية المقابلة للقيم الآتي :

١٠ ـ ١١ ـ ١٦ ـ ١٧ ـ ٢٠

٢ ـ حساب قيمة المئين الـ ٥٠، ٤٠، ٥٥.

٣ ـ أحسب الدرجات التائية المقابلة للدرجات المعيارية الآتية:

+ ١,٣، - ١، + ٠,٥، + ٠,٤٢، - ١,٣.

الجزء الثاني

الاحصاء التطبيقي

أولاً

معاملات الارتباط

Correlation Coeficient

مقدمة: يستخدم معامل الارتباط في الكشف عن العلاقة بين أي متغيرين وعما إذا كانت هذه العلاقة موجبة أو سالبة. ويقصد بأن العلاقة موجبة (+) أن الزيادة في أحد المتغيرين يتبعه زيادة في المتغير الثاني، مثل الزيادة في انتظام التلاميذ وحضورهم إلى المدرسة يتبعه زيادة في درجة تحصيلهم، ومثل الزيادة في مواظبة العامل على عمله وإطاعته لأوامر رؤسائه (المتغير الأول) يتبعه زيادة في كفاءته الإنتاجية في العمل (المتغير الثاني). كما يقصد بأن العلاقة سالبة (-) أن الزيادة في أحد المتغيرين يتبعه نقصان في المتغير الآخر مثل زيادة أيام غياب العامل عن عمله (المتغير الأول) يتبعه نقصان في كمية إنتاجية (المتغير الثاني) ومثل زيادة عدد الحوادث التي يقع فيها العامل في عمله (المتغير الأول) يتبعها نقصان في عدد الوحدات التي يستطيع إنتاجها (المتغير الثاني) أي أن العلاقة تكون عكسية فكلما زادت في ناحية تبعها نقصان (عكس الزيادة) في الناحية الثانية.

وعندما نعبر عددياً عن نوع هذه العلاقة في مجال العلوم الإنسانية كعلم النفس وعلم الاجتماع فإن هذه العلاقة تقع بين أقل من + ١ وبين أقل من - ١، أي تقع بين + ٩٩,٠، - ٩٩,٠ وذلك لأن العلاقة التامة الكاملة سواء أكانت موجبة (+ ١) أو كانت سالبة (- ١) لا توجد في مجال علم النفس

والاجتماع بل توجد في مجال العلوم الطبيعية فقط مثل العلاقة بين حجم الغاز وضغطه فكلما زاد ضغطنا باليد على بالونة بها غاز قلت كمية الغاز الموجودة في البالونة بنفس مقدار الضغط . . . وهكذا. كذلك فإننا نجد عند وضعنا لجسم صلب من الخشب مثلاً على سطح إناء به ماء وضغطنا بإصبعنا على هذا الجسم فإن حجم الجزء الذي غاص من هذا الجسم في الماء يعادل كمية الماء التي زادت في الإناء وبنفس المقدار أي أن العلاقة هنا تكون تامة وموجبة أي تساوي + ١.

والسبب في أن العلاقة في مجال علم النفس وعلم الاجتماع لا تكون تامة موجبة أو تامة سالبة كتلك السابق الكلام عنها في العلوم الطبيعية راجع إلى أن موضوع الدراسة في مجال هذه العلوم (النفس والاجتماع) وهو أن الإنسان كائن متغير تبعاً للظروف العائلية والاجتماعية والبيئية التي يعيش فيها. فنجده سعيداً في وقت وحزيناً في وقت آخر عندما تحدث له حادثة ما أو تلم به مصيبة أو كارثة لضياع نقوده أو رسوبه وعدم نجاحه في الامتحان أو العمل. كذلك نجد أن هذا الإنسان في وقت ما يتمتع بعلاقات حسنة مع زملائه وأصدقائه وأفراد أسرته وفي وقت آخر نجد أن هذه العلاقات قد سادها التوتر والصراع بسبب عدم التعاون أو المنافسة على موضوع ما بينه وبين باقي أفراد جماعته. كذلك نجد أن هذا الإنسان يفكر تفكيراً صائباً سليماً في لحظة ما، وفي لحظة أخرى نجد أن تفكيره قد تلون بالاضطراب والتفكك وذلك لشدة واستمرار ما يواجهه في دراسته أو عمله من مواقف الفشل وعدم النجاح، ولهذا كله فإننا لا نتوقع مثلاً أنه إذا حفظ الطالب أو تلميذ التدريب درسه وعرف جميع قواعده وحل كثيراً من الامتحانات السابقة المماثلة أن يحصل على الدرجة النهائية ـ وهذا الكلام بالنسبة للأغلبية بالطبع لأنه من المحتمل كثيراً أن يحدث للطالب يوم الامتحان أمر ما يؤدي إلى عدم حصوله على الدرجة النهائية كتأخر لحظات عن الامتحان نتيجة لظروف المواصلات

أو لضياع بطاقة دخوله الامتحان مما يؤدي ذلك إلى تأخره بعض الوقت حتى يتم إثبات شخصيته بوسيلة أخرى. أو كأن يكسر سن قلمه أو ينضب ما فيه من حبر، أو يحدث في بيته أي خلاف بين أبيه وأمه. . . إلخ. كل هذه الأمور بدون أدنى شك تؤثر في نتيجة الطالب وبالتالي - وكما سبق أن قلنا - لا نتوقع أن تكون هناك علاقة تامة موجبة أو تامة سالبة في مجال علم النفس وعلم الاجتماع بل تكون العلاقة فيهما جزئية موجبة (+ ٤٢, ٠ مثلاً) أو جزئية سالبة (٤٢٨, ٠ مثلاً) وسنوضح فيما بعد أنواع هذه العلاقات الخمس إحصائياً:

أ - التامة الموجبة.

ب - التامة السالبة.

جـ - الجزئية الموجبة.

د - الجزئية السالبة.

هـ - العلاقة الصفرية أي لا يوجد علاقة بين المتغيرين.

وأشكال معاملات الارتباط كثيرة منها:

أ - معامل ارتباط الرتب لسبيرمان.

ب - معاملات ارتباط بيرسون الآتية:

١ - معامل ارتباط بيرسون عن طريق القيم الخام.

٢ - معامل ارتباط بيرسون عن طريق الانحراف عن المتوسط.

٣ - معامل ارتباط بيرسون عن طريق جدول الانتشار.

جـ - معامل التوافق.

د - معامل فاي.

هـ - معامل الارتباط الثنائي.

وسنتناول كل منها فيما بعد بالتفصيل محددين الخطوات المختلفة المستخدمة في حسابه، ضاربين كثيراً من الأمثلة المحلولة على ذلك.

(١) معامل ارتباط الرتب لسبيرمان

Rank Correlation

يستخدم معامل ارتباط الرتب لسبيرمان في حالة العينات التي يكون العدد فيها صغيراً ويعتمد في حسابه على ترتيب القيم في كل من المتغيرين موضوع الدراسة ثم حساب الفرق بينهما وبعد ذلك يتم تربيع هذا الفرق للتخلص من الإشارات.

وقانون معامل ارتباط الرتب هو:

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } ف^{٢}}{ن(ن^{٢} - ١)}$$

ولعل كلامنا يكون واضحاً لو أوردنا المثال الآتي:

مثال (١).

أراد باحث أن يعرف هل هناك علاقة بين حجم أسرة العامل الصناعي وكفاءته الإنتاجية أم لا؟. أي هل كلما زاد عدد أفراد أسرة العامل كلما زادت كفاءته الإنتاجية أم العكس؟. فقام الباحث بجمع بيانات عن خمسة من هؤلاء العمال تتعلق بعدد أفراد أسرتهم (المتغير س) وتتعلق بكفاءته الإنتاجية (المتغير ص) فكانت كما يلي:

العمال (ق)	حجم الأسرة (س)	الكفاءة الإنتاجية (ص)	رتبة س	رتبة ص	ف	ف٢
١	٥	٤	١	٢	- ١	١
٢	٢	١	٤	٥	- ١	١
٣	٤	٣	٢	٣	- ١	١
٤	٣	٥	٣	١	+ ٢	٤
٥	١	٢	٥	٤	- ٢	٤
		١٥	١٥		+ ٣ - ٣ صفر	١١

وبالتعويض عن معادلة ارتباط الرتب لسبيرمان في هذا المثال كما يلي:

$$\text{ر} = ١ - \frac{٦ \times ١١}{٥(٢٥ - ١)} = ١ - \frac{٦٦}{١٢٠} =$$

$$\text{ر} = ١ - ٠,٥٥ = ٠,٤٥٠$$

حيث أن:

ر = معامل الارتباط.

ف٢ = مجموع مربع الفرق بين رتبة س، رتبة ص.

ن = عدد الأفراد.

ن٢ = مربع عدد الأفراد.

مثال (٢):

أراد باحث أن يكشف عن العلاقة بين العمر والذكاء لدى مجموعة مكونة من ٦ ستة أفراد وكانت درجاتهم على هذين المتغيرين كالآتي:

ق	س	ص	رتبة س	رتبة ص	ف	ف٢
١	٢٥	٩	٢	٤	-٢	٤
٢	١٥	١٠	٣	٣	صفر	صفر
٣	٣٠	١٢	١	١	صفر	صفر
٤	١٠	٨	٥	٥	صفر	صفر
٥	٨	١١	٦	٢	+٤	١٦
٦	١٢	٧	٤	٦	-٢	٤
			٢١	٢١	+٤ -٤ صفر	٢٤

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٢٤}{٦(٣٦ - ١)} = ١ - \frac{١٤٤}{٦ \times ٣٥} =$$

$$ر = ١ - \frac{١٤٤}{٢١٠} = ١ - ٠,٦٨٦ = \times ١ - ٠,٦٩ = ٠,٣١$$

أ ـ خطوات حساب معامل ارتباط الرتب:

ومن خلال المثالين السابقين يتضح لنا أن خطوات معامل ارتباط الرتب تنحصر فيما يلي:

١ ـ نقوم بترتيب المتغير الأول (س) ترتيباً تنازلياً وذلك بإعطاء الرتبة الأولى لأكبر درجة والرتبة الثانية للدرجة التي تليها وهكذا. ويوضع هذا الترتيب في العمود الثالث المسمى رتبة س.

٢ ـ نقوم بترتيب المتغير الثاني (ص) بنفس طريقة ترتيب المتغير الأول وذلك بإعطاء أكبر درجة الرتبة الأولى والدرجة التي تليها الرتبة الثانية وهكذا حتى ننتهي من إعطاء رتب لكل درجات المتغير. ويوضع هذا الترتيب في العمود الرابع المسمى رتبة ص.

٣ ـ نقوم بحساب الفرق بين رتبة س وبين رتبة ص وذلك بطرح رتبة ص من رتبة س أو العكس كلاهما صحيح. ويوضح الناتج في العمود المسمى ف أي الفرق.

٤ ـ نقوم بعد ذلك بتربيع الفرق ويوضع الناتج في العمود المسمى ف٢.

٥ ـ نقوم بجمع القيم الموجودة في العمود ف٢ لنحصل على مجـ ف ٢.
ويمكن مراجعة الخطوات السابقة للتأكد من صحتها على النحو الآتي:

١ ـ أن يكون مجموع العمود رتبة س مساوياً لمجموع العمود رتبة ص.

٢ ـ أن يكون مجموع العمود الخامس ف مساوياً للصفر أي أن يكون مجموع القيم الموجبة مساوياً لمجموع القيم السالبة.

٦ ـ وبعد ذلك يتم تطبيق القانون على النحو السابق ذكره.

ب ـ حساب معامل ارتباط الرتب في حالة تكرار القيم في المتغيرين س، ص أو أحدهما.

في أحيان كثيرة يحصل أحد أفراد العينة أو أكثر على نفس الدرجة التي يحصل عليها فرد آخر. أي أن يتكرر وجود أكثر من درجة متساوية في القيمة مع بعضها البعض كأن يحصل محمد في المتغير س وهو التذكر على درجة ١٢ وهي نفس الدرجة التي حصل عليها حسام فلو كانت درجتي أحمد وحسام هما أعلى الدرجات التي حصل عليها أفراد العينة أعطينا أحدهما الرتبة الأولى أي واحد وأعطينا الآخر الرتبة الثانية أي اثنين ثم نقوم بعد ذلك بجمع الرتبتين وقسمتهما على عددهما فيكون الناتج هو الرتبة التي توضع أمام درجتي أحمد وحسام وذلك على النحو الآتي:

الأسماء	س	الرتبة	رتبة
أحمد	١٢	(١)	١,٥
حسام	١٢	(٢)	١,٥

متوسط مجموع الرتبتين (٣) ÷ ٢ = ١,٥

مثال (٣):

ق	س	ص	رتبة س	رتبة ص	ف	ف٢
١	٢٠	٨	١	٤	-٣,٠	٩,٠٠
٢	١٩	٩	٢,٥	٣	-٠,٥	٠,٢٥
٣	١٩	١٠	٢,٥	١,٥	١,٠	١,٠٠
٤	١٥	٧	٤	٥	-١,٠	١,٠٠
٥	١٢	١٠	٥	١,٥	٣,٥	١٢,٢٥
			١٥	١٥	-٤,٥	٢٣,٥٠
					+٤,٥	
					صفر	

ففي هذا المثال (٣) نجد أنه عند ترتيبنا للمتغير س أعطينا أكبر قيمة وهي الرتبة واحد، والقيمة التي تلي ذلك هي ١٩، نجد أنه توجد قيمة أخرى مساوية لها فنعطي أحد القيمتين اثنين والقيمة الأخرى الرتبة ثلاثة ثم نقوم بقسمتهما على النحو التالي: ٢ + ٣ = ٥ ÷ ٢ = ٢,٥ أي أن رتبة كل من القيمتين واحدة وهي ٢,٥ وذلك لأنهما متساويتين. وكذلك الأمر بالنسبة للقيمة ١٠ في المتغير ص.

وبالتعويض عن معادلة معامل ارتباط الرتب لسبيرمان في هذا المثال كما يلي:

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٢٣,٥}{٥ \times ٢٥ - ١}$$

$$ر = ١ - \frac{١٤١}{٥ \times ٢٤} = ١ - ١,١٨ = -٠,١٨$$

ج ـ حساب العلاقة بين متغيرين ينقسمان انقساماً نوعياً بمعامل ارتباط الرتب :

يمكن استخدام معامل ارتباط الرتب في حساب العلاقة بين متغيرين ينقسم كل منهما انقساماً نوعياً حسب طبيعة البحث مثل العلاقة بين تقديرات المدرسين لمستوى تحصيل التلاميذ وبين تقديرات الاقتصاديين لمستواهم الاقتصادي .

مثال :

فيما يلي تقديرات المدرس لمستوى تحصيل ثلاثة من تلاميذه وكذلك تقديرات المختلصين لمستواهم الاقتصادي .

ق	التحصيل	الاقتصادي	رتبة التحصيل	رتبة الاقتصادي	الفرق	مربع الفرق
١	جيد جداً	فقير	٢	٣	١-	١
٢	متوسط	غني	٣	٢	١+	١
٣	ممتاز	ثري	١	١	صفر	-
						٢

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٢}{٣ \times ٩ - ١} = ١ - \frac{١٢}{٢٤} = ١ - ٠,٥ = ٠,٥$$

أي أن العلاقة بين التحصيل والمستوى الاقتصادي علاقة موجبة .

تمارين (*)

١ ـ في دراسة على مجموعة من الأطفال أجرى الباحث عليهم

(*) من المفيد في مثل هذه التمارين أن يقوم الطالب بحلها بنفسه أولا حسب القواعد السابقة ثم يقوم بمراجعة حله بالحل الموجود بعد التمارين .

اختبارين أحدهما يقيس القدرة على التصور والثاني يقيس اقدرة على التذكر وكان عدد هؤلاء الأطفال ١٠ وكانت درجاتهم كما يلي :

س (التصور) : ١٢ ـ ٢٤ ـ ١٨ ـ ١٠ ـ ٧ ـ ١٧ ـ ٣٢ ـ ٢١ ـ ٢٣ ـ ٦

ص (التذكر) : ٨ ـ ١٣ ـ ١٤ ـ ٢٢ ـ ١٧ ـ ٢ ـ ٥ ـ ١٥ ـ ١١ ـ ٣

٢ ـ أجرى باحث بحثاً على مجموعة من الذكور عددهم ٥ أفراد فطبق عليهم اختباراً للشخصية لقياس الانطواء والانبساط فكانت درجاتهم عليهما :

س (الانطواء) : ٥ ـ ٦ ـ ٥ ـ ٤ ـ ٣

ص (الانبساط) : ١٢ ـ ١١ ـ ١٠ ـ ١١ ـ ٨

أحسب معامل الارتباط في الدراسة والبحث السابقين .

٣ ـ صنفت درجات خمسة من العمال على اختبار للذكاء إلى خمس مستويات كما استخرجت تقديراتهم على مقياس الكفاية الإنتاجية فكانت كما يلي :

العمال	١	٢	٣	٤	٥
الذكاء	ضعيف	أقل	متوسط	فوق	جيد جداً
الكفاية	مقبول	متوسط	جيد	جيد جداً	ممتاز

والمطلوب حساب لارتباط بين الذكاء والكفاية .

الحل :

التمرين الأول :

ق	س	ص	رتبة ص	رتبة ص	ف	ف²
١	١٢	٨	٧	٧	صفر	صفر
٢	٢٤	١٣	٢	٥	ـ ٣	٩
٣	١٨	١٤	٥	٤	+ ١	١
٤	١٠	٢٣	٨	١	+ ٧	٤٩
٥	٧	١٧	٩	٢	+ ٧	٤٩
٩	١٧	٢	٦	١٠	ـ ٤	١٦
٧	٣٢	٥	١	٨	ـ ٧	٤٩
٨	٢١	١٥	٤	٣	+ ١	١
٩	٢٣	١١	٣	٦	ـ ٣	٩
١٠	٦	٣	١٠	٩	+ ١	١
			٥٥	٥٥	ـ ١٧	١٨٤
					+ ١٧	
					صفر	

$$\text{س} = ١ - \frac{١٨٤ \times ٦}{١٠ \times ١٠٠ - ١} = ١ - \frac{١١٠٤}{٩٩٠}$$

$$\text{س} = ١ - ١,١٢ = -٠,١٢$$

التمرين الثاني :

ق	س	س	رتبة س	رتبة ص	ف	ف^{2}
١	٥	١٢	٢,٥	١	+ ١,٥	٢,٢٥
٢	٦	١١	١	٢,٥	- ١,٥	٢,٢٥
٣	٥	١٠	٢,٥	٤	- ١,٥	٢,٢٥
٤	٤	١١	٤	٢,٥	+ ١,٥	٢,٢٥
٥	٣	٨	٥	٥	صفر	صفر
			١٥	١٥	+ ٣	٩
					- ٣	
					صفر	

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ٩}{٥ \times ٢٥ - ١} = ١ - \frac{٥٤}{٥ \times ٢٤}$$

$$ر = ١ - \frac{٥٤}{١٢٠} = - ٠,٤٥ = ٠,٥٥$$

التمرين الثالث :

ق	الذكاء	الكفاية	رتبة ذكاء	رتبة كفاية	ف	ف^{2}
١	ضعيف	مقبول	٥	٥	صفر	صفر
٤	أقل	متوسط	٤	٤	صفر	صفر
٣	متوسط	جيد	٣	٣	صفر	صفر
٤	فوق	جيد جداً	٢	٢	صفر	صفر
٥	جيد جداً	ممتاز	١	١	صفر	صفر

$$ر = ١ - \frac{٦ \times \text{صفر}}{٥ \times ٢٥ - ١} = ١ - \frac{\text{صفر}}{١٢٠} = + ١$$

حدود معامل الارتباط

تبين بعد الجزء السابق كيفية الحصول على معامل الارتباط ويجدر بنا هنا أن نعرف من خلال التمارين الإحصائية المختلفة حدود هذا العامل مدللين على ذلك بالأمثلة. وإننا نستطيع تبين هذه الحدود من خلال النظر لرتبة كل من المتغيرين، ومن خلال جدول الانتشار أو ما يسمى بالجدول المزدوج.

أ ـ من خلال النظر للرتب

١ ـ في حالة العلاقة التامة الموجبة:

مثال:

ق	ص	ص	رتبة س	رتبة ص	ف	ف٢
١	٢٠	٦	١	١	صفر	صفر
٢	١٨	٥	٢	٢	صفر	صفر
٣	٩	٣	٣	٣	صفر	صفر
٤	٧	صفر	٤	٤	صفر	صفر
			١٠	١٠	صفر	صفر

$$ر = ١ - \frac{٦ \times صفر}{٤ \times ١٦ - ١} = ١ - \frac{صفر}{٦٠}$$

$$ر = ١ - صفر = + ١$$

ويتضح لنا بمجرد النظر لرتبة كل من المتغيرين س، ص أن قيم المتغير س قد أخذت نفس رتب قيم المتغير ص وفي هذه الحالة نتوقع أن تكون قيمة معامل الارتباط تساوي + ١ أي أنها علاقة موجبة.

٢ ـ في حالة العلاقة التامة السالبة :

مثال :

ق	س	ص	رتبة س	رتبة ص	ف	ف٢
١	٣٥	١٢	١	٨	٧ـ	٤٩
٢	٣٢	١٣	٢	٧	٥ـ	٢٥
٣	١٨	٢٧	٣	٦	٣ـ	٩
٤	١٧	٢٨	٤	٥	١ـ	١
٥	١٠	٣٠	٥	٤	١ +	١
٦	٩	٤٥	٦	٣	٣ +	٩
٧	٨	٥٠	٧	٢	٥ +	٢٥
٨	٢	٦٥	٨	١	٧ +	٤٩
			٣٦	٣٦	١٦ـ	١٦٨
					ع ١٦	
					صفر	

$$ر = ١ - \frac{٦ \times ١٦٨}{٨ \times ٦٤ - ١} =$$

$$ر = ١ - \frac{١٠٠٨}{٥٠٤} = ١ - ٢ = -١$$

ويلاحظ بمجرد النظر إلى العلاقة العكسية بين رتب المتغير (س) ورتب المتغير (ص) فنجد أن القيمة الأولى ٣٥ في المتغير س قد أخذت الرتبة ١ بينما القيمة الأولى ١٢ في المتغير ص قد أخذت الرتبة ٨. كذلك نلاحظ أن القيم في المتغير س مرتبة ترتيباً تنازلياً والقيم ص مرتبة ترتيباً تصاعدياً وهنا يعني أن الزيادة في المتغير الأول (س) يتبعها نقصان في المتغير الثاني (ص).

ب ـ من خلال جدول الانتشار(*)

في الجدول التكراري يتم وضع الدرجات الخاصة بمتغير واحـد فيه على شكل فئات وتكرارات. أما جدول الانتشار أو الجدول المزدوج فهو عبارة عن جدولين تكرارين وضعا معاً ليمثلا درجات متغيرين من المتغيرات المراد حساب العلاقـة بينهمـا. لكن الفـرق بين الجـدول التـكراري وبين الجدول المزدوج هو أنه يتم وضع علامة واحدة لتعبر عن كل قيم في الأول أما في الثاني فإنه يتم وضع علامة واحدة أيضاً لكن هذه العلامـة تعبـر عن قيمتين الأولى خاصة بالمتغير الأول والثانية خاصة بالمتغير الثاني.

وفيما يلي المثالين السابقين في حالة العلاقة التامة الموجبة والعلاقة التامة السالبة لنوضحها من خلال جدول الانتشار.

١ ـ في حالة العلاقة التامة الموجبة:

مثال:

ق	س	ص
١	٢٠	٦
٢	١٨	٥
٣	٩	٣
٤	٧	صفر

ص/س	صفر	٥ ـ	مج
٧ ـ	//		٢
١٧ ـ		//	٢
مج	٢	٢	٤

وقد تم عمل الجدول المزدوج السابق باتباع الخطوات الآتية:

١ ـ عمل جدول بالصـورة السابقـة والتـي تختلف فئاتـه حسـب عدد القيم.

(*) ويطلق عليه أيضاً اسم الجدول المزدوج.

٢ ـ جعل فئات المتغير س هي المربعات الرأسية .

٣ ـ جعل فئات المتغير ص هي المربعات الأفقية .

٤ ـ عمل فئات للمتغير س بنفس طريقة الجدول التكراري .

٥ ـ عمل فئات للمتغير ص بنفس طريقة الجدول التكراري .

٦ ـ لوضع درجات المتغيرين في الجدول يكون كالآتي :

١ ـ يتم تفريغ كل درجتين متقابلتين معاً ، وعلى سبيل المثال يتم تفريغ القيمتين الخاصتين بالفرد ١ الأول وهما ٢٠ ، ٦ معاً .

٢ ـ نجد بالنسبة للقيمة الأولى من المتغير س وهي ٢٠ يمكن تفريغها في الفئة ١٧ ـ ، وأن القيمة الأولى من المتغير ص وهي ٦ يمكن تفريغها في الفئة ٥ ـ .

٣ ـ نبحث عن المربع المقابل للفئة ١٧ ـ وفي نفس الوقت يكون مقابلاً للفئة ٥ ـ وهو هنا في هذه الحالة المربع الأخير .

٤ ـ نقوم بوضع علامة / في هذا المربع لتعبر هذه العلامة عن العلاقة بين هاتين الدرجتين ويمكن أن نصور ذلك على النحو الآتي :

الفئة ٥ ـ

↓

الفئة ١٧ ـ ———————— ← [/]

٥ ـ بالنسبة للقيمتين التاليتين الخاصتين بالفرد (٢) الثاني وهما ١٨ ، ٥ نجد أن القيمة الأولى ١٨ من المتغير س يمكن تفريغها في الفئة ١٧ ـ ، وأن القيمة الثانية ٥ من المتغير ص يمكن تفريغها في الفئة ٥ ـ وعلى هذا الأساس يتم البحث عن المربع المقابل لكل من هاتين الفئتين معاً فنجده أنه هو نفس المربع الأخير والسابق وضع علامة للقيمتين ٢٠ ، ٦ فيه فيتم على هذا الأساس وضع علامة ثانية في نفس المربع لتعبر عن العلاقة بين الدرجتين ١٨ ، ٥ أيضاً .

٦ ـ بالنسبة للقيمتين التاليتين الخاصتين بالفرد (٣) الثالث وهما ٩، ٣ نجد أن القيمة الأولى من المتغير س يمكن تفريغها في الفئة ٧ ـ ، والقيمة الثانية من المتغير ص يمكن تفريغها في الفئة صفر ـ . وعلى هذا الأساس يتم بعد ذلك البحث عن المربع لكل من الفئتين السابقتين فنجد أن المربع الأول في العمود الأول والصف الأول فيتم وضع علامة / فيه لتعبر عن العلاقة بين هاتين الدرجتين.

٧ ـ كذلك نجد أنه يمكن تمثيل القيمتين الأخيرتين الخاصتين بالفرد (٤) الرابع وهما ٧، صفر في نفس مربع القيمتين السابقتين وهما ٩، ٣.

النتيجة: عندما تكون العلاقة تامة موجبة فإننا نجد أن انتشار العلاقات في الجدول يسير في الاتجاه من أ ـ د كما يتبين في الجدول السابق:

أ   جـ

ص / س	٢ ـ	٤ ـ	٦ ـ	مجـ
٥ ـ				
١٠ ـ				
١٥ ـ				
مجـ				

ب   د

٢ ـ في حالة العلاقة التامة السالبة :

س	ص
٣٥	١٢
٣٢	١٣
١٨	٢٧
١٧	٢٨
١٠	٣٠
٩	٤٢
٨	٥٠
٢	٦٥

س \ ص	١٢ -	٢٧ -	٤٢ -	٥٧ -	مجـ
٢ -		/	//	/	
١٢ -		//			
٢٢ -					
٣٢ -	//				
مجـ					

النتيجة : تم وضع القيم الخاصة بالمتغيرين بنفس الصورة السابقة وعندما تكون العلاقة تامة سالبة فإن انتشار العلامات في الجدول يسير في الاتجاه من حـ ـ ب كما يلي وكما يتبين في الجدول السابق .

س \ ص	٢ -	٤ -	٦ -	مجـ
٥ -				
١٠ -				
١٥ -				
مجـ				

تمارين

١ ـ أجرى باحث دراسة على مجموعة من العمال للكشف عن العلاقة بين أجورهم وعدد مرات الجزاءات التي توقع عليهم فكانت القيم التي حصل عليها بالنسبة لخمسة عشر عاملاً بالنسبة للأجور والجزاءات هي:

س: ١٠ ـ ١٥ ـ ١٧ ـ ٢٧ ـ ٣٢ ـ ٣٣ ـ ٣٨ ـ ٤٠ ـ ٤٥ ـ ٤٨ ـ ٥٠ ـ ٦٥ ـ ٦٦ ـ ٦٨ ـ ٧٠.

ص: ٣٠ ـ ٢٨ ـ ٢٦ ـ ٢٤ ـ ٢٢ ـ ٢٠ ـ ١٨ ـ ١٦ ـ ١٥ ـ ١٢ ـ ١١ ـ ١٠ ـ ٨ ـ ٧ ـ ٦.

بين العلاقة بين المتغيرين بالطرق الآتية:

أ ـ جدول الانتشار.
ب ـ الرتب بين المتغيرين.
جـ ـ الطريقة الإحصائية.

٢ ـ أراد باحث أن يعرف العلاقة بين العمر والأجر الذي يحصل عليه الموظف في عمله فأجرى بحثه على ثماني أفراد فكانت أعمارهم وأجورهم كما يلي:

س: ٥٠ ـ ٤٨ ـ ٤٥ ـ ٤٣ ـ ٣٨ ـ ٣٥ ـ ٢٥ ـ ٢٠

ص: ٣٢ ـ ٢٨ ـ ٢٧ ـ ٢٤ ـ ٢٢ ـ ٢٠ ـ ١٨ ـ ١٧

أحسب العلاقة بين المتغير بنفس الطريقة السابقة.

الحل:

١ ـ حل التمرين الأول:

١ ـ عن طريق جدول الانتشار:

أ   جـ

ص / س	٦ ـ	١٠ ـ	١٤ ـ	١٨ ـ	٢٢ ـ	٢٦ ـ	٣٠ ـ	مجـ
١٠ ـ						//	/	
٢٠ ـ					/			
٣٠ ـ				//	/			
٤٠ ـ		/	//					
٥٠ ـ		/						
٦٠ ـ	//	/						
٧٠ ـ	/							
مجـ								

ب   د

ويتضح من مسار خط الانتشار الذي يصل بين ب ، جـ أن نوع العلاقة تامة سالبة .

ب ـ عن طريق الرتب بين المتغيرين :

ق	س	ص	رتبة س	رتبة ص	ف	ف^{2}
١	١٠	٣٠	١٥	١	+١٤	١٩٦
٢	١٥	٢٨	١٤	٢	+١٢	١٤٤
٣	١٧	٢٦	١٣	٣	+١٠	١٠٠
٤	٢٧	٢٤	١٢	٤	+٨	٦٤
٥	٣٢	٢٢	١١	٥	+٦	٣٦
٦	٢٣	٢٠	١٠	٦	+٤	١٦
٧	٣٨	١٨	٩	٧	+٢	٤
٨	٤٠	١٦	٨	٨	صفر	صفر
٩	٤٥	١٥	٧	٥	-٢	٤
١٠	٤٨	١٢	٦	١٠	-٤	٦
١١	٥٠	١١	٥	١١	-٦	٣٦
١٢	٦٥	١٠	٤	١٢	-٨	٦٤
١٣	٦٦	٨	٣	١٣	-١٠	١٠٠
١٤	٦٨	٧	٢	١٤	-١٢	١٤٤
١٥	٧٠	٦	١	١٥	-١٤	١٩٦
					-٥٦	١١٢٠
					+٥٦	
					صفر	

ويتضح من رتبتي س، ص أن رتبة القيمة الأولى في المتغير س خمسة عشر بينما رتبة القيمة الأولى في المتغير ض واحد، ويتضح لنا من مجرد النظر للرتب أن العلاقة عكسية.

جـ ـ بالطريقة الإحصائية :

$$س = ١ - \frac{٦ \times ١١٢٠}{١٥ \times ٢٢٥ - ١} = ١ - \frac{٦ \times ١١٢٠}{١٥ \times ٢٢٤}$$

$$س = ١ - \frac{٦٧٢٠}{٣٣٦٠} = ١ - ٢ = - ١$$

وتشير القيمة الناتجة ـ ١ إلى أن العلاقة تامة سالبة .

٢ ـ حل التمرين الثاني :

١ ـ عن طريق جدول الانتشار:

ق	س	ص
١	٥٠	٣٢
٢	٤٨	٢٨
٣	٤٥	٢٧
٤	٤٣	٢٤
٥	٣٨	٢٢
٦	٣٥	٢٠
٧	٢٥	١٨
٨	٢٠	١٧

(أ ، ب ، جـ ، د : زوايا الجدول)

س \ ص	١٧ ـ	٢ ـ	٢٣ ـ	٢٦ ـ	٢٩ ـ	٣٢ ـ	مج
٢٠ ـ	/						
٢٥ ـ	/						
٣٠ ـ						/	
٣٥ ـ		//					
٤٠ ـ			/				
٤٥ ـ				//			
مج							

ويلاحظ أن خط الانتشار الخاص بالعلامات يسير في الاتجاه أ ـ د مما يعطينا تنبوءاً بأننا لو حسبنا العلاقة فستكون موجبة .

٢ ـ عن طريق الرتب:

ق	س	ص	رتبة س	رتبة ص	ف	ف٢
١	٥٠	٣٢	١	١	صفر	صفر
٢	٤٨	٢٨	٢	٢	صفر	صفر
٣	٤٥	٢٧	٣	٣	صفر	صفر
٤	٤٣	٢٤	٤	٤	صفر	صفر
٥	٣٨	٢٢	٥	٥	صفر	صفر
٦	٣٥	٢٠	٦	٦	صفر	صفر
٧	٢٥	١٨	٧	٧	صفر	صفر
٨	٢٠	١٧	٨	٨	صفر	صفر
					صفر	صفر

ومن مجرد النظر إلى رتب س، ص نجد أن قيم س قد أخذت نفس رتب ص مما يجعلنا نتنبأ أيضاً بأن العلاقة ستكون ـ لو حسبناها إحصائية ـ تامة موجبة.

٣ ـ بالطريقة الإحصائية:

$$س = ١ - \frac{٦ \times صفر}{٨ (٦٤ - ١)} ١ = - \frac{صفر}{٥٠٤}$$

$$س = ١ - صفر = + ١$$

(٢) معاملات ارتباط بيرسون

تتفادى معاملات ارتباط بيرسون العيوب الموجودة في معامل ارتباط الرتب والمتعلقة باعتماده على الرتب في حسابه لا على القيم نفسها.

ومعاملات بيرسون هي:

أ ـ معامل ارتباط بيرسون عن طريق الانحرافات.

ب ـ معامل ارتباط بيرسون عن طريق القيم الخام.

جـ ـ معامل ارتباط بيرسون عن طريق جدول الانتشار.

وبدون شك فهناك أنواعاً عديدة أخرى من معاملات الارتباط سيأتي ذكرها في القسم الخاص «بالإحصاء المتقدم» بعد ذلك. وسنتناول فيما يلي طرق حساب معاملات ارتباط بيرسون كل على حدة.

أ ـ معامل ارتباط بيرسون عن طريق الانحرافات.

يعتبر معامل ارتباط بيرسون عن طريق الانحرافات من أكثر معاملات الارتباط شيوعاً لأنه يتأثر بجميع القيم المعطاة. فهو إذاً يسد نقصاً هاماً في معامل ارتباط الرتب لأن ذلك الأخير يتناول في حسابه الرتب لا القيم نفسها كما سبق أن ذكرنا، وحساب معامل الارتباط على أساس الرتب أقل دقة من حسابه على أساس القيم إذ أن زيادة القيمة أو نقصها لا يغير من قيمة معامل الارتباط إذا حسبناه باستخدام معامل الرتب لسبيرمان. هذا بينما يتأثر معامل بيرسون بأي تغيير في القيمة. وسنعطي أمثلة نقارن من خلالها بين الطريقتين، ولكي يتأكد بواسطتها هذا الكلام!

ويعتمد معامل ارتباط بيرسون عن طريق الانحرافات على حساب المتوسط الحسابي لكل من المتغيرين المراد معرفة العلاقة بينهما ثم يتم حساب انحراف كل قيمة عن متوسطها ثم تربيع هذه الانحرافات وضربها في بعضها بعد ذلك.

مثال:

أجرى باحث دراسة على مجموعة مكونة من أربعة أشخاص لمعرفة العلاقة بين مستوى ذكائهم (س) وسمات شخصيتهم (ص)، وكانت دراجاتهم على المتغيرين س، ص كما يلي:

ن	س	ص	حَ س	حَ ص	حَ² س	حَ² ص	حَ س حَ ص
١	٢٥	٥٠	٣,٢٥	٢,٥	١٠,٥٦	٦,٢٥	+٨,١٣
٢	١٩	٦٠	-٢,٧٥	١٢,٥	٧,٥٦	١٥٦,٢٥	-٣٤,٣٨
٣	١٠	٣٨	-١١,٧٥	-٩,٥	١٣٨,٠٦	٩٠,٢٥	+١١١,٦٣
٤	٣٣	٤٢	١١,٢٥	-٥,٥	١٢٦,٥٦	٣٠,٢٥	-٦١,٨٨
مجـ	٨٧	١٩٠		٢٨٢,٧٤	٢٨٣,٠٠		+١١٩,٧٦
							-٩٦,٢٦
							+٢٣,٥٠

$$\text{م س} = \frac{٨٧}{٤} = ٢١,٧٥$$

$$\text{م ص} = \frac{\quad}{٤} = ٤٧,$$

وقانون معامل ارتباط بيرسون عن طريق الانحرافات هو:

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ حَ س حَ ص}}{\sqrt{\text{مجـ حَ}^2\text{ س} \times \text{مجـ حَ}^2\text{ ص}}}$$

حيث أن:

مجـ حَ س حَ ص = حاصل ضرب حَ س في حَ ص

حَ² س = مربع انحراف القيم عن متوسطها وذلك بالنسبة للمتغير س.

حَ² ص = مربع انحراف قيم المتغير ص عن متوسطها. وبالتعويض عن القانون في المثال السابق نجد أن:

$$\text{ر} = \frac{٢٣,٥٠}{\sqrt{٢٨٢,٧٤ \times ٢٨٣,٠٠}} = \frac{٢٣,٥٠}{٢٨٢,٨٧} = ٠,٠٨٣$$

والخطوات التي تم من خلالها حساب معامل الارتباط عن طريق الانحرافات هي:

١ ـ جمع قيم المتغير س وقسمة الناتج على ن ويكون الناتج هو متوسط هذا المتغير. ولقد كان مجموع قيم المتغير س (مجـ س) في المثال السابق ٨٧، ومتوسط هذا المتغير ٢١,٧٥ .

٢ ـ جميع قيم المتغير ص وقسمة الناتج على ن ويكون الناتج هو متوسط هذا المتغير. ولقد كان مجموع قيم المتغير ص (مجـ ص) في المثال السابق ١٩٠، ومتوسط هذا المتغير ٤٧,٥ .

٣ ـ حساب انحراف كل قيمة من قيم المتغير س عن متوسطها وذلك بطرح هذا المتوسط من كل قيمة من قيم المتغير س ويوضع الناتج في العمود حَ س أي انحراف القيم عن متوسطها.

٤ ـ حساب انحراف كل قيمة من قيم المتغير ص عن متوسطها وذلك بطرح هذا المتوسط من كل قيمة من قيم المتغير ص ويوضع الناتج في العمود حَ ص أي انحراف القيم عن متوسطها.

٥ ـ تربيع كل انحراف من الانحرافات الموجودة في العمود ح س ليتم الحصول على العمود حَ٢ س. ويتم بعد ذلك جمع مربع انحرافات هذا العمود لنحصل على مجـ حَ٢ س.

٦ ـ تربيع كل انحراف من الانحرافات الموجودة في العمود حَ ص ليتم الحصول على العمود حَ٢ ص. ويتم بعد ذلك جمع مربع انحرافات هذا العمود لنحصل على مجـ حَ٢ ص.

٧ ـ يتم ضرب انحراف حَ س × حَ ص ليتم الحصول على حَ س حَ ص. ويتم بعد ذلك جمع حاصل ضرب هذه الانحرافات في بعضها لنحصل على مجـ حَ س حَ ص.

٨ ـ بعد ذلك يطبق القانون السابق ذكره.

مقارنة معامل ارتباط الرتب
بمعامل الارتباط عن طريق الانحرافات

سبق أن قلنا أن عيوب معامل ارتباط الرتب أنه يعتمد في حسابه على الرتب لا على القيم نفسها. ومعنى ذلك أنه لو تغيرت القيم فلن تتأثر قيمة معامل الارتباط. لكنه في حالة معامل ارتباط بيرسون عن طريق الانحرافات فإننا نجد أن أي تغير في القيم يؤثر على قيمة معامل الارتباط وهذا هو المتوقع. وفيما يلي مثالاً تم حله بطريقة الرتب وبطريقة الانحرافات.

بطريقة الرتب:

ق	س	ص	ز س	ز ص	ف	ف^2
١	٢٠	٤٥	٢	٢	صفر	صفر
٢	١٥	٥٠	٣	١	٢	٤
٣	٥	٣٠	٤	٤	صفر	صفر
٤	٢٣	٤١	١	٣	-٢	٤
					صفر	٨

$$س = ١ - \frac{٦ \times ٨}{٤ \times ١٦ - ١} = ١ - \frac{١٨}{٦٠} = ١ - ٠,٨ = ٠,٢$$

بطريقة الانحرافات:

ق	س	ص	حَ س	حَ ص	حَ^{2} س	حَ^{2} ص	حَ س حَ ص
١	٢٠	٤٥	+٤,٢٥	+٣,٧٥	١٨,٦	١٤,٦	+١٥,٩٤
٢	١٥	٥٠	-٠,٧٥	+٨,٧٥	٠٠,٥٦	٧٦,٥٦	-٦,٥٦
٣	٠٥	٣٠	-١٠,٠٠	-١١,٢٥	١١,٥٦	١٢٦,٥٦	+١٢٠,٩٤
٤	٢٣	٤٠	+٧,٢٥	-١,٢٥	٥٢,٥٦	١,٥٦	-٩,٠٦
	٦٣	١٦٥			١٨٦,٧٤	٢١٨,٧٤	-١٥,٦٢
							+١٣٦,٨٨
							١٢١,٢٦

$$م\,س = \frac{٦٣}{٤} = ١٥,٧٥$$

$$م\,ص = \frac{١٦٥}{٤} = ٤١,٢٥$$

$$ر = \frac{١٢١,٢٦}{\sqrt{٢١٨,٧٤ \times ١٨٦,٧٤}} = \frac{١٢١,٢٦}{\sqrt{٤٠٨٤٧,٥١}}$$

$$ر = \frac{١٢١,٢٦}{٢٠٢,١١} = ٠,٦٠$$

وهكذا يتضح أن قيمة معاسل الارتبـاط قد تغيرت في معامـل ارتبـاط الرتب عنه في معامل الارتباط عن طريق الانحرافـات. ليس ذلك فقـط بل وكما سبق أن قلنا فإن معامل ارتباط الرتب نفسه لا تتغير قيمته إذا زادت القيم أو نقصت ما دامـت هذه الـزيادة أو النقص لا يغير وضـع القيمـة بالنسبـة للمجموعة، في حين أن قيمة معامل الارتباط عن طريق الانحرافات تتغير لو تغيرت القيم. وسنعطي فيما يلي أمثلة تبين ذلك.

مثال:

قبل تغيير القيم

ق	س	ص	ر س	ر ص	ف	ف٢
١	١٥	٢٠	٣	٣	صفر	صفر
٢	٢٧	٣٠	٢	٢	صفر	صفر
٣	٨	١٠	٤	٤	صفر	صفر
٤	٣٥	٤٠	١	١	صفر	صفر
					صفر	صفر

$$س = ١ - \frac{٦ \times صفر}{٤ \times ١٦ - ١} = ١ - \frac{صفر}{٦٠} =$$

س = ١ ـ صفر = + ١

وحساب نفس المثال مع تغيير في القيم في كل من المتغيرين:.

بعد تغيير القيم

ق	س	ص	ر س	ر ص	ف	ف^{٢}
١	١٠	١٠	٣	٣	صفر	صفر
٢	٢٠	٢٥	٢	٢	صفر	صفر
٣	٥	٤	٤	٤	صفر	صفر
٤	٣٠	٣٥	١	١	صفر	صفر
					صفر	صفر

$$س = ١ - \frac{٦ \times صفر}{٤ (١٦ - ١)} = ١ - \frac{صفر}{٤ \times ١٥}$$

$$س = ١ - صفر = + ١$$

وهكذا نجد أن معامل ارتباط الرتب لم تختلف قيمته عن + ١ رغماً من اختلاف القيم في المتغيرين س ، ص في الحالتين . بينما تختلف قيمة معامل الارتباط عن طريق الانحرافات في نفس الحالتين السابقتين وسنبين ذلك فيما يلي :

الحالة الأولى : قبل تغيير القيم .

ق	س	ص	حَ س	حَ ص	حَ^{٢} س	حَ^{٢} ص	حَ س حَ
١	١٥	٢٠	- ٦,٢٥	- ٥	٣٩,٠٦	٢٥	٣١,٢٥
٢	٢٧	٣٠	+ ٥,٧٥	+ ٥	٣٣,٠٦	٢٥	٢٨,٧٥
٣	٨	١٠	- ١٣,٢٥	- ١٥	١٧٥,٥٦	٢٢٥	١٩٨,٧٥
٤	٣٥	٤٠	+ ١٣,٧٥	+ ١٥	١٨٩,٠٦	٢٢٥	٢٠٦,٢٥
	٨٥	١٠٠			٤٣٦,٧٤	٥٠٠	٤٦٥,٠٠

$$م\ س = \frac{٨٥}{٤} = ٢١,٢٥$$

$$م\ ص = \frac{١٠٠}{٤} = ٢٥$$

$$ر = \frac{٤٦٥}{\sqrt{٤٣٦,٧٤ \times ٥٠٠}} = \frac{٤٦٥}{٤٦٧} = ٠,٩٩٥$$

الحالة الثانية ـ بعد تغيير القيم :

ق	س	ص	حَ س	حَ ص	حَ² س	حَ² ص	حَ س حَ ص
١	١٠	١٠	- ٦,٢٥	- ٨,٥	٣٩,٠٦	٧٢,٢٥	٥٣,١٣
٢	٢٠	٢٥	+ ٣,٧٥	+ ٦,٥	١٤,٠٦	٤٢,٢٥	٢٤,٣٨
٣	٥	٤	- ١١,٢٥	- ١٤,٥	١٢٦,٥٦	٢١٠,٢٥	١٠ ١٣
٤	٣٠	٣٥	+ ١٣,٧٥	+ ١٦,٥	١٨٩,٠٦	٢٧٢,٢٥	٢٢٦,٨٨
	٦٥	٧٤		٣٦٨,٧٤	٥٩٧,٠٠	٤٦٧,٥٢	

$$م\ س = \frac{٦٠}{٤} = ١٦,٢٥$$

$$م\ س = \frac{٧٤}{٤} = ١٨,٥٠$$

$$ر = \frac{٤٦٧,٥٢}{\sqrt{٥٩٧ \times ٣٦٨,٧٤}} = \frac{٤٦٧,٥٢}{٤٦٩,١٩} = ٠,٩٩٦$$

وهكذا نجد أن قيمة معامل الارتباط عن طريق الانحرافات قد تغيرت قيمته في الحالة الأولى عنه في الحالة الثانية وذلك لأن القيم نفسها قد تغيرت أي أن قيمة معامل الارتباط تتأثر بالقيم نفسها بينما لم نجد ذلك في معامل ارتباط الرتب.

ب ـ معامل ارتباط بيرسون عن طريق القم الخام :

وجدنا في معامل ارتباط بيرسون عن طريق الانحرافات أنه يتطلب كثيراً من الخطوات ونتائجه يوجد بها الكثير من الكسور مما يحتاج لوقت طويل في حسابه إلى جانب أن الباحث قد يقع في الكثير من الأخطاء نتيجة لذلك. أما معامل ارتباط بيرسون عن طريق القيم الخام فيتحاشى ذلك. ويعتمد هذا

المعامل في حسابه على تربيع القيم في كل متغير من المتغيرين ثم ضرب المتغير س في المتغير ص . وفيما يلي مثالاً يوضح ذلك :

مثال :

ن	س	ص	س٢	ص٢	س ص
١	٢	٣	٤	٩	٦
٢	٤	٥	١٦	٢٥	٢٠
٣	٢	١	٤	١	٢
٤	٦	٧	٣٦	٤٩	٤٢
٥	٣	٤	٩	١٦	١٢
	١٧	٢٠	٦٩	١٠٠	٨٢

وقانون معامل الارتباط عن طريق القيم الخام :

$$\text{س} = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ س}^{2} - \frac{(\text{مجـ س})^{2}}{\text{ن}}\right) \times \left(\text{مجـ ص}^{2} - \frac{(\text{مجـ ص})^{2}}{\text{ن}}\right)}}$$

وبالتعويض عن القانون في المثال السابق نجد أن قيمة :

$$\text{ر} = \frac{\text{٨٣} - \frac{\text{١٧} \times \text{٢٠}}{\text{٥}}}{\sqrt{\left(\text{٦٩} - \frac{(\text{١٧})^{2}}{\text{٥}}\right) \times \left(- \frac{(\text{٢٠})^{2}}{\text{٥}}\right)}}$$

$$\text{ر} = \frac{\text{٨٢} - \frac{\text{٣٤٠}}{\text{٥}}}{\sqrt{\text{٦٩} - \frac{\text{٢٨٩}}{\text{٥}} \times \text{١٠٠} - \frac{\text{٤٠٠}}{\text{٥٠}}}} = \frac{\text{٨٢} - \text{٦٨}}{\sqrt{\text{٦٩} - \text{٥٧,٨} \times \text{١٠٠} - \text{٨٠}}}$$

$$ر = \frac{١٤}{\sqrt{١١,٦ \times ٢٠}} = \frac{١٤}{\sqrt{٢٢٤}} = \frac{١٤}{١٤,٩٧} = ٠,٩٣٥$$

خطوات حساب معامل ارتباط بيرسون عن طريق القيم الخام:

١ ـ تربيع قيم س ويوضع الناتج في العمود $س^٢$.

٢ ـ تربيع قيم ص ويوضع الناتج في العمود $ص^٢$.

٣ ـ ضرب قيم س × قيم ص ويوضع الناتج في العمود س ص.

٤ ـ تجمع الأعمدة لنحصل:

من العمود الأول على مجـ س.

ومن العمود الثاني على مجـ ص.

ومن العمود الثالث على مجـ $س^٢$.

ومن العمود الرابع على مجـ $ص^٢$.

ومن العمود الخامس على مجـ س ص.

٥ ـ نطبق القانون الآتي:

$$ر = \frac{\text{مجـ س ص} - \frac{\text{مجـ س} \times \text{مجـ ص}}{ن}}{\sqrt{\left(\text{مجـ س}^٢ - \frac{(\text{مجـ س})^٢}{ن}\right) \times \left(\text{مجـ ص}^٢ - \frac{(\text{مجـ ص})^٢}{ن}\right)}}$$

حيث أن:

س = معامل الارتباط.

مجـ س ص = مجموع ضرب القيم في المتغيرين س، ص في بعضهما البعض.

ن = عدد الأفراد.

مجـ س = مجموع القيم في المتغير س.

مجـ ص = مجموع القيم في المتغير ص.

مجـ $س^٢$ = مجموع تربيع القيم في المتغير س.

مجـ ص^{٢} = مجموع تربيع القيم في المتغير ص .

جـ ـ معامل ارتباط بيرسون عن طريق جدول الانتشار:

نلاحظ من خلال الأمثلة السابقة في كل من معاملي ارتباط بيرسون السابقين سواء أكان عن طريق القيم الخام أو الانحرافات أنهما يصلحان من الناحية العملية في حالة العينات الصغيرة . أما إذا تضمنت العينة التي يجري عليها الباحث بحثه مئات من الأشخاص فإنه سيستغرق وقتاً طويلاً جداً في حسابه لمعامل الارتباط بهاتين الطريقتين كما أنه محتاج في نفس الوقت لمساحات كبيرة من الورق يسجل عليها قيم المتغيرين س ، ص ويجري حساب العلاقة بينهما . ولذلك فإن معامل الارتباط عن طريق جدول الانتشار . «الجدول المزدوج» يصلح في مثل هذه الأحوال إذ نتمكن من وضع درجات المتغيرين في هذا الجدول لأي عينة من العينات مهما كبر حجم هذه العينة . وقد سبق أن بينا كيف يمكن تفريغ درجات المتغيرين في هذا الجدول . وسنكتفي هنا في معرفة خطوات حساب هذا المعامل .

مثال :

فيما يلي درجات مجموعة مكونة من ١٥ خمسة عشر تلميذاً على اختبار للذكاء (س) والذاكرة (ص) .

درجات س : ٧ ـ ٣ ـ ٥ ـ ٨ ـ ١٢ ـ ١٤ ـ ٢٥ ـ ٨ ـ ٩ ـ ٣ ـ ٧ ـ ١١ ـ ٢٢ ـ ٢٣ .

درجات ص : ٦ ـ ٥ ـ ٣ ـ ١٣ ـ ١١ ـ ١٥ ـ ٣٣ ـ ١٨ ـ ٩ ـ ١٦ ـ ٤ ـ ٢ ـ ١٠ ـ ١٥ ـ ١١ .

وفيما يلي جدول الانتشار الخاص بالمتغيرين السابقين :

ص / س	-٢	-١٢		-٣٢	مجـ س	حَ	حَ س	حَ٢ س	حَ س حَ ص
-٣	٢ ٦ ١٢	١ ٣ ٣			٩	-١	-٩	٩	+١٥
-١٠	٢	١			٣	صفر			
-١٧	٢َ ٢َ	١َ ١َ ١َ			٢	+١	+٢	٢	-٣
-٢٤					١	+٢	+٢	٤	+٢
مجـ ص	٩	٥	صفر	١	١٥		-٩ / +٤	١٥	+١٧ / -٣
حَ	-٢	-١		+١			-٥		+١٤
حَ ص	-١٨	-٥		+١	-٢٣ / +١	-٢٢			
حَ ص٢	٣٦	٥		١	٤٢				
حَ ص حَ س	١٠	٢		٢	+١٤				

وقانون معامل ارتباط بيرسون عن طريق الانتشار هو:

$$\text{ر} = \frac{\text{مجـ حَ س حَ ص} - \frac{\text{مجـ حَ س} \times \text{مجـ حَ ص}}{\text{ن}}}{\sqrt{\left(\text{مجـ حَ}^2\text{ س} - \frac{(\text{مجـ حَ س})^2}{\text{ن}}\right) \times \left(\text{مجـ حَ}^2\text{ ص} - \frac{(\text{مجـ حَ ص})^2}{\text{ن}}\right)}}$$

وبالتعويض عن القانون في المثال السابق:

$$ر = \frac{١٤ - \frac{-٥ \times -٢٢}{١٥}}{\sqrt{\left(١٥ - \frac{(-٥)^{٢}}{١٥}\right) \times \left(٤٢ - \frac{(-٢٢)^{٢}}{١٥}\right)}}$$

$$ر = \frac{١٤ - \frac{١١٠}{١٥}}{\sqrt{\left(١٥ - \frac{٣٠}{١٠}\right) \times \left(٤٢ - \frac{٤٨٤}{١٠}\right)}}$$

$$ر = \frac{١٤ - ٧,٣٣}{\sqrt{١٥ - ١,٦٧ \times ٤٢ - ٣٢,٢٧}}$$

$$ر = \frac{٦,٦٧}{\sqrt{١٣,٣٣ \times ٩,٧}} = \frac{٦,٦٧}{١٢٩,٧}$$

$$ر = \frac{٦,٦٧}{١١,٣٩} = ,٥٩$$

وخطوات حساب هذا المعامل هي:

١ ـ تفريغ القيم المعطاة في جدول الانتشار. ويتم جمع التكرارات الموجودة في كل صف لنحصل على مجـ س، كما يتم جمع التكرارات الموجودة في كل عمود لنحصل على مجـ ص.

٢ ـ يتم وضع انحراف فرضي أمام مجـ س، مجـ ص لنحصل على حَ.

٣ ـ يتم ضرب الانحراف الفرضي في التكرار المقابل له (الموجود في مجـ س، أو مجـ ص) ليتم الحصول على حَ س حَ ص ثم يتم ضرب ذلك الأخير في حَ لنحصل على حَ² س، حَ² ص.

٤ ـ نقوم بضرب الانحراف الفرضي المقابل للصف الأول × الانحراف الفرضي المقابل للعمود الأول في نفس الجدول، ونضع الناتج في الركن

العلوي الأيمن للمربع (وهو هنا في هذا المثال المربع الأول في الصف الأول) ثم نضرب هذا الناتج في تكرار الخلية ونضع ناتج الضرب في الركن الأسفل الأيسر من نفس المربع.

٥ ـ نقوم بضرب الانحراف الفرضي للصف الأول أيضاً × الانحراف الفرضي للعمود الثاني، ونضع الناتج في الركن العلوي الأيمن من المربع الثاني في الصف الأول، ثم نضرب الناتج × تكرار الخلية. ونضع الناتج بعد ذلك في الركن الأسفل الأيسر من نفس المربع. وهكذا حتى نهاية تكرارات الصف الأول.

٦ ـ نقوم بضرب الانحراف الفرضي للصف الثاني × الانحراف الفرضي للعمر والأداء ونضع الناتج في الركن العلوي الأيمن في المربع الأول في الصف الثاني ونضرب بعد ذلك الناتج × تكرار هذا المربع. وهكذا حتى نهاية الصف الثاني. ثم ننتقل إلى الانحراف الفرضي للصف الثالث... وهكذا.

٧ ـ نقوم بجمع حواصل الضرب السابقة الموضوعة في الركن الأسفل الأيسر في المربعات بالنسبة للصف الأول ويوضع هذا الناتج في العمود حَ س حَ ص وكذلك بالنسبة للصف الثاني والثالث... وهكذا. ثم تتم نفس هذه الخطوة بالنسبة للعمود الأول ويوضع هذا الناتج في الصف حَ^{٢} ص حَ^{٢} س. وكذلك الأمر بالنسبة للعمود الثاني والثالث.. وهكذا.

٨ ـ يجب أن يكون الناتج في مجـ حَ^{٢} س حَ^{٢} ص مساوياً للناتج في مجـ حَ^{٢} ص حَ^{٢} س.

٩ ـ نطبق بعد ذلك القانون السابق.

تمارين محلولة على معاملات الارتباط السابقة

١ ـ طبق باحث اختبارين على مجموعة من التلاميذ عددهم عشرة أحدهما يقيس الذكاء والآخر يقيس الثبات الانفعالي، فكانت درجاتهم على هذين الاختبارين كما يلي:

س: ١٥ ـ ٢٠ ـ ١٨ ـ ٢٢ ـ ٣٣ ـ ٥٧ ـ ٤٨ ـ ٣٢ ـ ١٨ ـ ٢٢

ص: ٩ ـ ١١ ـ ٧ ـ ٢٣ ـ ٢٥ ـ ٧٥ ـ ١٨ ـ ٣٢ ـ ١٧ ـ ٣٣

أحسب الارتباط بين الذكاء والثبات الانفعالي بطريقة الرتب والانحرافات.

٢ ـ أجرى باحث دراسة على عينة من الأطفال مجموعها عشرة لمعرفة العلاقة بين مستوى الذاكرة لديهم وبين أعمارهم فكانت درجات ذاكرتهم وأعمارهم كما يلي:

س: ٣ ـ ٥ ـ ٢ ـ ١ ـ صفر ـ ٤ ـ ٦ ـ ٢ ـ ٣ ـ ٥

ص: ٢ ـ ٥ ـ ٤ ـ ٣ ـ ٦ ـ ٧ ـ ٤ ـ ٣ ـ ٢ ـ ٤

أحسب معامل الارتباط بين س، ص بطريقة الرتب والانحرافات والقيم.

الحل :

التمرين الأول :

١ ـ بطريقة الرتب :

ق	س	ص	رس	ض	ف	ف²
١	١٥	٩	١٠	٩	+ ١,٠٠	١,٠٠
٢	٢٠	١١	٧	٨	- ١,٠	١,٠٠
٣	١٨	٧	٨,٥	١٠	- ١,٥	٢,٢٥
٤	٢٢	٢٣	٥,٥	٥	+ ٠,٥	٠,٢٥
٥	٣٣	٢٥	٣	٣,٥	- ,٥	,٢٥
٦	٥٧	٢٥	١	٣,٥	- ٢,٥	٦,٢٥
٧	٤٨	١٨	٢	٦	- ٤,٠٠	١٦,٠٠
٨	٣٢	٣٢	٤	٢	+ ٢,٠٠	٤,٠٠
٩	١٨	١٧	٨,٥	٧	+ ١,٥٠	٢,٢٥
١٠	٢٢	٣٣	٥,٥	١	+ ٤,٥٠	٢٠,٢٥
			٥٥	٥٥	+ ٩,٥	٥٣,٥٠
					- ٩,٥	
					صفر	

س = ١ - (٦ × ٥٣,٥) / (١٠ × ١٠٠ - ١) = ١ - ٣٢٠ / ٩٩٠ =

س = ١ - ٠,٣ =(*) ٠,٧ , = ١ - ,٣ = ,٧ .

(*) بالتقريب .

٢ ـ بطريقة الانحرافات :

ق	س	ص	حَ س	حَ ص	حَ س²	حَ ص²	حَ س حَ ص
١	١٥	٩	-١٢,٥	-١١	٢٥	١٢١	,٥
٢	٢٠	١١	-٧,٥	-٩	,٢٥	٨١	,٥
٣	١٨	٧	-٩,٥	-١٣	,٢٥	١٦٩	,٥
٤	٢٢	٢٣	-٥,٥	٣	٢٥	٩	-,٥
٥	٣٣	٢٥	+٥,٥	٥	,٢٥	٢٥	,٥
٦	٥٧	٢٥	+٢٩,٥	٥	,٢٥	٢٥	,٥
٧	٤٨	١٨	+٢٠,٥	-٢	,٢٥	٤	-,٠
٨	٢٢	٣٢	-٥,٥	١٢	,٢٥	١٤٤	,٠
٩	١٨	١٧	-٩,٥	-٣	,٢٥	٩	,٥
١٠	٢٢	٣٣	-٥,٥	١٣	,٢٥	١٦٩	-,
	,٢٧٥	٢٠٠	-٥٦	-٣٨	١٧٨٤,٥	٧٥٦	+٦٠٠
				+٥٦	+٣٨		-١٤٣
				صفر	صفر		٤٥٧

م س = $\frac{٢٧٥}{١٠}$ = ٢٧,٥

م ص = $\frac{٢٠٠}{١}$ = ٢٠

س = $\frac{٤٥٧}{\sqrt{٧٥٦ \times ١٧٨٤,٥}}$ = $\frac{٤٥٧}{\sqrt{٢٣٤٩٠٨٢}}$

س = $\frac{٤٥٧}{١١٦١,٤,}$ = ٠,٣٩

ق	س	ص	وس	وص	ف	ف²
١	٣	٢	٥,٥	٩,٥	- ٤,٠٠	١٦,٠٠
٢	٥	٥	٢,٥	٣	- ٠,٥٠	٠٠,٢٥
٣	٢	٤	٧,٥	٥	+ ٢,٥٠	٦,٢٥
٤	١	٣	٩	٧,٥	+ ١,٥٠	٢,٢٥
٥	صفر	٦	١٠	٢	+ ٨,٠٠	٦٤,٠٠
٦	٤	٧	٤	١	+ ٣,٠٠	٩,٠٠
٧	٦	٤	١	٥	- ٤,٠٠	١٦,٠٠
٨	٢	٣	٧,٥	٧,٥	صفر	صفر
٩	٣	٢	٥,٥	٩,٥	- ٤,٠٠	١٦,٠٠
١٠	٥	٤	٢,٥	٥	- ٢,٥٠	٦,٢٥
			٥٥	٥٥	- ١٥	١٣٩
					+ ١٥	
					صفر	

$$س = ١ - \frac{١٣٩ \times ٦}{١٠ \times ١٠٠ - ١} = ١ - \underline{٨٣٤} =$$

$$= ١ - ٠,٨٤ = ٠,١٦$$

٢ - بطريقة الانحرافات :

ق	س	ص	حَ س	حَ ص	حَ² س	حَ² ص	حَ س حَ ص
١	٣	٢	-٠,١٠	-٢	٠,٠١	٤	+٠,٢٠
٢	٥	٥	+١,٩٠	+١	٣,٦١	١	+١,٩٠
٣	٢	٤	-١,١٠	صفر	١,٢١	صفر	صفر
٤	١	٣	-٢,١٠	-١	٤,٤١	١	+٢,١٠
٥	صفر	٦	-٣,١٠	+٢	٩,٦١	٤	-٦,٢٠
٦	٤	٧	+٠,٩٠	+٣	٠,٨١	٩	+٢,٧٠
٧	٦	٤	+٢,٩٠	صفر	٨,٤١	صفر	صفر
٨	٢	٣	-١,١٠	-١	١,٢١	١	+١,١٠
٩	٣	٢	-٠,١٠	-٢	٠,٠١	٤	+٠,٢٠
١٠	٥	٤	+١,٩٠	صفر	٣,٦١	صفر	صفر
	٣١	٤٠	-٧,٦	-٦	٣٢,٩٠	٢٤	-٦,٢
			+٧,٦	+٦			+٨,٢
			صفر	صفر			+٢,٠٠

$$م\ س = \frac{٣١}{١٠} = ٣,١$$

$$م\ ص = \frac{٤٠}{١٠} = ٤$$

$$س = \frac{٢}{\sqrt{٢٤ \times ٣٢,٩}} = \frac{٢}{\sqrt{٧٨٩,٦}}$$

$$س = \frac{٢}{٢٨,١} = ٠,٠٧$$

(٣) معامل التوافق (*)

تهتم معاملات الارتباط السابقة بإيجاد العلاقة بين المتغيرات التي يمكن قياسها قياساً كمياً باستخدام الأدوات المختلفة في علم النفس وعلم الاجتماع . لكننا نجد في نفس الوقت أن هناك الكثير من المتغيرات النوعية التي تنقسم فيما بينها انقساماً كيفياً وتحتاج إلى إيجاد العلاقة بينها ، كالحاجة مثلاً إلى إيجاد العلاقة بين لون العين أو البشرة أو الشعر لدى الأبناء بلون العين أو البشرة أو الشعر لدى الآباء . ويقع على عاتق معامل التوافق حساب مثل هذا النوع من العلاقات . ويحسب معامل التوافق من خلال الانتشار لتكرارات تلك المتغيرات النوعية وذلك بتربيع كل تكرار وقسمته على حاصل ضرب مجموع عمود التكرار في مجموع صفه ، وذلك بالنسبة لكل صف ثم يتم جمع التكرارات المربعة في كل صف على بعضها البعض . . . وهكذا في باقي الصفوف .

وقانون معامل التوافق (ق) $= \sqrt{1 - \frac{1}{\text{مجـ}}}$

وفيما يلي مثالاً نوضح من خلاله خطوات حساب معامل التوافق .

مثال :

أراد باحث أن يعرف العلاقة بين الصفات الوراثية بالنسبة للون البشرة لدى الأبناء بلون البشرة لدى الآباء فحصل على البيانات الآتية في جدول الانتشار .

(*) Cofficient of Agreement.

الأبناء \ الآباء	أسمر	أبيض	قمحي	مجـ
أسمر	٢	٣	٥	١٠
أبيض	٤	١	٢	٧
قمحي	٤	٦	٣	١٣
مجـ	١٠	١٠	١٠	٣٠

مجـ الصف الأول = $\frac{(٢)^٢}{١٠ \times ١٠} + \frac{(٣)^٢}{١٠ \times ١٠} + \frac{(٥)^٢}{١٠ \times ١٠}$

$= \frac{٤}{١٠٠} + \frac{٩}{١٠٠} + \frac{٣٥}{١٠٠} = ٠٤ + ٠,٠٩ + ٠,٢٥$

$= ٠,٣٨$

مجـ الصف الثاني = $\frac{(٤)^٢}{١٠ \times ٢} + \frac{(١)^٢}{١٠ \times ٢} + \frac{(٢)^٢}{١٠ \times ٢}$

$= \frac{١٦}{٧٠} + \frac{١}{٧٠} + \frac{٤}{٧٠} = \frac{٢١}{٧٠} = ٠,٣٠$

مجـ الصف الثالث = $\frac{(٤)^٢}{١٠ \times ١٣} + \frac{(٦)^٢}{١٠ \times ١٣} + \frac{(٣)^٢}{١٠ \times ١٣}$

$= \frac{٦٦}{١٣٠} + \frac{٣٦}{١٣٠} + \frac{٩}{١٣٠} = \frac{٩١}{١٣٠} = ٠,٤٧$

مجموع الصفوف = $٠,٣٨ + ٠,٣٠ + ٠,٤٧ = ١,١٥$

ق = $\sqrt{١ - \frac{١}{١,١٥}} = \sqrt{١ - ٠,٨٧} = \sqrt{٠,٢٣}$

ق = $٠,٣٦$

خطوات حساب معامل التوافق(*) .

١ ـ يتم إيجاد مربع تكرار كل خلية من خلايا جدول الانتشار ثم يتم قسمة هذا المربع على مجموع تكرارات عموده مضروباً في مجموع تكرارات صفه كما يلي :

$$\frac{\text{مربع تكرار الخلية}}{\text{مجموع تكرار العمود} \times \text{مجموع تكرار الصف}}$$

٢ ـ يتم جمع النواتج بالنسبة لكل صف على حدة .

٣ ـ نقوم بجمع مجموع الصفوف على بعضها البعض لنحصل على مجـ الصفوف .

٤ ـ نطبق القانون الآتي :

$$\text{ق} = \sqrt{1 - \frac{1}{\text{مجـ}}}$$

حيث أن :

ق = معامل التوافق .

١ = مقدار ثابت .

مجـ = مجموع الصفوف المشار إليها في ٣ .

(٤) معامل ارتباط فاي
Phi Correlation

في كثير من الأحيان يجد الباحث أن المتغيرين اللذين يريد دراسة العلاقة بينهما ينقسمان (أي كل منهما) إلى قسمين نوعيين فقط. ويصلح هذا المعامل مثلاً عندما يريد الباحث إيجاد العلاقة بين من أجابوا على أحد

(*) تكون فئات كل متغير مساوية لفئات المتغير الآخر.

الأسئلة بنعم ولا ، مع من أجابوا بنعم ولا أيضاً على سؤال آخر في نفس المقياس أو الاستبيان . ويعتمد هذا المعامل في حسابه على التكرارات الموجودة بجدول الانتشار. وقانون معامل فاي :

$$\text{معامل فاي} = \frac{\text{أ د} - \text{ب حـ}}{\sqrt{\text{هـ و ز ح}}}$$

مثال :

أراد باحث أن يعرف العلاقة بين من أجابوا : نعم ، لا على السؤال الأول في أحد استبيانات الاتجاهات الاجتماعية بمن أجابوا : نعم ، لا على السؤال الثاني في نفس الاستبيان فكانت نتائج التكرارات هي هذين السؤالين كما يلي :

س \ ص	نعم	لا	مجـ
نعم	أ ١٠	ب ٥	هـ ١٥
لا	جـ ٥	د ١٠	و ١٥
مجـ	ز ١٥	ح ١٥	٣٥

$$\text{معامل فاي} = \frac{١٠ \times ١٠ - ٥ \times ٥}{\sqrt{١٥ \times ١٥ \times ١٥ \times ١٥}} = \frac{١٠٠ - ٢٥}{\sqrt{٢٢٥ \times ٢٢٥}}$$

$$= \frac{٧٥}{٢٢٥} = ٠,٣٣$$

مثال :

أراد باحث أن يعرف العلاقة بين من عولجوا بدواء ومن لم يعالجوا به وبين من شفوا ولم يشفوا من هاتين الفئتين (أي من أخذوا الدواء ومن لم يأخذوه) . فكانت التكرارات كما في جدول الانتشار الآتي :

ص / س	شفوا	لم يشفوا	مجـ
عولجوا	أ ٢٠	ب ١٨	ح ٣٨
لم يعالجوا	جـ ١٠	د ٣٥	ز ٣٥
	هـ ٣٠	و ٥٣	٨٣

$$\text{معامل فاي} = \frac{٢٠ \times ٣٥ - ١٨ \times ١٠}{\sqrt{٣٨ \times ٤٥ \times ٣٠ \times ٥٣}}$$

$$= \frac{٧٠٠ - ١٨٠}{\sqrt{١٧١ \times ١٥٩٠}} = \frac{٥٢٠}{\sqrt{١٧١٠ \times ١٥٩٠}} = \frac{٥٢٠}{٢٧١٨٩٠٠}$$

$$= \frac{٥٢٠}{١٦٤٨,٩١} = ,٣٢$$

(٥) معامل الارتباط الثنائي

في كثير من الأحيان يجد الباحث في مجال علم النفس وعلم الاجتماع والعلوم الأخرى أن عليه أن يصل إلى العلاقة بين متغيرين أحدهما ينقسم إلى فئات كمية (كالذكاء مثلاً) والمتغير الثاني ينقسم إلى فئتين نوعين (كالانبساط والانطواء ـ كقوة الأنا وضعف الأنا . . . إلخ). ويستخدم معامل الارتباط الثنائي Bi-Serial Correlation لإيجاد مثل هذا النوع من العلاقة ويعتمد في حسابه على الوصول إلى المتوسط الحسابي لكل من المتغيرين النوعيين وعلى الانحراف المعياري للتكرارات الكلية. وقانون معامل ارتباط بيرسون.

$$ر = \frac{م١ - م٢}{ع} \times \frac{أ ب}{ص}$$

حيث أن:

م ١ = متوسط المتغير الأول النوعي (مجموعة ١).

م ٢ = متوسط المتغير الثاني النوعي (مجموعة ب).

ع = الانحراف المعياري للمجموعة الكلية.

أ = نسبة تكرار المجموعة ١ على التكراري الكلي.

ب = نسبة تكرار المجموعة ب على التكرار الكلي.

ص = الارتفاع المقابل لأي من النسبتين أ أو ب في جدول المنحنى الاعتدالي.

وفيما يلي مثالاً يوضح ذلك.

مثال:

أحسب العلاقة بين الذكاء وسمتي الانطواء والانبساط في الجدول الآتي:

	الذكاء / شخصية	٥٠ -	٧ -	٩٠ -	١١٠ -	مج
(أ)	الانطواء	٣	٨	١٢	٢	٢٥
(ب)	الانبساط	٤	٧	١٠	٤	٢٥
	مج	٧	١٥	٢٢	٦	٥٠

م ١ (متوسط المتغير ١)

ف	ك	ح	ك ح
٥٠ـ	٣	١ـ	٣ـ
٧٠ـ	٨	صفر	صفر
٩٠ـ	١٢	١ +	١٢ +
١١٠ـ	٢	٢ +	٤ +
	٢٥		١٦ +
			٣ـ
			١٣ +

م أ = ٨٠ + $\frac{١٣}{٢٥}$ × ٢٠ = ٨٠ + ٫٥٢ × ٢٠ =

= ٨٠ + ١٠٫٤ = ٩٠٫٤

م ب (متوسط المتغير ب)

ف	ك	ح	ك ح
٥٠ـ	٤	١ـ	٤ـ
٧٠ـ	٧	صفر	صفر
٩٠ـ	١٠	١ +	١٠ +
١١٠ـ	٤	٢ +	٨ +
	٢٥		١٨ +
			٤ـ
			١٤ +

م ب = ٨٠ + $\frac{١٤}{٢٥}$ × ٢٠ = ١٩٫٢

ع كلي (الانحراف المعياري للمجموعة الكلية)

ف	ك	ح	ك حَ	ك ح٢
٥٠ـ	٧	١ـ	٧ـ	٧
٧٠ـ	١٥	صفر	-	-
٩٠ـ	٢٢	١ +	٢٢ +	٢٢
١١٠ـ	٩	٢ +	١٢ +	٢٤
	٥٠		٢٧ +	٥٣

$$ع = ٢٠ \sqrt{\frac{٥٣}{٥٠} - \left(\frac{٢٧}{٥٠}\right)^٢}$$

$$ع = ٢٠ \sqrt{١,٠٦ - (٠,٥٤)^٢}$$

$$ع = ٢٠ \sqrt{١,٠٦ - ٠,٢٩}$$

$$ع = ٢٠ \times \sqrt{٠٠٠,٧٧} = ٢٠ \times ٠,٨٨ =$$

$$ع = ٢٠ \times ٠,٨٨ = ١٧,٦٠$$

$$نسبة ١ = \frac{٢٥}{٥٠} = ٠,٥٠$$

$$نسبة ب = \frac{٢٠}{٥٠} = ٠,٥٠$$

الارتفاع ص المقابل لأي من النسبتين في جدول ارتفاعات المنحنى الاعتدالي = ٠,٤٠

$$معامل الارتباط الثنائي = \frac{م أ - م ب}{ع} \times \frac{أ ب}{ص}$$

$$ر ث = \frac{٩١,٢ - ٩٠,٤}{١٧,٤} \times \frac{٠,٥ \times ٠,٥}{٠,٤}$$

$$ر ث = \frac{-٠,٨}{١٧,٦} \times \frac{٠,٢٥}{٠,٤٠} = -٠,٠٥ \times ٠,٦٣ =$$

= ـ ٠٣٢, وبالتقريب = ـ ٠٣, ٠

خطوات حساب معامل الارتباط الثنائي :

١ ـ حساب متوسط المجموعة أ ونرمز له بالرمز م أ.

٢ ـ حساب متوسط المجموعة ب ونرمز له م ب.

٣ ـ حساب الانحراف المعياري للمجموعة الكلية ونرمز له بالرمز ع.

٤ ـ إيجاد نسبة المجموعة أ، ونسبة المجموعة ب إلى المجموع الكلي ونرمز لهما بالرمزين أ، ب.

٥ ـ من جدول المنحنى الاعتدالي نبحث عن الارتفاع ص المقابل للمساحة الكبرى أو المساحة الصغرى أ، ب ونرمز لهذا الارتفاع بالرمز ص.

٦ ـ نطبق القانون السابق والذي يرمز له بالرمز رث.

٧ ـ وفيما يلي جدول ارتفاعات ومساحات المنحنى الاعتدالي الذي يتم من استخراج النسبة المذكورة في الخطوة رقم ٥. وسيستخدم هذا الجدول عند الكلام على الجزء الخاص بتحويل التوزيع لأقرب توزيع اعتدالي.

جدول ارتفاعات ومساحات المنحنى الاعتدالي

الدرجة المعيارية	المساحة الصغرى	المساحة الكبرى	الارتفاع (ص)	الدرجة المعيارية	المساحة الصغرى	المساحة الكبرى	الارتفاع (ص)
٠,٠٠	,٥٠٠٠	,٥٠٠٠	,٣٩٨٩	,٠٤٠١	,٩٥٩٩	,٩٥٩٩	,٠٨٦٣
٠,٠٥	,٤٨٠١	,٥١٩٩	,٣٩٨٤	١,٨٠	,٠٣٥٩	,٩٦٤١	,٠٧٩٠
٠,١٠	,٤٦٠٢	,٥٣٩٨	,٣٩٧٠	١,٨٥	,٠٣٢٢	,٩٦٧٨	,٠٧٢١
٠,١٥	,٤٤٠٤	,٥٥٩٦	,٣٩٤٥	١,٩٠	,٠٢٨٧	,٩٧١٣	,٠٦٥٦
٠,٢٠	,٤٢٠٧	,٥٧٩٣	,٣٩١٠	١,٩٥	,٠٢٥٦	,٩٧٤٤	,٠٥٩٦
٠,٢٥	,٤٠١٢	,٥٩٨٧	,٣٨٦٧	٢,٠٠	,٠٢٢٨	,٩٧٧٢	.٠٥٤٥
٠,٣٠	,٣٨٢١	,٦١٧٩	,٣٨١٤	٢,٠٥	,٠٢٠٢	,٩٧٩٨	,٠٤٨٨
٠,٣٥	,٣٦٣٢	,٦٣٦٨	,٣٧٥٢	٢,١٠	,٠١٧٩	,٩٨٢١	,٠٤٤٠
٠,٤٠	,٣٤٤٦	,٦٥٥٤	,٣٦٨٣	٢,١٥	,٠١٥٨	,٩٨٤٢	,٠٣٩٥
٠,٤٥	,٣٢٦٤	,٦٧٣٦	,٢٦٠٥	٢,٢٠	,٠١٣٩	,٩٨٦١	,٠٧٥٥
٠,٥٠	,٣٠٨٥	,٦٩١٥	,٣٥٢١	٢,٢٥	,٠١٣٢	,٩٨٧٩	,٠٣١٧
٠,٥٥	,٢٩١٢	,٧٠٨٨	,٣٤٢٩	٢,٣٠	,٠١٠٧	,٩٨٩٣	,٠٧٨٣
٠,٦٠	,٢٧٤٣	,٧٢٥٧	,٣٣٣٢	٢,٣٥	,٠٠٩٤	,٩٩٠٦	,٠٢٥٢
٠,٦٥	,٢٥٧٨	,٧٤٢٢	,٣٢٣٠	٢,٤٠	,٠٠٨٢	,٩٩١٨	,٠٢٢٤
٠,٧٠	,٢٤٢٠	,٧٥٨٠	,٣١٢٧	٢,٤٥	,٠٠٧١	,٩٩٢٩	,٠١٩٨
٠,٧٥	٦٢٢٦٦	,٧٧٣٤	,٤٠١١	٢,٥٠	,٠٠٦٢	,٩٩٣٨	,٠١٧٥
٠,٨٠	,٢١١٩	,٧٨٨١	,٢٨٩٧	٢,٥٥	,٠٠٥٤	,٩٦٤٦	,٠١٥٤
٠,٨٥	,١٩٧٢	,٨٠٢٣	,٢٧٨٠	٧,٦٠	,٠٠٤٧	,٩٩٥٣	,١٠٣٦
٠,٩٠	,١٨٤١	,٨١٥٩	,٢٦٦١	٢,٦٥	,٠٠٤٠	,٩٩٦٠	,٠٧١٩
٠,٩٥	,٧٧١١	,٨٧٨٩	,٢٥٤١	٢,٧٠	,٠٠٢٥	,٩٩٦٥	,٠١٠٤
١,٠٠	,١٥٨٧	,٨٤١٧	,٣٤٢٠	٢,٨٠	,٠٠٢٦	,٩٩٧٤	,٠٠٧٩
١,٠٥	,١٤٦٩	,٨٥٣١	,٢٢٩٩	٢,٩٠	,٠٠١٩	,٩٩٨١	,٠٠٦٠
١,١٠	,١٣٥٧	,٩٦٤٣	,٢١٧٩	٣,٠٠	,٠٠١٣٥	,٩٩٨٦٥	٦٠٠٤٤
١,١٥	,١٢٥١	,٨٧٤٩	,٢٠٥٩	٣,١٠	,٠٠٠٩٧	,٩٩٠٣	,٠٠٣٣
١,٧٠	,١١٥١	,٨٨٤٩	,١٩٤٢	٣,٢٠	,٠٠٠٦٩	,٩٩٩٣١	,٠٠٢٤
١,٢٥	,١١٥٦	,٨٩٤٤	,١٨٢٦	٣,٤٠	,٠٠٠٣٤	,٩٩٩٦٦	,٠٠١٢
١,٣٠	,٠٩٦٨	,٩٠٣٢	,١٧٤١	٣,٦٠	,٠٠٠١٦	,٩٩٩٨٤	,٠٠٠٦
١,٣٥	,٠٨٨٥	,٩١١٥	,١٦٠٤	٣,٨٠	,٠٠٠٠٧	,٩٩٩٩٣	,٠٠٠٣
١,٤٠	,٠٨٠٨	,٩١٩٢	,١٤٩٧	٤٦٠٠	,٠٠٣١٧	,٩٩٩٦٨٣	,٠٠٠١
١,٤٥	,٠٧٣٥	,٩٢٦٥	,٢٣٩٤	٤,٥٠	,٠٠٠٠٠٣٤	,٩٩٩٩٦٦	,٠٠٠٠١٥
١,٥٠	,٠٦٦٨	,٩٢٣٢	,١٢٩٥	٥,٠٠	,٠٠٠٠٠٠٣	,٩٩٩٩٩٩٧	,٠٠٠٠٠١٦
١,٥٥	,٠٦٠٦	,٩٣٩٤	,١٣٠٠	٦,٠٠	,٠٠٠٠٠٠٠٠١	,٩٩٩٩٩٩٩٩٩	,٠٠٠٠٠٠٠٠٦
١,٦٠	,٠٥٤٨	,٩٤٥٧	,١١٠٩				
١,٦٥	,٠٤٩٥	,٩٥٠٥	,١٠٢٣				
١,٧٠	,٠٤٤٦	,٩٥٥٤	.٠٩٤٠				

كيفية استخراج النسبة أ والنسبة ب من جدول ارتفاعات المنحنى الاعتدالي :

١ ـ يوضع في الاعتبار أن قيمة النسبتين بجمعهما معاً تساويان واحد صحيح .

٢ ـ نحدد أي النسبتين هي الأصغر في القيمة لنبحث عن الارتفاع المقابل لها من خلال العمود المسمى : المساحة الصغرى . فلو كانت هذه النسبة الصغرى تساوي ٠,٥٠٠ مثلاً فإننا ننظر في عمود المساحة الصغرى ونبحث عن المساحة المساوية تماماً لهذه النسبة ثم نتتبع في عمود الارتفاع (ص) القيمة المقابلة لهذه المساحة فنجد أنها تساوي ٠,٠٨٦٣ أي أن الارتفاع ص = ٠,٠٨٦٣ .

٣ ـ نحدد النسبة الكبرى ونبحث عن الارتفاع المقابل لها من خلال العمود المسمى : المساحة الكبرى ، فلو كانت هذه النسبة الكبرى تساوي ٠,٥٠٠د (ما دامت النسبة الصغرى ٠,٥٠٠ فإن النسبة الثانية أو الكبرى لا بد أن تكون كما في ١ مساوية لـ : ٠,٥٠٠ أي أن نجمع النسبتين ٠,٥٠٠ + ٠,٥٠٠ نجد أنهما يساويان واحد صحيح) فإنل ننظر في عمود المساحة الصغرى ونبحث عن المساحة المساوية تماماً لهذه النسبة ثم نتتبع في عمود الارتفاع (ص) القيمة المقابلة لهذه المساحة فنجد أنها تساوي ٠,٠٨٦٣ أي أن الارتفاع ص = ٠,٠٨٦٣ ٠ .

٤ ـ باستمرار يكون الارتفاع ص المقابل للنسبة الصغرى هو نفسه المقابل للنسبة الكبرى ولذلك يكتفي بالحصول على الارتفاع ص من الخطوة رقم ٢ فقط.

حساب دلالة معامل الارتباط

لا يعتد بقيمة معامل الارتباط سواء أكان كبيراً أو صغيراً إلا إذا كان دالاً ، وتشير الدلالة إلى وجود علاقة حقيقية وجوهرية بين المتغيرين الذي

حسب الارتباط بينهما. ويتم حساب دلالة معامل الارتباط على النحو الآتي:

١ ـ تتم معرفة عدد أفراد العينة المراد حساب العلاقة أو الارتباط بين متغيرين قيسا فيها، ويرمز لعدد أفراد العينة بالرمز ن.

٢ ـ يتم حساب درجة الحرية وهي تساوي ن ـ ٢.

٣ ـ ننظر في جدول دلالة معاملات الارتباط الإحصائية أمام درجة الحرية وتحت النسبتين ٠,٠٥، ٠,٠١ فإذا كان معامل الارتباط أقل من القيمة الموجودة تحت كل من هاتين النسبتين على حدة كان غير دالاً، أما إذا كان مساوياً أو أكبر من القيمة الموجودة تحت النسبة ٠,٠١ قلنا أنه دال عند ٠,٠١، وإذا كان مساوياً أو أكبر من القيمة الموجودة تحت النسبة ٠,٠٥ قلنا أنه دال عند ٠,٠٥.

٤ ـ يقصد بأن معامل الارتباط دال عند ٠,٠١ أن نسبة الثقة في معامل الارتباط المستخرج في البحث تساوي ٩٩٪ ونسبة الشك فيه ١٪ـ ويقصد بأن معامل الارتباط دال عند ٠,٠٥ أن نسبة الثقة فيه ٩٥٪ ونسبة الشك ٥٪.

٥ ـ وفيما يلي جدول دلالة معاملات الارتباط:

جداول دلالة معامل الارتباط

درجة الحرية ن - ٢	الدلالة عند ٠,٠٥	الدلالة عند ٠,٠١	درجة الحرية ن - ٢	الدلالة عند ٠,٠٥	الدلالة عند ٠,٠١	درجة الحرية ن - ٢	الدلالة عند ٠,٠٥	الدلالة عند ٠,٠١
١	٠,٩٩٧	١,٠٠٠	٨	٠,٦٣٢	٠,٧٦٥	١٥	٠,٤٨٢	٠,٦٠٦
٢	٠,٩٥٠	٠,٩٩٠	٩	٠,٦٠٢	٠,٧٣٥	١٦	٠,٤٦٨	٠,٥٩٠
٣	٠,٨٧٨	٠,٩٥٩	١٠	٠,٥٧٦	٠,٨٠٨	١٧	٠,٤٥٦	٠,٥٧٥
٤	٠,٨١١	٠,٩١٧	١١	٠,٥٥٣	٠,٦٨٤	١٨	٠,٤٤٤	٠,٥٦١
٥	٠,٧٥٤	٠,٨٧٤	١٢	٠,٥٣٢	٠,٦١١	١٩	٠,٤٣٣	٠,٥٤٩
٦	٠,٧٠٧	٠,٨٣٤	١٣	٠,٥١٤	٠,٦٤١	٢٠	٠,٤٢٣	٠,٥٣٧
٧	٠,٦٦٦	٠,٧٩١	١٤	٠,٤٩٧	٠,٦٢٣	٢١	٠,٤١٣	٠,٥٢٦

درجة الحرية ن - ٢	الدلالة		درجة الحرية ن - ٢	الدلالة		درجة الحرية ن - ٢	الدلالة	
	عند ٠,٠٥	عند ٠,٠١		عند ٠,٠٥	عند ٠,٠١		عند ٠,٠٥	عند ٠,٠١
٢٢	٠,٤٠٤	٠,٥١٥	٤٥	٠,٢٨٨	٠,٣٧٢	٤٠٠	٠,٠٩٨	٠,١٢٨
٢٣	٠,٣٩٦	٠,٥٠٥	٥٠	٠,٢٧٣	٠,٣٥٤	٥٠٠	٠,٠٨٨	٠,١١٥
٢٤	٠,٣٨٨	٠,٤٩٦	٦٠	٠,٢٥٠	٠,٣٢٥	١٠٠٠	٠,٠٦٢	٠,٠٨١
٢٥	٠,٣٨١	٠,٤٨٧	٧٠	٠,٢٣٣	٠,٣٠٢			
٢٦	٠,٣٧٤	٠,٤٧٨	٨٠	٠,٢١٧	٠,٢٨٣			
٢٧	٠,٣٦٧	٠,٤٧٠	٩٠	٠,٢٠٥	٠,٢٦٧			
٢٨	٠,٣٦١	٠,٤٦٣	١٠٠	٠,١٩٥	٠,٢٥٤			
٢٩	٠,٣٥٥	٠,٤٥٦	١٢٥	٠,١٧٤	٠,٢٢٨			
٣٠	٠,٣٤٩	٠,٤٤٩	١٥٠	٠,١٥٩	٠,٢٠٨			
٣٥	٠,٢٥	٠,٤١٨	٢٠٠	٠,١٣٨	٠,١٨١			
٤٠	٠,٣٠٤	٠,٣٩٣	٣٥٠	٠,١١٣	٠,١٤٨			

مثال :

لو أجرى باحث دراسته على عينة مكونة من ثلاثين طالباً من المدارس الثانوية وطبق عليهم في هذه الدراسة اختباراً للذاكرة فكان معامل الارتباط بين درجات هؤلاء التلاميذ على اختبار الذاكرة وأعمارهم ٠٠,٣٧٢ فإن حساب دلالة هذا المعامل يتم كما يلي :

١ ـ درجة الحرية في هذا المثال هي ق - ٢ = ٣٠ - ٢ = ٢٨ .

٢ ـ وبالكشف عن دلالة هذا المعامل عند درجة الحرية ٢٨ وتحت مستوى ٠,٠٥ ، ٠,٠١ نجد أن قيمته أعلى من القيمة الموجودة تحت ٠,٠٥ وأقل من القيمة الموجودة تحت ٠,٠١ .

٣ ـ إذاً معامل الارتباط ٠,٣٧٢ دال عند ٠,٠٥ فقط وليس دالاً عند ٠,٠١ أي أن الارتباط حقيقي بنسبة ثقة ٩٥٪ ونسبة شك ٥٪ .

تعليق على معاملات الارتباط

في معاملات ارتباط التوافق وفاي الثنائي ذكرنا أنها تستخدم في حالة المتغيرات التي تنقسم فيما بينها انقساماً كيفياً . ولا يعني هذا أنها لا تستخدم في حالة المتغيرات التي تنقسم إلى فئات كمية بل ممكن استخدامها في تلك الحالة الأخيرة أيضاً .

تحويل جدول الانتشار المزدوج إلى جدول يستخدم في حساب التوافق وفاي والثنائي :

من السهل القيام بتحويل جدول الانتشار المزدوج إلى جداول يصلح من خلالها حساب معامل ارتباط التوافق ومعامل ارتباط فاي ومعامل الارتباط الثنائي وذلك بهدف التأكد بأكثر من طريقة من قيمة معامل الارتباط

المستخرج(*). ويمكن ذلك بطبيعة الحال إذ كانت الفئات التي تنقسم إليها المتغيرات كمية.

مثال:

أجرى باحث دراسة بهدف معرفة العلاقة بين حجم أسرة العامل (س) وبين كمية إنتاجه في العمل (ص) وكانت العلاقة بين س، ص كما هي في جدول الانتشار الآتي:

ص / س	٢٠ -	٢ -	٣٠ -	٣٥ -	٤٠ -	مج
١ -	٢	١	صفر	٤	٢	٩
٣ -	٥	٢	٣	٨	٦	٢٤
٥ -	٢	٢	٣	٣	٩	١٩
٧ -	١	٦	٧	٩	١٠	٣٣
مج	١٠	١١	١٣	٢٤	٢٧	٨٥

والجدول السابق من الممكن حساب معامل ارتباط بيرسون عن طريق جدول الانتشار من خلاله. أما إذا أردنا حساب معامل التوافق منه فإن ذلك يتطلب تحويل هذا الجدول إلى جدول موحد الفئات في س، ص وذلك لأننا كما نعرف في معامل التوافق يجب أن تكون عدد الفئات في المتغير س هي نفس عدد الفئات في المتغير ص، والجدول السابق عدد فئات س أربعة وعدد فئات ص خمسة، والمطلوب إذاً بالنسبة

(*) لا تكون بالضرورة قيمة معامل الارتباط متطابقة عند الحصول عليها بأكثر من طريقة.

لمعامل التوافق جعل عدد فئات ص أربعة بدلاً من خمسة ويتم ذلك بدمج الفئة الأخيرة ٤٠ ـ في الفئة التي قبلها ٣٥ ـ . وتتم هذه الخطوة بإضافة التكرارات الموجودة تحت الفئة ٤٠ ـ في التكرارات المقابلة لها تحت الفئة ٣٥ ـ . فمثلاً التكرار ٢ في الصف الأول وتحت الفئة ٤٠ ـ يضاف للتكرار المقابل له ٤ في ننس الصف الأول والموجود تحت الفئة ٣٥ ـ ليصير التكرار الجديد للفئة ٣٥ ـ مساوياً ٦ في الصف الأول . وتتم نفس الخطوة السابقة في الصف الثاني والصف الثالث والصف الرابع .

ويكون بذلك الجدول الجديد بعد إضافة الفئة ٤ ـ إلى الفئة ٣٥ ـ كما يلي :

ص / س	٢٠	٢٥ ـ	٣٠ ـ	٣٥ فما فوق	مجـ
١ ـ	٢	١	صفر	٦	٩
٣ ـ	٥	٢	٣	١٤	٢٤
٥ ـ	٢	٢	٣	١٢	١٩
٧ ـ	١	٦	٧	١٩	٣٣
مجـ	١٠	١١	١٣	٥١	٨٥

وهكذا نجد أن الجدول السابق أصبح المتغير ص له نفس عدد الفئات التي للمتغير س ويمكن بذلك حساب معامل التوافق منه .

وبالنسبة لمعامل فاي يتم دمج تكرارات كل فئتين في المتغير س معاً ويكون ذلك بدمج تكرارات الفئة ٣ ـ مع تكرارات الفئة ١ ـ ، ويتم دمج

تكرارات الفئة ٧ ـ مع تكرارات الفئة ٥ ـ . كذلك الأمر بالنسبة للمتغير ص يتم دمج تكرارات الفئتين الأولتين معاً ودمج تكرارات الفئات الثلاث الأخيرة مع بعضهم ويكون ذلك بدمج تكرارات الفئة ٢٥ ـ مع تكرارات الفئة ٢٠ ـ ودمج تكرارات الفئتين ٣٥ ـ، ٤٠ ـ في الفئة ٣٠ ـ ويكون شكل الجدول كما يلي :

ص / س	٢٠ ـ	٣٠ فما فوق	مجـ
١ ـ	١٠	٢٣	٣٣
٥ فما فوق	١١	٤١	٢٥
مجـ	٢١	٦٤	٨٥

وفي حالة معامل الارتباط الثاني فإن المتغير ص يظل باقياً كما هو ويتم دمج تكرارات المتغير س كل فئتين في فئة واحدة ، وذلك بضم تكرارات الفئة ٣ ـ في الفئة ١ ـ وتكرارات الفئة ٧ ـ في الفئة ٥ وبذلك يكون شكل الجدول كما يلي :

ص / س	٢٠ ـ	٢٥ ـ	٣٠ ـ	٣٥ ـ	٤٠ ـ	مجـ
١ ـ	٧	٣	٣	١٢	٨	٣٣
٥ ـ	٣	٨	١٠	١٢	١٩	٥٢
مجـ	١٠	١١	١٣	٢٤	٢٧	٨٥

تمارين محلولة على معاملات الارتباط السابقة

٢ ـ أحسب العلاقة بين المتغيرين س، ص في الجدول الآتي :

س \ ص	أعزب	متزوج	مطلق	أرمل	مجـ
أعزب	٧	٣	٤	٦	٢٠
متزوج	٥	٣	٨	٤	٢٠
مطلق	٣	٧	٤	٦	٢٠
أرمل	٥	٧	٤	٤	٢٠
مجـ	٢٠	٢٠	٢٠	٢٠	٨٠

٢ ـ أحسب العلاقة بين س، ص في الجدول الآتي :

س \ ص	أذكياء	أغبياء	مجـ
ناجحون	٢٣	١٦	٢٩
فاشلون	٣٢	٥	٢٧
مجـ	٥٥	٢١	٧٦

٣ ـ أحسب العلاقة بين س، ص في الجدول الآتي:

س \ ص	١٠ ـ	٢٠ ـ	٣٠ ـ	٤٠ ـ	مجـ
ناجح	٢	٣	٥	١٠	٢٠
راسب	٩	٨	٧	٦	٣٠
مجـ	١١	١١	١٢	١٦	٥٠

الحل:

١ ـ حل التمرين الأول (معامل التوافق):

مجـ الصف الأول $= \frac{(٧)^2}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٣)}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٤)^2}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٦)^2}{٢٠ \times ٢٠}$

$$= \frac{٤٩ + ٩ + ١٦ + ٣٩}{٤٠٠} = \frac{١١٠}{٤٠٠} =$$

مجـ الصف الثاني: $= \frac{(٥)^2}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٣)^2}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٨)^2}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٤)^2}{٢٠ \times ٢٠}$

$$= \frac{٢٥ + ٩ + ٦٤ + ١٦}{٤٠٠} = \frac{١١٤}{٤٠٠} = ٠,٢٩$$

مجـ الصف الثالث $= \frac{(٣)^2}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٧)^2}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٤)^2}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٦)^2}{٢٠ \times ٢٠}$

$$= \frac{٩ + ٤٩ + ١٦ + ٣٦}{٤٠٠} = \frac{١١٠}{٤٠٠} = ٠,٢٨$$

مجـ الصف الرابع $= \frac{(٥)^2}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٧)^2}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٤)^2}{٢٠ \times ٢٠} + \frac{(٤)^2}{٢٠ \times ٢٠}$

$$= \frac{٢٥ + ٤٩ + ١٦ + ١٦}{٤٠٠} = \frac{١٠٦}{٤٠٠} = ٠,٢٧$$

مجـ الصفوف = ٠,٢٨ + ٠,٢٩ + ٠,٢٨ + ٠,٢٧ = ١,١٢

معامل التوافق (ق) = $\sqrt{١ - \frac{١}{١,٠٩}} = \sqrt{١ - ,٨٩} = \sqrt{,١١} = ,٣٣$

ق = $\sqrt{١ - ٠,٩١} = \sqrt{٠,٠٩} = ٠,٣$

٢ ـ حل التمرين (معامل فاي):

ص / س	أذكياء	أغبياء	مجـ
ناجحون	٢٣ أ	١٦ ب	٣ هـ
فاشلون	٣٢ جـ	٥ د	٣٧ و
مجـ	٥٥ ز	٢١ ح	٧٦

معامل فاي = $\sqrt{\frac{\text{أ د} - \text{ب جـ}}{\text{هـ و ز ح}}}$

وبالتعويض = $\sqrt{\frac{٢٣ \times ٥ - ١٦ \times ٣٢}{٣٩ \times ٣٧ \times ٥٥ \times ٢١}} = \sqrt{\frac{١١٥ - ٥١٢}{١٦٦٦٦٦٥}}$

فاي = $\frac{٣٩٧}{١٢٩٠,٩٩} = - ,٣١$

٣ ـ حل التمرين الثالث (معامل الارتباط الثنائي) :

متوسط أ

ف	ك	حَ	لـ حَ
-١٠	٢	-١	
-٢٠	٣	صفر	-٢
-٣٠	٥	+١	٥
-٤٠	١٠	+٢	+٥
			+٢٠
	٢٠		+٢٣

متوسط ب

ف	ك	حَ	ك حَ
-١٠	٩	-١	-٩
-٢٠	٨	صفر	-
-٣٠	٧	+١	+٧
-٤٠	٦	+٢	+١٢
	٣٠		+١٠

م = ٢٥ + $\frac{٢٣}{٢٠}$ × ١٠ = ٣٦,٥ م = ٢٥ + $\frac{١٠}{٣٠}$ × ١٠ = ٢٨,٣٣

ع (الانحراف المعياري) للمجموعة الكلية :

فَ	لَـ	حَ	لـ حَ	لـ حَ^٢
-١٠	١١	-١	-١١	١١
-٢٠	١١	صفر	-	-
-٣٠	١٢	+١	+١٢	١٢
-٤٠	١٦	+٢	+٢٢	٤٤
	٥٠		-١١	
			+٣٤	٦٧
			+٢٣	

ع = ١٠ $\sqrt{\frac{٦٧}{٥٠} - \left(\frac{٢٣}{٥٠}\right)^{٢}}$ =

نسبة أ، ب = ١٠ ١,٣٤ - ١,٢١ ١٠ ١,١٣ = ١٠ × ١,٠٦ = ١٠,٦

أ = $\frac{٢٠}{}$ = ٠,٤٠

نسبة ب = $\frac{٣٠}{٥٠}$ = ٠,٦٠

ص المقابلة لنسبة ص أو نسبة س في جدول ارتفاعات المنحنى الاعتدالي هي = ٠,٣٨٦٧ = ٠,٣٩

س ث = $\frac{٢٨,٣٣ - ٣٦,٥٠}{١٠,٦} \times \frac{٠,٦ \times ٠,٤}{٠,٣٩}$ =

س = $\frac{٨,١٧}{١٠,٦} \times \frac{٠,٢٤}{٠,٣٩}$ = ٦٢,٧٧, = ٤٨,

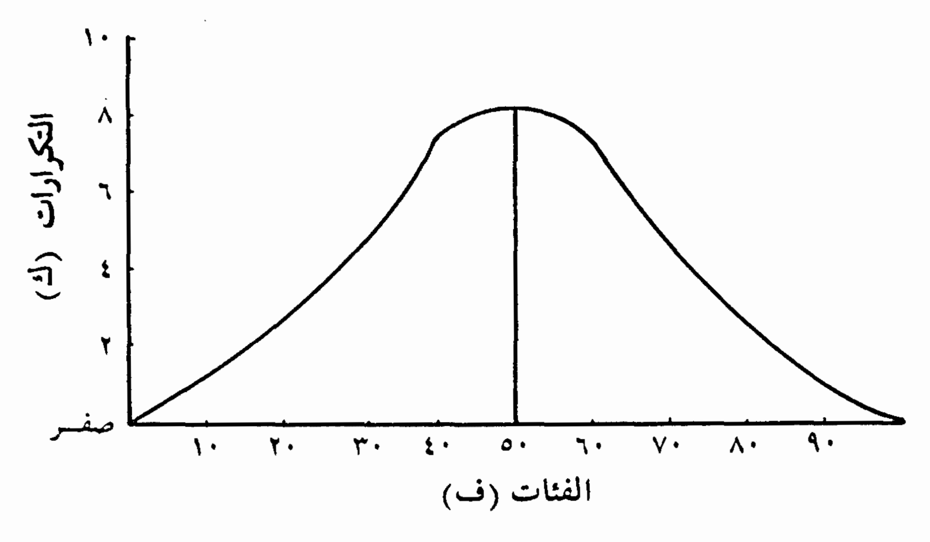
س =

المنحنى الاعتدالي

«تعديل التوزيع التجريبي لأقرب توزيع اعتدالي»

إذا أجرى باحث اختباراً نفسياً أو استبياناً اجتماعياً على مجموعة من الأشخاص ثم صنف درجات هذا الاختبار أو الاستبيان الاجتماعي في جدول تكراري فإن منحنى توزيع هذه الدرجات يكون اعتدالياً إذا لم تكن هناك أخطاء متعلقة بحجم العينة ومدى تمثيلها للمجتمع أو متعلقة بظروف الاختيار أو الاستبيان من ناحية مناسبته لعمر ومستوى تعليم أفراد العينة من ناحية ولثباته وصدقه من ناحية أخرى، أو متعلقة بظروف الباحث والمبحوث المزاجية عند تطبيق الاختبار، أو متعلقة بالصفة أو السمة المقاسة. وفي هذه الحالة يكون شكل منحنى التوزيع مشابهاً لشكل الجرس كما يلي:

«منحنى التوزيع الاعتدالي».



ومن خصائص المنحنى الاعتدالي:

١ ـ أن نصفاه ينطبقان انطباقاً تاماً على بعضهما البعض.

٢ ـ أن قيمة المتوسط الحسابي والوسيط والمتوال واحده.

٣ ـ أن التكرارات تكون في الأطراف صغيرة القيمة وكبيرة في الوسط.

لكنه نظراً لصعوبة تفادي الأخطاء السابقة في البحوث التجريبية الميدانية والمتعلقة بالعينة والمقياس وظروف الاختبار فإنه من الطبيعي أن نجد أن التوزيع الخاص بدرجات البحوث العملية (التجريبية والميدانية) ينحرف قليلاً أو كثيراً عن التوزيع الاعتدالي. لذلك فإن الباحث يحتاج في كثير من الأحيان إلى تعديل التوزيع حتى ينطبق على التوزيع الاعتدالي Normal distribution Curve ، أي على اعتبار أن سبب انحراف التوزيع التجريبي عن التوزيع الاعتدالي النموذجي راجع إلى أن البحث أجري في الظروف والأخطاء السابقة. والباحث يفترض في هذه الحالة أن السمة التي يقيسها موزعة توزيعاً اعتدالياً في المجتمع الأصلي. وخطوات تعديل التوزيع التجريبي لأقرب توزيع اعتدالي هي:

١ ـ أحسب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لقيم الجدول التكراري.

٢ ـ أوجد مراكز الفئات س.

٣ ـ إطرح المتوسط الحسابي من كل مركز من مراكز الفئات (س − م).

٤ ـ أقسم باقي الطرح على الانحراف المعياري لتحصل على الدرجة المعيارية لمراكز الفئات $\frac{(س - م)}{ع}$

٥ ـ إرجع إلى جدول ارتفاعات المنحنى الاعتدالي لاستخراج الارتفاع (ص) المقابل لكل درجة معيارية من الدرجات المستخرجة في الخطوة السابقة (ص).

٦ ـ أضرب الارتفاعات الناتجة من الخطوة السابقة في معامل ثابت يساوي $\frac{ف ن}{ع}$ حيث أن:

ف = مدى الفئة.

ن = مجموع التكرارات.

ع = الانحراف المعياري.

وبضرب الارتفاعات في المعامل الثابت أو المقدار الثابت ينتج التكرار المعدل المطلوب الذي تنطبق عليه شروط التوزيع الاعتدالي النموذجي (ك).

مثال :

ف	ك	حَ	ك حَ	ك حَ²	س	س - م	س - م ع	الارتفاع (ص)	كَ
صفر-	٣	٢-	٦-	١٢	١	٤-	١,٨٣	,٠٨	٢,١٩
٢-	٦	١-	٦-	٦	٣	٢-	,٩١	,٢٧	٧,٤٠
٤-	١٢	صفر	صفر	صفر	٥	صفر	صفر	,٤٠	١٠,٩٦
٦-	٦	١ +	٦ +	٦	٧	٢ +	,٩١	,٢٧	٧,٤
٨-	٣	٢ +	٦ +	١٢	٩	٤ +	١,٨٣	,٠٨	٢,١٩
	٣٠		صفر	٣٦					٣٠,١٤

$$\text{م} = ٥ + \frac{\text{صفر}}{٣٠} \times ٢ = ٥ .$$

$$\text{ع} = ٢ \sqrt{\frac{٣٦}{٣٠} - \left[\frac{\text{صفر}}{٣٠}\right]^{٢}} = ٢\sqrt{\frac{٣٦}{٣٠}} = ٢\sqrt{١,٢٢} = ٢ \times ١,٠٩٥ = ٢,١٩$$

$$\text{المقدار الثابت} = \frac{٣٠ \times ٢}{٢,١٩} = \frac{٦٠}{٢,١٩} = ٢٧,٤٠$$

ونلاحظ في المثال السابق أن التكرار الاعتدالي المعدل (كَ) قريب في قيمته (٣٠,١٤) من التكرار التجريبي (ك).

تمرين

حول التوزيع التجريبي الآتي لأقرب توزيع اعتدالي.

ف	ك
٨-	٧
١٢-	١٠
٢٦-	١٥
٢٠-	١١
٢٤-	٦
	٤٩

الحل:

ح	ك ح	ك ح²	س	س - م	س - م / ع	ص	كَ
-٢	-١٤	٢٨	١٠	-٧,٩٢	-١,٦٢	,١١	٤,٣١
-١	-١٠	١٠	١٤	-٣,٩٢	-٠,٨	,٢٩	١١,٣٧
صفر	صفر		١٨	+,٠٨	+,٠٢	,٤٠	١٥,٦٨
+١	+١١	١١	٢٢	+٤,٠٨	+,٨٤	,٢٩	١١,٣٧
+٢	+١٢	٢٤	٢٦	+٨,٠٨	+١,٦٦	,١٠	٣,٩٢
	-٢٤	٧٣					٤٦,٦٥
	+٢٣						
	-١						

$$\text{م} = ١٨ - \frac{١}{٤٩} \times ٤ = ١٨ - ,٠٨ = ١٧,٩٢$$

$$\text{ع} = ٤\sqrt{\frac{٧٣}{٤٩} - \left(\frac{-١}{٤٩}\right)^{٢}} = ٤ \; ١,٤٩ - ,٠٠٤ = ١,٤٨٦ \; ٤$$

$$= ٤ \times ١,٢٢ = ٤,٨٨$$

$$\text{المقدار الثابت} = \frac{٤^{(*)} \times ٤٩}{٥} = ٣٩,٢$$

مساحات المنحنى الاعتدالي

وفيما يلي المساحات المحصورة في المنحنى الاعتدالي ونسبة حالات التوزيع:

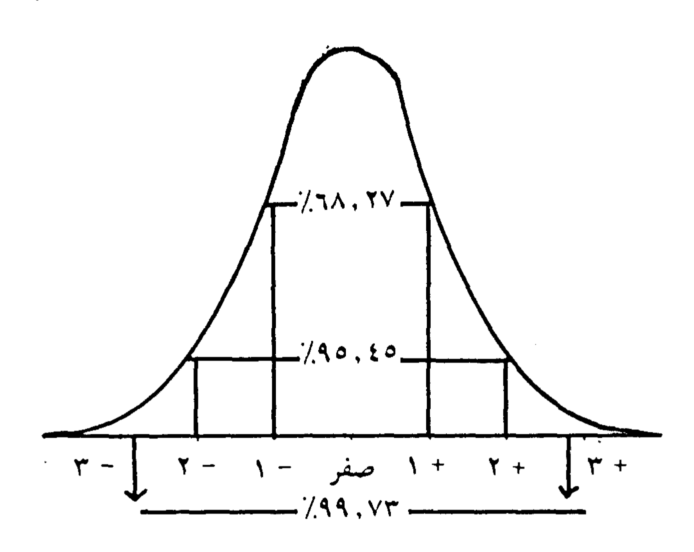
١ ـ المتوسط الحسابي + واحد انحراف معياري
والمتوسط الحسابي - واحد انحراف معياري
] ٦٨,٢٧٪ من المساحة الكلية ومن نسبة حالات التوزيع

(*) تم التغاضي عن الكسور العشرية في هذا المثال.

٢ ـ المتوسط الحسابي + اثنين انحراف معياري الكلية والمتوسط الحسابي - اثنين انحراف معياري	٥٩,٤٥٪ من المساحة ومن نسبة حالات التوزيع
٣ ـ المتوسط الحسابي + ثلاثة انحراف معياري الكلية والمتوسط الحسابي - ثلاثة انحراف معياري	٩٩,٧٣٪ من المساحة ومن نسبة حالات التوزيع .

وتتضح المساحات ونسبة الحالات السابقة في الرسم الآتي :

رسم مساحات ونسبة الحالات في المنحنى الاعتدالي .



ثانياً

الدلالة الإحصائية

Measurement of Statistical Significant

أولاً ـ الخطأ المعياري للعينة

اتضح في الأجزاء السابقة أن عدم اقتراب التوزيع كما تبين في الرسوم البيانية من التوزيع الاعتدالي من أهم أسبابه أن العينة لا تقترب في خصائصها وحجمها من عينة المجتمع الأصلي. ومن ناحية ثانية أننا لو قمنا بعمل «تحليل متتابع للعينة» Sample Sequential analysis بمقارنتها بالمجتمع الأصلي سنجد مدى التطابق بين العينة والأصل. أي أنه إذا اقتربت قيمة المتوسط في العينة من قيمة المتوسط في المجتمع الأصلي كانت العينة متطابقة مع هذا المجتمع الأصلي. لكن هذا الأمر صعب جداً لأن إمكانية عمل مسح كامل للمجتمع الأصلي تفوق قدرات الأجهزة المسؤولة لوجود المناطق النائية من الواحات والبوادي والصحراء. وللتغلب على ذلك يقترح الإحصائيون سحب عدة عينات متساوية في الحجم من المجتمع الأصلي ويتم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لهذه العينات وحساب الفروق بينها باستخدام المقاييس الخاصة بذلك (والتي سيتم عرضها في الجزء الحالي من الكتاب) فإذا لم توجد فروق بينها فإن ذلك يشير إلى أنها تنتمي لمجتمع أصلي واحد ويمكن اعتبار تلك العينات عينة واحدة.

الخطأ المعياري:

يشير الخطأ المعياري لأحد المعاملات الإحصائية كالمتوسط أو الوسيط إلى القيمة التي يتراوح حولها حدوث المعامل لو تكررت الدراسة المستخرج منها هذا المعامل مرة ثانية. وعلى هذا الأساس يمكن حساب الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي والخطأ المعياري للانحراف والخطأ المعياري للوسيط.

١ ـ الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي:

يحسب الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي بقسمة الانحراف المعياري للعينة على الجذر التربيعي لعدد أفراد العينة كما يلي:

$$\text{الخطأ المعياري للمتوسط} = \frac{\text{الانحراف المعياري للعينة}}{\sqrt{\text{عدد العينة}}}$$

فإذا كان عدد العينة ٥٠٠، ومتوسطها ٥٠، والانحراف المعياري لدرجات الأفراد فيها ٢٠ كان الخطأ المعياري للمتوسط كالآتي:

$$\text{الخطأ المعياري للمتوسط} = \frac{٢٠}{\sqrt{٥٠٠}} = \frac{٢٠}{٢٢,٣٦} = ٠,٨٩٤$$

وبذلك فإن قيمة هذا المتوسط تتراوح في حالة إعادة الدراسة بين قيمتين تستخرجان في ضوء الخطأ الذي يوافق عليه الباحث في دراسته.

فإذا كانت نسبة الخطأ التي يرتضيها الباحث في دراسته هي ٠,٠٥ فالقيمة المقابلة لها تكون ١,٩٦، أما إذا كانت نسبة الخطأ التي يرتضيها الباحث ٠,٠١ فإن القيمة المقابلة لها تكون ٢,٥٨.

وعلى هذا الأساس فإن المتوسط الحسابي الحقيقي للمجتمع الأصلي تنحصر قيمته كالآتي:

١ ـ في حالة نسبة خطأ ٠,٠٥ تتراوح قيمته بين ٥٠ ـ ١,٩٦، ٥٠ + ١,٩٦ أي بين ٤٨,٠٤، ٥١,٩٦.

٢ ـ في حالة نسبة خطأ ٠,٠١ تتراوح قيمته بين ٥٠ ـ ٢,٥٨، ٥٠ + ٢,٥٨ أي بين ٤٧,٤٢، ٥٢,٥٨.

٢ ـ الخطأ المعياري للانحراف المعياري:

ويتم حسابه بقسمة الانحراف المعياري على الجذر التربيعي لضعف عدد العينة كما يلي:

$$\text{الخطأ المعياري للإنحراف المعياري} = \frac{ع}{\sqrt{٢ \times ق}}$$

$$\text{وهو في المثال السابق} = \frac{٢٠}{\sqrt{٢ \times ٥٠٠}}$$

$$= \frac{٢٠}{\sqrt{١٠٠٠}}$$

$$= \frac{٢٠}{٣١,٦٢}$$

$$= ٠,٦٣٢$$

ويكون الانحراف المعياري الحقيقي في حالة قبول نسبة خطـأ ٠,٠٥ يتراوح بين ٢٠ - ١,٩٦ × ٠,٦٣٢ (٢٠ - ١,٢٣ = ١٨,٧٧) وبين ٢٠ + ١,٩٦ × ٠,٦٣٢ (٢٠ + ١,٢٣ = ٢١,٢٣) أي بين ١٨,٧٧ وبين ٢١,٢٣.

كما يكون الانحراف المعياري في حالة قبول نسبة خطأ ٠,٠١ يتراوح بين ٢٠ - ٢,٥٨ × ٠,٦٣٢ (٢٠ - ١,٦٣ = ١٨,٣٧) وبين ٢٠ + ٢,٥٨ × ٠,٦٣٢ (٢٠ + ١,٦٣ = ٢١,٦٣) أي بين ١٨,٣٧ وبين ٢١,٦٣.

٣ ـ الخطأ المعياري للوسيط:

ويتم استخراجه من خلال المعادلة الآتية:

الخطأ المعياري للوسيط = $\sqrt{\frac{1.253 \times ع}{ن}}$

مثال: بلغ الوسيط لدى عينة من التلاميذ عددهم ١٠٠ في أحد اختبارات التحصيل ٥٠ والانحراف المعياري ١٠ فيكون الخطأ المعياري

للوسيط = $\sqrt{\frac{1.253 \times 10}{100}}$

= $\frac{12.53}{10}$ = ١,٢٥٣

حدود الوسيط:

١ ـ الوسيط + الخطأ المعياري = ٥٠ + ١,٩٦ × ١,٢٥٣ = ٥٠ + ٢,٤٥٥ = ٥٢,٤٥٥

٢ ـ الوسيط ـ الخطأ المعياري = ٥٠ - ١,٩٦ × ١,٢٥٣ = ٥٠ - ٢,٤٥٥ = ٤٧,٥٤٥ وذلك بنسبة ثقة ٠,٩٥ وبنسبة شك ٠,٠٥ أما عند نسبة ثقة ٠,٩٩ ونسبة شك ٠,٠١ فيكون كالآتي:

١ ـ الوسيط + الخطأ المعياري = ٥٠ + ٢,٥٨ × ١,٢٥٣ = ٥٠ + ٣,٢٣ = ٥٣,٢٣

٢ ـ الوسيط - الخطأ المعياري = ٥٠ - ٢,٥٨ × ١,٢٥٣ = ٥٠ - ٣,٢٣ = ٥٠ - ٣,٢٣ = ٤٦,٧٧

أي أن الوسيط عند نسبة تأكد ٠,٩٥ تتراوح قيمته بين ٥٢,٤٥، ٤٧,٥٤

وعند نسبة تأكد ٠,٩٩ تتراوح قيمته بين ٥٣,٢٣، ٤٦,٧٧

٤ ـ الخطأ المعياري للنسبة المئوية:

ويتم الحصول عليه بحساب الجذر التربيعي للنسبة × باقي النسبة مطروحاً من الواحد صحيح مقسوماً على مائة كالآتي:

$$\text{الخطأ المعياري للنسبة} = \sqrt{\frac{\text{النسبة} \times \text{باقي النسبة من الواحد صحيح}}{\text{عدد العينة}}}$$

وعندما تكون النتائج على شكل نسب مئوية يكون القانون:

$$\text{الخطأ المعياري للنسبة المئوية} = ١٠٠ \sqrt{\frac{\text{النسبة المئوية} \times \text{الباقي من مائة}}{\text{عدد العينة}}}$$

مثال: أجاب ٠,٧٥ من الطلاب بالموافقة على إجراء الانتخابات الطلابية تحت إشراف لجنة محايدة وكان عدد عينة الطلاب الذين طبق عليهم البحث ٥٠٠ خمسمائة طالب، فما المدى الذي تتغير فيه هذه النسبة إذا أعيد إجراء البحث.

باقي النسبة يكون = ١ − ٠,٧٥ = ٠,٢٥، باقي النسبة المئوية = ١٠٠٪ − ٧٥٪ = ٢٥٪

حل المثال في حالة النسبة:

$$\text{الخطأ المعياري للنسبة} = \sqrt{\frac{٠,٧٥ \times ٠,٢٥}{٥٠٠}} = ٠,٠٢$$

$$\text{الخطأ المعياري للنسبة المئوية} = ١٠٠ \sqrt{\frac{٧٥ \times ٢٥}{٥٠٠}} = ٢$$

١ ـ عند مستوى ٠,٠٥ تقع النسبة بين ٠,٧٥ + ١,٩٦ × ٠,٠٢ = ٠,٧٨ وبين ٠,٧٥ − ١,٩٦ × ٠,٠٢ = ٠,٧٢

٢ ـ عند مستوى ٠,٠١ تقع النسبة بين ٧٥ + ٢,٥٨ × ٠,٠٢ = ٠,٨٠

وبين ٠,٧٥ - ٢,٥٨ × ٠,٠٢ = ٠,٧٠

حل المثال في حالة النسبة المئوية:

ويمكن تكرار ١، ٢ في حالة النسبة المئوية وتنتج نفس النتائج لكن في صورة نسبة مئوية ففي حالة ٠,٠٥ تقع النسبة المئوية بين ٧٢٪ - ٧٨٪، وفي حالة ٠,٠١ تقع النسبة المئوية بين ٧٠٪ - ٨٠٪

٥ - الخطأ المعياري لمعامل الارتباط

ويتم حسابه عن طريق المعادلة الآتية:

$$\text{الخطأ المعياري لمعامل الارتباط} = \sqrt{\frac{١ - ر^2}{ن - ١}}$$

مثال: تم حساب معامل الارتباط بين القدرة اللفظية وبين القدرة المكانية وكانت قيمة هذا المعامل ٠,٣ في عينة من ١٠٠ مائة تلميذ.

$$\text{الخطأ المعياري لمعامل الارتباط} = \sqrt{\frac{١ - (٠,٣)^2}{١٠٠ - ١}}$$

$$= \sqrt{\frac{١ - ٠,٠٩}{٩٩}} = \frac{٠,٩١}{٩,٩٤}$$

$$= ٠,٠٩$$

١ - عند ٠,٠٥ قيمة معامل الارتباط تقع بين ٠,٣ + ١,٩٦ × ٠,٠٩ = ٠,٤٧ وبين ٠,٣ - ١,٩٦ × ٠,٠٩ = ٠,١٣ (بين ٠,١٣ ، ٠,٤٧).

٢ - عند ٠,٠١ قيمة معامل الارتباط وتقع بين ٠,٣ + ٢,٥٨ × ٠,٠٩ = ٠,٥٣ وبين ٠,٣ - ٢,٥٨ × ٠,٠٩ = ٠,٠٧ (بين ٠,٠٧ ، ٠,٥٣).

ثانياً: مقاييس الدلالة الإحصائية

Measurement of Statistical Signifiance

يقوم الباحث في البحوث النفسية والاجتماعية بإجراء بحثه على عينة محدودة العدد طبقاً لإمكانياته، لأنه لا يستطيع عادة أن يطبق البحث على المجتمع الأصلي بأكمله، لكن عندما يستخرج نتيجته فإنه يكون في حالة شك من أن هذه النتيجة التي استخرجها هل راجعة إلى مجرد الصدفة أم راجعة إلى ظاهرة حقيقية في المجتمع الأصلي. ويقتضي هذا تكرار البحث عدة مرات واختيار عينات مختلفة من المجتمع الأصلي للتأكد من أن النتائج التي حصل عليها لا تختلف ولا تتغير في اتجاه مضاد باختلاف العينات التي يجري عليها البحث. وتكرار التجربة يحتاج إلى قدر كبير من الوقت والجهد والنفقات كما سبق الإشارة في خطأ العينة. وتوفر مقاييس الدلالة الإحصائية على الباحث هذا التكرار فهي تبين إلى أي حد يستطيع أن يتأكد من ثبات نتائجه وإلى أي حد يستطيع إرجاعها إلى عامل الصدفة وحده. وسنتناول هنا مقياسين كثيري الاستخدام في البحوث هما: مقياس كا٢ أو Quai Square ومقياس «ت» أو T. test، وهذان المقياسان من المقاييس البارامترية Parametre وسنتناول النوع الآخر من المقاييس وهي المقاييس اللابارامترية Non-parametric عند تناول موضوع الإحصاء المتقدم(*). كما سنعرض كذلك هنا لدلالة الفرق بين الانحرافات المعيارية، ولدلالة الفرق بين معاملات الارتباط، وللدلالة الإحصائية في المنهج القبلي - بعدي.

(*) د. سيد محمد خيري، الإحصاء في البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية النهضة العربية - ١٩٧٠.

(١)
مقياس كا٢

مقدمة: نفرض أن لدينا صندوقاً من المكعبات كل مكعب فيه ملـون بلون من هذه الألـوان: أبيض ـ أزرق ـ أحمـر ـ أسـود، وكان عدد المكعبـات الملونة في كل لون متساوياً. فإذا أردنا التأكد من تسـاوي العـدد في هذه الألوان الأربعة فإن الطريقة المباشرة هي القيام بعد جميع الألوان مهما كان الصندوق يتضمن بضعة آلاف من المكعبات. ولكننا نستطيع أن نوفـر هذا الوقت والجهد فنأخذ عينة عشوائية وليكن عددها ٢٠ عشرون مكعباً فإذا كان المكتوب صحيحاً فإننا نتوقع أن عدد المكعبات في الألوان المختلفة سيكون ٥ خمسة. ولنفترض أننا حصلنا من العينة على أعداد تختلف عن ذلك بالنسبة للألوان الأربعة فإنه بتطبيق مقياس كا٢ يتم معرفـة هل الاختـلاف بين عدد الألوان في العينة وما كنا نتوقع لها اختلافاً جوهرياً أم اختلافـاً يرجـع إلـى الصدفة في اختيار العينة. ولإجراء ذلك نقدم المثال الآتي:

مثال: تم سحب عشرين مكعباً من أحد الصناديق فوجد أن سبعة ٧ منها أبيض اللون، وثلاثة ٣ أحمر اللـون، وثلاثـة ٣ أزرق اللـون، وسبعـة ٧ أسود. فهل الاختلاف دالاً في عدد الألوان أم راجع للصدفة؟ وللتحقق من ذلك يتم ما يلي:

١ ـ حساب التكرار النظري بقسمة مجموع المكعبات على عدد الألوان ٢٠ ÷ ٤ = ٥.

٢ ـ أوجد الفرق بين التكرار النظري والتكرار التجريبي حيث يمثـل ذلك الأخير كما في المثال ٧ (أبيض)، ٣ (أحمر) (أزرق)، ٧ (أسود).

٣ ـ أوجد مربعات هذه الفروق للتخلص من الإشارات.

(*) الرمز اللاتيني هو x^2.

٣ ـ أقسم هذه المربعات على التكرارات النظرية فيكون مجموع خارج القسمة هو قيمة كا٢.

٤ ـ أحسب درجات الحرية بطرح واحد من عدد الفئات (عدد الألوان) في المثال التالي، درجات الحرية = ٤ - ١ = ٣.

مثال:

ف	ك (تجريبي)	كَ	ك ـ كَ	(ك ـ كَ)٢	(ك ـ كَ)٢ / كَ
أبيض	٧	٥	+ ٢	٤	٠,٨
أحمر	٣	٥	- ٢	٤	٠,٨
أزرق	٣	٥	- ٢	٤	٠,٨
أسود	٧	٥	+ ٢	٤	٠,٨
	مجـ ٢٠				كا٢ ٣,٢

درجات الحرية (د. ح.) = عدد الفئات - ١ = ٤ - ١ = ٣

أ ـ حساب دلالة قيمة كا٢:

نبحث في جدول دلالة كا٢ عند درجة الحرية ٣ وتحت مستوى ٠,٠٥، ٠,٠١، ٠,٠٠١، فإذا كانت قيمة كا٢ مساوية أو أكبر من القيمة الموجودة تحت ٠,٠٥ كان الفرق دالاً عند ٠,٠٥ وإذا كانت قيمة كا٢ مساوية أو أكبر من القيمة الموجودة تحت ٠,٠١ كان الفرق بين التكرار النظري والتجريبي دالاً عند ٠,٠١ وإذا كانت قيمة كا٢ مساوية أو أكبر من القيمة الموجودة تحت ٠,٠٠١ كان الفرق بين التكرار التجريبي والتكرار النظري دالاً عند ٠,٠٠١ وفيما يلي جدول قيم كا٢ عند مستوى ٠,٠٥، ٠,٠١، ٠,٠٠١.

جدول قيم كا^{٢} عند مستويات الدلالة ٠,٠٥ ، ٠,٠١ ، ٠,٠٠١

د. ح.	٠,٠٥	٠,٠٠١	٠,٠٠١	دح	٠,٠٥	٠,٠١	٠,٠٠١
١	٣,٨٤	٦,٦٤	١٠,٨٣	١٦	٢٦,٣٠	٣٢,٠٠	٣٩,٢٥
٢	٥,٩٩	٩,٢١	١٣,٨٢	١٧	٢٧,٥٩	٣٣,٤١	٤٢,٧٩
٣	٧,٨٢	١١,٣٤	١٦,٢٧	١٨	٢٨,٧٨	٣٤,٨٠	٤٢,٣١
٤	٩,٤٩	١٣,٢٨	١٨,٤٦	١٩	٣٠,١٤	٣٦,١٩	٤٣,٨٢
٥	١١,٠٧	١٥,٠٩	٢٠,٥٢	٢٠	٣١,٤١	٣٧,٥٧	٤٥,٣٢
٦	١٢,٥٩	١٦,٨١	٢٢,٤٦	٢١	٢٢,٦٧	٣٨,٩٣	٤٦,٨٠
٧	١٤,٠٧	١٨,٤٨	٣٤,٣٢	٢٢	٣٣,٩٢	٤٠,٢٩	٤٨,٢٧
٨	١٥,٥١	٢٠,٠٩	٢٦,٧٢	٢٣	٣٥,١٧	٤١,٦٤	٤٩,٧٣
٩	١٦,٩٢	٢١,٦٧	٢٧,٨٨	٢٤	٣٦,٤٢	٤٢,٩٨	٥١,١٨
١٠	١٨,٣١	٢٣,٢١	٢٩,٥٩	٢٥	٣٧,٦٥	٤٤,٣١	٥٢,٦٢
١١	١٩,٦٨	٢٤,٧٢	٤١,٢٦	٢٦	٣٨,٨٨	٤٥,٦٤	٥٤,٠٥
١٢	٢١,٠٣	٢٦,٢٢	٣٢,٩١	٢٧	٤٠,١١	٤٦,٩٦	٥٥,٤٨
١٣	٢٢,٣٦	٢٧,٦٩	٣٤,٥٣	٢٨	٤١,٣٤	٤٨,٢٨	٥٦,٨٩
١٤	٢٣,٦٨	٢٩,١٤	٣٦,١٢	٢٩	٤٢,٥٦	٤٩,٥٩	٥٨,٣٠
١٥	٢٥,٠٠	٣٠,٥٨	٣٧,٢٠	٣٠	٣٧,٧٧	٥٠,٨٩	٥٩,٧٠

والمقصود بمستويات الدلالة الثلاث في الجدول:

١ ـ دال عند ٠,٠٥ أي أن مستوى الثقة ٩٥٪ والشك ٥٪.

٢ ـ دال عند ٠,٠١ أي أن مستوى الثقة ٩٩٪ والشك ١٪.

٣ ـ دال عند ٠,٠٠١ أي مستوى الثقة ٩٩,٩٪ والشك ٠,١٪.

وبالنظر للمثال السابق نجد أن قيمة كا^{٢} والتي تساوي ٣,٢ ليس لها دلالة إحصائية لأنها أقل من قيم كا^{٢} الموجودة في الجدول عند درجة الحرية

ثلاثة وتحت المستويات ٠,٠٥، ٠,٠١، ٠,٠٠١ فالمفروض إذا كانت دالة عند ٠,٠٥ تكون قيمتها بين ٧,٨٢ - ١١,٣٣، وإذا كانت دالة عند ٠,٠١ تكون قيمتها بين ١١,٣٤ - ١٦,٢٦، وإذا كانت دالة عند ٠,٠٠١ تكون قيمتها ١٦,٢٧ فما فوق.

ب - استخدام كا٢ في حساب مدى قرب أو بعد التوزيع التجريبي عن التوزيع الاعتدالي:

عرفنا عندما تكلمنا عن تعديل التوزيع التجريبي لأقرب توزيع اعتدالي الخطوات الخاصة بذلك حتى نصل للتوزيع النظري المتوقع والذي رمزنا له بالرمز كَ. والسؤال هو هل ينطبق التوزيع التجريبي على التوزيع الاعتدالي؟. ونحتاج إلى اختبار كا٢ لحساب مدى قرب أو بعد التوزيع التجريبي عن التوزيع الاعتدالي كما في المثال الآتي:

ف	ك	حَ	ك حَ	ك٢حَ	س	س - م	(س - م) / ع	ص	كَ
صفر -	٣	- ٢	- ٦	١٢	١	- ٤	- ٢	٠,٠٥	١,٥
٢ -	٦	- ١	- ٦	٦	٣	- ٢	- ١	٠,٢٤	٧,٢
٤ -	١٢	صفر	صفر	صفر	٥	صفر	صفر	٠,٤٠	١٢
٦ -	٦	+ ١	+ ٦	٦	٧	+ ٢	+ ١	٠,٢٤	٧,٢
٨ -	٣	+ ٢	+ ٦	١٢	٩	+ ٤	+ ٢	٠,٠٥	١,٥
	٣٠		صفر	٣٦					٢٩,٤

م = ٥

ع = ٢

المقدار الثابت = $\frac{٢ \times ٣٠}{٢}$ = ٣٠

وبعد الحصول على التكرار النظري كَ يتم استخدام كا^2 لاختيار مدى انطباق التوزيع:

ف	ك	كَ	ك ـ كَ	(ك ـ كَ)^2	(ك ـ كَ)^2 / كَ
صفر	٣	١,٥	+ ١,٥	٢,٢٥	١,٥٠
٢ ـ	٦	٧,٢	- ١,٢	١,٤٤	١,٢٠
٤ ـ	١٢	١٢	صفر	صفر	صفر
٦ ـ	٦	٧,٢	- ١,٢	١,٤٤	١,٢٠
٨ ـ	٣	١,٥	+ ١,٥	٢,٢٥	١,٥٠

قيمة كا^2 = ٣,٤٠

جـ ـ حساب دلالة كا^2:

ولحساب دلالة كا^2 في حالة مدى انطباق التوزيع على التوزيع الاعتدالي يتم حساب درجة الحرية وهي في هذه الحالة تساوي عدد الفئات –٣ لأننا نكون مقيدين بثلاثة قيود هي المتوسط والانحراف المعياري والمقدار الثابت.

د. ح = ٥ - ٣ = ٢

وبالنظر لجدول قيم كا^2 عند درجة الحرية اثنين وتحت مستوى ٠,٠٥، ٠,٠١، ٠,٠٠١ نجد أن القيمة المستخرجة من المثال السابق أقل من الموجودة في الجدول عند المستويات الثلاث ٠,٠٥، ٠,٠١، ٠,٠٠١ ومعنى ذلك أن التوزيع التجريبي لا يختلف عن التوزيع الاعتدالي.

تعديل ييتس Yates للتكرارات الصغيرة عند حساب كا^2

يتم تعديل الفرق بين التكرار النظري والتجريبي (ك ـ كَ) بطرح قيمة

مقدارها ٠,٥ من كل فرق وذلك إذا احتوت إحدى التكرارات التجريبية على قيمة أقل من خمسة مثال :

ك	كَ	ك ـ كَ	(ك ـ كَ المعدل)	ك ـ كَ²	ك ـ كَ² / كَ
٢	٤	٢ -	١,٥ -	٢,٢٥	٠,٥٦
٧	٤	٣ +	,٥ +	٦,٢٥	٠,٠٦
٣	٤	١ -	٠,٥ -	٠,٢٥	٠,٠٦
				كا² =	١,٦٨

والملاحظ على التكرارات التجريبية أن بها تكرارين أقل من خمسة ولذلك قمنا بعمل التعديل الذي اقترحه يتس Yates Correction * فتم طرح قيمة مقدارها نصف من كل فرق بين التكرار النظري والتكرار التجريبي، ويتم بعد تربيع (ك ـ ك المعدل) وإجراء باقي الخطوات المعتادة.

د ـ حساب قيمة كا² من الجدول المزدوج :

يمكن حساب قيمة كا² من الجدول المزدوج ومعرفة دلالتها وفيما يلي مثالاً لذلك :

أجرى باحث دراسة على مجموعتين من الذكور والإناث بهدف معرفة هل هناك فرقاً له دلالة إحصائية بين تكرارات المجموعتين والتكرارات المتوقعة بالنسبة لإجابتهم على أحد مقاييس الرأي العام. وكانت تكرارات كل مجموعة على أحد أسئلة المقياس كما يلي :

(*) هناك تصحيح اقترحه فيشر Fisher وذلك بطرح قيمة مقدارها واحد من كل فرق بين ك ـ ك ويسمى هذا التصحيح باسم : تصحيح فيشر يتس Fisher Yates Correction

الإجابة / الجنس	ذكور	إناث	المجموع
موافق	٣٠ أ	٢٠ ب	٥٠
معارض	١٢ حـ	٨ د	٢٠
محايد	٢ هـ	٦ و	٨
المجموع	٤٤	٣٤	٧٨

وتتلخص الخطوات الخاصة بحساب كا٢ فيما يلي:

١ ـ الحصول على التكرار النظري لكل تكرار تجريبي وذلك بضرب مجموع عمود التكرار الأول في مجموع تكرار الصف كالآتي:

كَ أ المقابل للتكرار التجريبي ٣٠ = $\frac{٤٤ \times ٥٠}{٧٨}$ = ٢٨,٢١ = ٢٨

كَ ب المقابل للتكرار التجريبي ٢٠ = $\frac{٣٤ \times ٥٠}{٧٨}$ = ٢١,٧٩ = ٢٢

كَ حـ المقابل للتكرار التجريبي ١٢ = $\frac{٤٤ \times ٢٠}{٨٧}$ = ١١,٢٨ = ١١

كَ د المقابل للتكرار التجريبي ٨ = $\frac{٣٤ \times ٢٠}{٧٨}$ = ٨,٧١ = ٩

كَ هـ المقابل للتكرار التجريبي ٢ = $\frac{٤٤ \times ٨}{٧٨}$ = ٤,٥١ = ٥

كَ والمقابل للتكرار التجريبي ٦ = $\frac{٣٤ \times ٨}{٧٨}$ = ٣,٤٩ = ٤

٢ ـ يتم حساب كا٢ بالطريقة العادية على النحو الآتي:

ك	كَ	ك ـ كَ	ك ـ كَ المعدل(*)	(ك ـ كَ)٢	(ك ـ كَ)٢ / كَ
أ ٣٠	٢٨	+ ٢	+ ١,٥	٢,٢٥	٠,٠٧
ب ٢٠	٢٢	− ٢	− ١,٥	٢,٢٥	٠,١٠
حـ ١٢	١١	+ ١	+ ٠,٥	٠,٢٥	٠,٠٢
د ٨	٩	− ١	− ٠,٥	٠,٢٥	٠,٠٢
هـ ٢	٥	− ٣	− ٢,٥	٦,٢٥	١,٢٥
و ٦	٤	+ ٢	+ ١,٥	٢,٢٥	٠,٦٠
					كا٢ = ٢,٠٦

٣ ـ ويتم حساب درجات الحرية في هذا المثال كما يلي:

د. ح = عدد الأعمدة(**) ـ ١ × عدد الصفوف(**) ـ ١

د. ح = ٢ − ١ × ٣ − ١

د. ح = ١ × ٢ = ٢

٤ ـ يتم البحث عن قيمة كا٢ في الجدول عند درجة الحرية ٢ تحت مستوى ٠,٠٥، ٠,٠١، ٠,٠٠١ فنجد أن القيمة المستخرجة من المثال السابق أقل من تلك القيم.

هـ ـ حساب معامل التوافق من كا٢:

يمكن حساب معامل التوافق من قيمة كا٢ بالمعادلة الآتية:

(*) وذلك لوجود أحد التكرارات التجريبية (ك) يقل مقداره عن خمسة وهو التكرار الأخير وقيمته اثنين.

(**) عدد الأعمدة اثنين أي ذكور وإناث، وعدد الصفوف ثلاثة أي موافق؛ معارض ومحايد.

$$ق = \sqrt{\frac{كا^2}{ق + كا^2}}$$

(٢)
اختبار «ت» T. Test

يستخدم اختبار «ت» للمقارنة بين متوسطين تجريبيين. وهدفه التأكد من أن الفرق بين المتوسطين الناتجين من عينتين فرق ثابت أي له دلالة، أم أنه فرق ناتج عن الصدفة وظروف اختيار العينة بمعنى أنه إذا تكرر البحث عدة مرات فإن هذا الفرق لن يظهر مرة ثانية.

ولاختبار «ت» قانونين أحدهما في حالة تساوي عدد أفراد العينة في المجموعتين والثانية في حالة عدم تساوي العدد في المجموعتين.

أ ـ قانون اختبار «ت» في حالة تساوي العدد في المجموعتين.

$$ت^{(*)} = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ع_1^2 + ع_2^2}{ن - 1}}}$$

$م_1$ = المتوسط الحسابي للمجموعة الأولى.

$م_2$ = المتوسط الحسابي للمجموعة الثانية.

$ع_1$ = الانحراف المعياري للمجموعة الأولى.

$ع_2$ = الانحراف المعياري للمجموعة الثانية.

ن = عدد أفراد العينة في أي (واحد) من المجموعتين.

ب ـ قانون اختبار «ت» في حالة اختلاف العدد في المجموعتين

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{ن_1 ع_1^2 + ن_2 ع_2^2}{ن_1 + ن_2 - 2} \times \frac{1}{ن_1} + \frac{1}{ن_2}}}$$

حيث أن :

م ١ = المتوسط الحسابي للمجموعة الأولى .
م ٢ = المتوسط الحسابي للمجموعة الثانية .
ن ١ = عدد أفراد المجموعة الأولى .
ن ٢ = عدد أفراد المجموعة الثانية .
ع ١ = الانحراف المعياري للمجموعة الأولى .
ع ٢ = الانحراف المعياري للمجموعة الثانية .

جـ ـ مستوى الدلالة الإحصائية (ألفاً) :

يرمز لمستوى الدلالة الإحصائية Statistical level of significance بالحرف الإغريقي : α ألفا . وقيم الدلالة الإحصائية تكون في الغالب في معظم البحوث عند المستويات الآتية :

٠,٠٥
٠,٠١
٠,٠٠١

وفي العادة يختار الباحث مستوى دلالة الفرق الذي يقبله بين المجموعتين في دراسته منذ البداية ليرفض الفرض أو يقبله إذا كانت القيمة المستخرجة أقل من تلك الموجودة عند ذلك المستوى الذي قبله .

أمثلة

١ ـ حساب اختبار «ت» في حالة تساوي العدد في المجموعتين

أولاً : من القيم الخام

طبق باحث اختباراً للطلاقة اللفظية على مجموعتين من الذكور

والإناث عدد كل منهما ستة ، فكانت درجات كل مجموعة على هذا الاختبار كما يلي :

المجموعة أ				المجموعة ب			
ق	القيم (س)	حَ (س - م)	حَ٢	ق	القيم (س)	حَ (س - م)	حَ٢
١	٥	صفر	صفر	١	٣	٣-	٩
٢	١٠	٥ +	٢٥	٢	١٢	٦ +	٣٦
٣	٨	٣ +	٩	٣	١٥	٩ +	٨١
٤	٤	١-	١	٤	٤	٢-	٤
٥	٢	٣-	٩	٥	١	٥-	٢٥
٦	١	٤-	١٦	٦	١	٥-	٢٥
	٣٠		٦٠		٣٩		١٨٠

$$م_١ = \frac{\text{مجموع القيم}}{ق} = \frac{٣٠}{٦} = ٥$$

$$ع_١ = \sqrt{\frac{حَ^٢}{ق}} = \sqrt{\frac{٦٠}{٦}}$$

$$= \sqrt{١٠} = ٣,١٦$$

$$م_٢ = \frac{٣٦}{٦} = ٦$$

$$ع_٢ = \sqrt{\frac{١٨٠}{٦}} = ٥,٤٨$$

فهل هناك فرق له دلالة إحصائية بين متوسط المجموعتين؟ . وبحساب قيمة «ت» كما يلي :

$$ت = \frac{٦ - ٥}{\sqrt{\frac{(٣,١٦)^٢ + (٥,٤٨)^٢}{٦ - ١}}} = \frac{١}{\sqrt{\frac{١٠ + ٣٠}{٥}}}$$

$$\sqrt{\frac{١}{٨,٠٠٤}} = \sqrt{\frac{٣٠,٠٣ + ٩,٩٩}{٥}} = \sqrt{\frac{١}{\frac{٤}{٥}}} =$$

$$٠,٣٥ = \frac{١}{٢,٨٢} = \sqrt{\frac{١}{٨}} = \text{ت}$$

حساب دلالة قيمة «ت»:

يتم الكشف عن دلالة قيمة اختبار «ت» من الجدول الخاص بذلك ويتم الحصول أولاً على درجة الحرية وهي تساوي في مثالنا السابق ٦ ـ ١ = ٥. وبعد ذلك ننظر في الجدول عند درجة الحرية ٥ تحت مستوى ٠,٠٥، ٠,٠١، ٠,٠٠١ فإذا كانت قيمة اختبار «ت» التي في الجدول عند أي من النسب الثلاث أكبر من القيمة المستخرجة في المثال كان الفرق غير دال بين المجموعتين أما إذا كانت قيمة اختبار «ت» التيٰ في الجدول عند أي من النسب الثلاث (٠,٠٥، ٠,٠١، ٠,٠٠١) أقل من القيمة المستخرجة في المثال كان الفرق دالاً عند النسبة التي تكون قيمتها أقل من القيمة المستخرجة من المثال.

جدول دلالة «ت»

د ح	٠,٠٥	٠,٠١	٠,٠٠١	د.ح.	٠,٠٥	٠,٠١	
١	١٢,٧٠٦	٦٣,٦٥٧	٦٣٩,٦١٩	١٨	٢,١٠١	٢,٨٧٨	٣,٩٢٢
٢	٤,٣٥٢	٩,٩٢٥	٣٠,٥٩٨	١٩	٢,٠٩٣	٢,٨٦١	٣,٨٨٣
٣	٣,١٨٢	٥,٨٤١	٢٢,٩٤١	٢٠	٢,٠٨٦	٢,٨٤٥	٣,٨٥٠
٤	٢,٧٧٦	٤,٦٠٤	٨,٦١٠	٢١	٢,٠٨٠	٢,٨٣٠	٣,٨١٩
٥	٢,٥٧١	٤,٠٣٢	٦,٨٥٩	٢٢	٢,٠٧٤	٣,٨١٩	٣,٧٩٢
٦	٢,٤٤٧	٣,٧٧٠	٥,٤٥٩	٢٣	٢,٠٦٩	٢,٨٠٧	٣,٧٦٧
٧	٢,٣٦٥	٣,٤٩٩	٥,٤٠٥	٢٤	٢,٠٦٤	٢,٧٩٧	٣,٧٤٥
٨	٢,٣٠٦	٣,٣٥٥	٥,٠٤١	٢٥	٢,٠٦٠	٢,٧٨٧	٣,٧٢٥
٩	٢,٢٦٢	٣,٢٥٠	٤,٧٨٠	٢٦	٢,٠٥٦	٢,٧٧٩	٣,٧٠٧
١٠	٢,٢٢٨	٣,١٦٩	٤,٥٨٧	٢٧	٢,٠٥٢	٢,٧٧١	٣,٦٩٠
١١	٢,٢٠١	٣,١٠٦	٤,١٣٧	٢٨	٢,٠٤٨	٢,٧٦٣	٣,٦٧٤
١٢	٢,١٨٩	٣,٠٥٥	٤,٣١٨	٢٩	٢,٠٤٥	٢,٧٥٦	٣,٦٥٩
١٣	٢,١٦٠	٣,٠١٢	٤,٣٢١	٣٠	٢,٠٣٢	٢,٧٥٠	٣,٦٤٦
١٤	٢,١٤٥	٢,٩٧٧	٤,١٤٠	٤٠	٢,٠٢	٢,٧٠٤	٣,٥٥١
١٥	٢,١٣١	٢,٩٤٧	٤,٠٧٣	٦٠	٢,٠٠	٢,٦٦٠	٣,٤٦
١٦	٢,١٢٠	٢,٩٢١	٤,٠١٥	١٢٠	١,٩٨٠	٢,٦١٧	٣,٣٧٣
١٧	٢,١١٠	٢,٨٩٨	٣,٩٦٥	فمـافوق	١,٩٦٠	٢,٥٧٦	٣,٢٩١

وبالنظر للجدول السابق نجد أن قيمة «ت» المستخرجة في المثال السابق وهي ٠,٣٥ ليس لها دلالة إحصائية عند ٠,٠٥ أو ٠,٠١ أو ٠,٠٠١ أمام درجة الحرية ٥.

ثانياً: من الجدول التكراري

وتتبع الخطوات الآتية في حساب قيمة ت من الجداول التكرارية حيث يتم حساب م، ع أولاً:

أ: ف	أ: ك	أ: حَ	أ: ك حَ	أ: ك حَ٢	ب: ف	ب: ك	ب: حَ	ب: لـحَ	ب: لـحَ٢
-٤	٥	-١	-٥	٥	-٣	٥	-١	-٥	٥
-	٨	صفر	-	-	-٥	١٠	صفر	-	-
-١٢	٧	+١	+٧	٧	-٧	٥	+١	+٥	٥
	٢٠	٢٠	+٢	١٢		٢٠		صفر	١٠

أ:

م = ١٠ + ٢/٢٠ × ٤ = ١٠,٤

ع = ٤ √(١٢/٢ − (٢/٢٠)٢)

ع = ٤ √(,٦ − ,٠٠١)

ب:

م = ٦

ع = ٢ √,٥

= ٢ × ,٧١ = ١,٤٢

ع = ٤ ,٥٩٩ = ٤ × ,٧٧ = ٣,٠٨

وبعد حساب قيمة م، ع لكل من المجموعتين أ، ب يتم استخراج قيمة ت كما يلي:

ت = (١٠,٤ − ٦) / √(((٣,٠٨)٢ + (١,٤٢)٢) / (٢٠ − ١)) = ٤,٤ / √((٩,٤٩ + ٢,٠٢) / ١٩)

ت = ٤,٤ / ١,٥١

ت = ٤,٤ / √(١١,٢٠ / ١٩) = ٤,٤ / √٠,٥٨ = ٤,٤ / ٠,٧٦ = ت = ٥,٧٩

الدلالة : بالنظر في جدول قيم ت السابق عند درجة حرية (٢٠ - ١) ١٩ وتحت مستوى ٠,٠٥، ٠,٠١، ٠,٠٠١ نجد أن قيمة ت المستخرجة في هذا المثال لها دلالة عند ٠,٠٠١ وذلك لأن قيمة ت المستخرجة من المثال السابق أكبر من القيمة الموجودة عند مستوى ٠,٠٠١.

٢ ـ حساب اختبار «ت» في حالة اختلاف العدد في المجموعتين

أولاً : من القيم الخام

أجريت دراسة على مجموعتين من الذكور والإناث طبق عليهم فيها اختباراً سوسيومترياً (العلاقة الاجتماعية) فكانت درجات كل مجموعة من المجموعتين والتي بلغ عدد الذكور فيها ستة وعدد الإناث خمسة كما يلي :

الذكور				الإناث			
ق	القيم	حَ	حَ٢	ق	القيم	حَ	حَ٢
١	٥	صفر	صفر	١	١٥	+ ١	١
٢	١٠	+ ٥	٢٥	٢	١٩	+ ٥	٢٥
٣	٨	+ ٣	٩	٣	١٦	+ ٢	٤
٤	٤	- ١	١	٤	١٠	- ٤	١٦
٥	٢	- ٣	٩	٥	١٠	- ٤	١٦
٦	١	- ٤	١٦				
	٣٠	صفر	٦٠		٧٠	صفر	٦٢

الذكور:

م = $\frac{٣٠}{٦}$ = ٥

ع = $\sqrt{\frac{٦٠}{٦}}$ = $\sqrt{١٠}$ = ٣,١٦

الإناث:

م = $\frac{٧٠}{٥}$ = ١٤

ع = $\sqrt{\frac{٦٢}{٥}}$ = $\sqrt{١٢,٤}$ = ٣,٥٢

وبعد حساب م، ع لمجموعة الذكور ولمجموعة الإناث يتم استخراج قيمة (ت):

$$ت = \frac{١٤ - ٥}{\sqrt{\frac{٦ \times (٣,١٦)^٢ + ٥ \times (٣,٥٢)^٢}{٦ + ٥ - ٢} \times \frac{١}{٥} + \frac{١}{٦}}}$$

$$ت = \frac{٩}{\sqrt{\frac{٦ \times ١٠ + ٥ \times ١٢,٣٩}{٩} \times ٠,٢٠ + ٠,١٧}}$$

$$ت = \frac{٩}{\sqrt{\frac{٦٠ + ٦١,٩٥}{٩} \times ٠,٣٧}} = \frac{٩}{\sqrt{\frac{١٢,٩٥}{٩} \times ,٣٧}}$$

$$ت = \frac{٩}{\sqrt{١٣,٥٥ \times ,٣٧}}$$

$$ت = \frac{٩}{\sqrt{٥,٠١٣٥}} = \frac{٩}{٢,٢٤} = ٤,٠٢$$

الدلالة: بالنظر في جدول قيم ت السابق عند درجة حرية (٥ + ٦ - ٢) ٩ نجد أن قيمة ت لها دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ وذلك لأن قيمة ت المستخرجة من المثال السابق أكبر من القيمة الموجودة عند مستوى ٠,٠١.

ثانياً: من الجدول التكراري

وتتبع الخطوات الآتية في حساب قيمة ت من الجداول التكرارية حيث يتم استخراج م، ع أولاً:

المجموعة ١					المجموعة ٢				
ف	ك	ح	كح	كح²	ف	ك	حَ	كحَ	كحَ²
-٤	٥	-١	-٥	٢٥	-٣	٥	-١	-٥	٥
-٨	٨	صفر	صفر	صفر	-٥	١٥	صفر	صفر	صفر
-١٢	٧	+١	+٧	٤٩	-٧	٥٠	+١	+٥	٥
	٢٠		+٢	٧٤		٢٥		صفر	١٠

$$\text{م}_1 = ١٠ + \frac{٢}{٢٠} \times ٤ = ١٠,٤$$

$$\text{ع}_1 = ٤\sqrt{\frac{٧٤}{٢٠} - \left(\frac{٢}{٢٠}\right)^2} = ٦,٨٨$$

$$\text{ع}_1 = ٤\sqrt{٣,٧ - ,٠١} = ٤\sqrt{٣,٦٩}$$

$$\text{ع}_1 = ٤ \times ١,٩٢ = ٧,٦٨$$

$$\text{م}_2 = ٦$$

$$\text{ع}_2 = ٢\sqrt{\frac{١٠}{٢٥} - \left(\frac{\text{صفر}}{٢٥}\right)^2}$$

$$\text{ع}_2 = ٢ \times ,٦٣ = ١,٢٦$$

وبعد حساب م، ع للمجموعة ١، وللمجموعة ٢ يتم استخراج قيمة ت:

$$\text{ت} = \frac{١٠,٤ - ٦}{\sqrt{\frac{٢٠ \times (٧,٧٨)^2 + ٢٥\,(١,٢٦)^2}{٢٠ + ٢٥ - ٢}\left(\frac{١}{٢٠} + \frac{١}{٢٥}\right)}}$$

$$= \frac{٤,٤}{\sqrt{\frac{٢٠ \times ٥٨,٩٨ + ٢٥\,(١,٥٩)}{٢٠ + ٢٣} \times ,٠٥ + ,٠٤}}$$

$$\text{ت} = \frac{٤,٤}{\sqrt{\frac{١١٧٩,٦}{٤٣} + ٣٩,٧٥ \times ,٠٩}} \quad \text{ت} = \frac{٤,٤}{\sqrt{\frac{١٢١٩,٣٥}{٤٣}}} \times ,٠٩$$

$$\text{ت} = \frac{\text{٤،٤}}{\text{٠،٠٩} \times \text{٢٨،٣٦}}$$

$$\text{ت} = \frac{\text{٤،٤}}{\sqrt{\text{٢،٥٥}}} = \frac{\text{٤،٤}}{\text{١،٦}}$$

$$\text{ت} = \text{٢،٧٥}$$

الدلالة: وبالكشف عن قيمة ت أمام درجة الحرية (٢٠ + ٢٥ - ٢ = ٤٣) عند مستوى ٠،٠٥، ٠،٠١، ٠،٠٠١ نجد أن قيمة ت المستخرجة من المثال السابق نجد أن لها دلالة عند مستوى ٠،٠١ لأن قيمة ت في المثال أكبر من الموجودة في الجدول عند مستوى ٠،٠١.

تمارين

١ - احسب هل هناك فرق له دلالة إحصائية بين المجموعتين أ، ب والذي يمثل درجاتهما الجدول التكراري الآتي:

المجموعة أ		المجموعة ب	
ف	ك	ف	ك
٥ -	٧	١٠ -	٣
١٠ -	٨	٢٠ -	صفر
١٥ -	١٢	٣٠ -	١٥
٢٠ -	١٣	٤٠ -	١٥
٢٥ -	١٠	٥٠ -	١٢
٣٠ -	٠٩	٦٠ -	١١
٣٥ -	٠١	٧٠ -	٥
	٦٠		٥٠

٢ ـ عدل توزيع المجموعة أ لأقرب توزيع اعتدالي.

٣ ـ احسب مدى قرب أو بعد (انطباق) توزيع المجموعة ب من التوزيع الاعتدالي.

٤ ـ أجرى باحث دراسة على عينة من الأطفال الذكور والأطفال الإناث طبق عليهم فيها اختبار التوافق الشخصي فكانت درجاتهم على الاختيار:

الأطفال الذكور: ٥ ـ ٩ ـ ١٢ ـ ١٩ ـ ٨ ـ ٧ ـ ٦

الأطفال الإناث: ٩ ـ ٥ ـ ٣ ـ ٣ ـ ١٨ ـ ٦ ـ ١١

احسب هل هناك فرق له دلالته الإحصائية بين المجموعتين.

٣ ـ درجة الحرية

تعني درجة الحرية عدد الدرجات أو عدد التكرارات التي يمكن أن تتغير حول قيمة ثابتة أو مقياس معين للمجتمع الأصلي. فإذا جمعنا مجموعة من الدرجات عدد ٢٠ عشرون درجة وهذه الدرجات العشرون لها متوسط معروف ١٠ عشرة مثلاً، ومن المعلوم من خلال حساب الانحراف عن المتوسط أن مجموع انحراف القيم عنه يساوي صفراً (أنظر الانحراف عن المتوسط في مقاييس التشتت) فإنه يترتب على ذلك أن تكون أية تسعة عشرة درجة من هذه الدرجات العشرين حرة في تغير قيمتها بينما تكون الدرجة العشرين مقيدة بقيمة معينة تضاف للقيم التسعة عشر حتى يصبح المتوسط ١٠ عشرة ولذلك تكون درجات الحرية التي تتشتت حول متوسط ذلك التوزيع مساوية ن ـ ١

٤ ـ الدلالة والفرض (واحد الذنب ـ ثنائي الذنب)

إذا كانت صياغة الفرض تعتمد على أن مجموعة من المجموعتين أعلى أو

أقل من الأخرى في الصفة المقاسة فإن تحديد اتجاه الفرق يشير إلى اختبار واحد الطرف أو واحد الذنب One-tailed test ، أما إذا كانت الصياغة قائمة على أساس أن المجموعتين تختلطان دون تحديد لأي اتجاه لهذا الاختلاف كنا بصدد اختبار ثنائي الذنب أو الطرف Two-tailed test وكلمة طرف تشير إلى طرف المنحنى.

والأساسي في تحديد واحد الذنب هو أننا نشير لطرف واحد من أطراف التوزيع (العالي - المنخفض) والمتمثل في القيمة المحتملة التي تم الحصول عليها كقيمة واحدة الذنب One-tailed P Value .

أما الأساس في تحديد ثنائي الذنب (أو الطرف) هو أننا نشير لطرفي التوزيع كأن يقول الباحث في دراسته ما هي الدرجة المحتمل الحصول عليها وتنحرف عن المتوسط؟ . أو أن هناك فرقاً دالاً في متوسط درجات الذكور والإناث في القدرة اللفظية. والباحث هنا يكون أمام متوسطين وانحرافين معياريين أي يكون في تعبيره عن الدرجة، المحتملة واضعاً في الحسبان كلا طرفي التوزيع Two-tailed test .

(٣)[١] حساب الدلالة الإحصائية في المنهج القبلي - بعدي

يستخدم الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطات المرتبطة لحساب الدلالة الإحصائية لدرجات مجموعة واحدة من الأفراد على مقياس للاتجاهات قبل مشاهدتها لفيلم يهدف لتغيير اتجاه هذه المجموعة وبعد مشاهدتها للفيلم. ومعادلة الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطات المرتبطة هي:

$$\text{معادلة الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطات المرتبطة} = \frac{\text{م}_1 - \text{م}_2}{\sqrt{\text{ع}^2_{\text{م}_1} + \text{ع}^2_{\text{م}_2} - 2\,\text{ر} \times \text{ع}_{\text{م}_1} \times \text{ع}_{\text{م}_2}}}$$

أي أن :

م ١ = المتوسط قبل مشاهدة الفيلم .

م ٢ = المتوسط بعد مشاهدة الفيلم .

ع٢ م ١ = مربع الخطأ المعياري لمتوسط الدرجات قبل مشاهدة الفيلم .

ع٢ م ٢ = مربع الخطأ المعياري لمتوسط الدرجات بعد مشاهدة الفيلم .

ر = معامل الارتباط بين درجات الأفراد قبل وبعد مشاهدة الفيلم .

ع م ١ = الخطأ المعياري لمتوسط الدرجات قبل المشاهدة .

ع م ٢ = الخطأ المعياري لمتوسط الدرجات بعد المشاهدة .

مثال : أراد باحث أن يعرف مدى تأثير مشاهدة خمسة من الطلبة الجامعيين لفيلم عن العمل في الصحراء في تغيير اتجاهاتهم نحو العمل في تلك الجهة . فقام الباحث أولاً بقياس اتجاهاتهم نحو العمل في تلك المناطق النائية ثم عرض عليهم فيلماً عن التعمير الذي حدث في هذه المناطق وتبع ذلك قياس اتجاهاتهم مرة ثانية نحو العمل في تلك الأماكن . وفيما يلي درجاتهم على مقياس الاتجاه قبل وبعد مشاهدة الفيلم :

الأشخاص :	(١)	(٢)	(٣)	(٤)	(٥)
الدرجات قبل :	٢	٤	٥	١	٣
الدرجات بعد :	٣	٥	٦	٢	٤

حل المثال :

١ ـ المتوسط قبل المشاهدة = ٢ + ٤ + ٥ + ١ + ٣ = ١٥ ÷ ٥ = ٣

٢ ـ المتوسط بعد المشاهدة = ٣ + ٥ ٦ + ٢ + ٤ = ٢٠ ÷ ٥ = ٤

٣ ـ الخطأ المعياري لمتوسط الدرجات قبل المشاهدة $= \frac{٣}{\sqrt{٥}}$

$= \frac{٣}{٢,٢٣}$

$= ١,٣٤$

٤ ـ الخطأ المعياري لمتوسط الدرجات بعد المشاهدة $= \frac{٤}{\sqrt{٥}}$

$= \frac{٤}{٢,٢٣}$

$= ١,٧٩$

٥ ـ معامل الارتباط بين الدرجات قبل وبعد المشاهدة .

ق	قبل	بعد	رتبة قبل	رتبة بعد	ف	ف^{٢}
١	٢	٣	٤	٤	صفر	صفر
٢	٤	٥	٢	٢	صفر	صفر
٣	٥	٦	١	١	صفر	صفر
٤	١	٢	٥	٥	صفر	صفر
٥	٣	٤	٣	٣	صفر	صفر
					مجـ ف^{٢} = صفر	

$ر = ١ - \frac{٦ \times صفر}{٥ (٢٥ - ١)} = ١$

$القيمة = \frac{٤ - ٣}{\sqrt{(١,٣٤)^{٢} + (١,٧٩)^{٢} - ٢ \times ١ \times ١,٣٤ \times ١,٧٩}}$

$= \frac{١}{\sqrt{٣,٢٠ + ١,٧٩ - ٤,٧٩}}$

$$= \sqrt{\frac{١}{٤,٩٩ - ٤,٧٩}}$$

$$= \sqrt{\frac{١}{٠,٢٠}}$$

$$= \frac{١}{٠,٤٤}$$

$$= ٢,٢٧$$

ويصبح الفرق بين اتجاهات الطلاب دالاً عند مستوى ٠٥, إذا بلغت النتيجة ١,٩٦ - ٢,٥٧، ودالاً عند مستوى ٠,٠١ إذا بلغت النتيجة ٢,٥٨ فما فوق.

وفي المثال السابق يعتبر الفرق بين اتجاهات الطلاب قبل مشاهدة الفيلم وبعد مشاهدة الفيلم دالاً إحصائياً أي أن مشاهدة الفيلم عملت على تغيير اتجاهات الطلاب إلى النواحي الإيجابية الخاصة بقبول فكرة العمل في الصحراء.

(٤)
دلالة الفرق بين معاملات الارتباط

أولاً: في حالة المجموعات المستقلة:

إذا أراد الباحث مقارنة مصفوفة معاملات الارتباط لمجموعة من المتغيرات كالقدرة اللفظية والقدرة العددية والمترادفات لدى عينة من الذكور بمصفوفة معاملات الارتباط لنفس المتغيرات لدى عينة من الإناث فإنه يلجأ في ذلك لمعادلة دلالة الفرق بين معاملات الارتباط الآتية:

معادلة دلالة الفرق بين معاملات الارتباط $= \frac{ز_١ - ز_٢}{\sqrt{\frac{١}{ن_١ - ٣} + \frac{١}{ن_٢ - ٣}}}$

حيث أن :

$ز_1$ = المقابل اللوغاريتمي لمعامل الارتباط في المجموعة الأولى (١)

$ز_2$ = المقابل اللوغاريتمي لمعامل الارتباط في المجموعة الثانية (٢)

$ن_1$ = العدد في المجموعة الأولى.

$ن_2$ = العدد في المجموعة الثانية.

الخطوات :

١ ـ يتم حساب معامل الارتباط بين درجات الاختبارين (س ، ص) في المجموعة الأولى ، وكذلك في المجموعة الثانية.

٢ ـ إستخرج المقابل اللوغاريتمي لمعامل ارتباط المجموعة الأولى ولمعامل ارتباط المجموعة الثانية (أنظر الارتباط المتعدد حيث يوجد الجدول الخاص بالمقابل اللوغاريتمي).

٣ ـ إحسب الفرق بين المقابلين اللوغاريتميين (بسط المعادلة).

٤ ـ إحسب الخطأ المعياري للعينتين (مقام المعادلة) كالآتي :

$$\text{الخطأ المعياري} = \sqrt{\frac{1}{ن_1 - 3} + \frac{1}{ن_2 - 3}}$$

٥ ـ اقسم الفرق بين المقابلين اللوغاريتميين (في الخطوة رقم ٣) على الخطأ المعياري لتحصل على القيمة النهائية.

٦ ـ إذا كانت القيمة الناتجة :

أ ـ تقع بين ١,٩٦ – ٢,٥٨ كان الفرق دالاً عند ٠,٠٥

ب ـ تقع بين ٢,٥٨ فما فوق كأن الفرق دالاً عند ٠,٠١

حـ ـ أقل من ١,٩٦ كان الفرق غير دال أي يتم قبول الفرق الصفري.

مثال :

أجرى باحث دراسة على مجموعة من أطفال الريف ومجموعة من أطفال المدينة طبق فيها على كل مجموعة اختبارين أحدهما يقيس السرعة الحركية والثاني يقيس السرعة الإدراكية وقام بحساب معامل الارتباط بين الاختبارين في كل مجموعة على حدة، علماً بأن العدد في المجموعة الأولى ٥٣ وفي المجموعة الثانية ٧٠. والمطلوب حساب دلالة الفرق بين معاملي الارتباط في المجموعتين إذا كان الارتباط في مجموعة الريف ٠,٧٠، وفي مجموعة الحضر ٠,٥٠.

خطوات الحل :

١ ـ المقابل اللوغاريتيم(*) لمعامل الارتباط ٠,٧٠ الخاص بأطفال الريف من الجداول الخاصة بذلك هو ٠,٨٧(**).

٢ ـ والمقابل اللوغاريتيم(*) لمعامل الارتباط ٠,٥٠ الخاص بأطفال الحضر من الجداول الخاصة بذلك هو ٠,٥٥(**).

(*) يمكن حساب المقابل اللوغاريتمي لمعامل الارتباط كالآتي:

المقابل اللوغاريتيم (Log) لمعامل الارتباط ورمزه (ز ١) = $\frac{١}{٢}$ لو $\frac{١ + ر١}{١ - ر١}$

ز ١ = $\frac{١}{٢}$ لو $\frac{١ + ٠,٧}{١ - ٠,٧}$ = $\frac{١,٧}{٠,٣}$ = $\frac{١}{٢}$ لو ٥,٦٦

(«لو» هنا توجد في الآلات الحاسبة تحت رمز Ln)

= $\frac{١}{٢}$ × ١,٧٣ = ٠,٨٦٦

ز ٢ = $\frac{١}{٢}$ لو $\frac{١ + ٠,٥}{١ - ٠,٥}$ = $\frac{١,٥}{٠,٥}$ = $\frac{١}{٢}$ لو ٣,٠

(«لو» هنا توجد في الآلات الحاسبة تحت رمز Ln أيضاً)

= $\frac{١}{٢}$ × ١,٢٠ = ٠,٦٠

(**) نتيجة للتقريب تلاحظ فروق بسيطة بين المقابل اللوغاريتيم من الجدول وبين المقابل المستخرج من المعادلة باستخدام الآلة الحاسبة بالنسبة لـ: «لو» والتي تقابلها Ln من الآلات الحاسبة الرياضية.

٣ ـ الفرق بين المقابلين اللوغاريتميين = ٠,٨٧ - ٠,٥٥ = ٠,٣٢

٤ ـ الخطأ المعياري للعينة = $\sqrt{\frac{١}{٥٣ - ٣} + \frac{١}{٧٠ - ٣}}$

$$= \sqrt{\frac{١}{٥٠} + \frac{١}{٦٧}}$$

$$= ٠,١٨٤$$

٥ ـ القيمة الناتجة = $\frac{٠,٣٢٠}{٠,١٨٤}$ = ١,٧٣

وبما أن هذه القيمة أقل من القيمة الواقفة عند مستوى ٠,٠٥، وعند مستوى ٠,٠١ . إذا الفرق غير دال إحصائياً بين معاملي الارتباط وفي مجموعتي الريف والحضر من الأطفال .

ثانياً: لدى المجموعة الواحدة .

في أولاً قارنا بين اثنين من معاملات الارتباط في مصفوفتين لمجموعتين من أطفال الريف وأطفال الحضر. وأحياناً يريد الباحث معرفة دلالة معاملات الارتباط بين اثنين من هذه المعاملات في مصفوفة ارتباط المجموعة الواحدة أي مجموعة الريف أو الحضر. ولنفترض أن مصفوفة مجموعة الريف كان من بينها ثلاثة اختبارات هي :

١ ـ القدرة العددية .
٢ ـ القدرة اللفظية .
٣ ـ القدرة الحركية .

وأراد الباحث أن يعرف دلالة الفرق بين معامل الارتباط الناتج بين القدرة العددية (١) وبين القدرة اللفظية (٢) والذي بلغت قيمته ٠,٧٠، وبين معامل الارتباط الناتج بين القدرة العددية (١) وبين القدرة الحركية (٣) والذي بلغت قيمته ٠,٣٠، فإنه سيكون في هذه الحالة في حاجة لحساب معامل الارتباط بين القدرة اللفظية (٢)، وبين القدرة الحركية (٣) والذي يبلغ ٠,٤٢ فما دلالة الفرق بين الارتباطين الآتيين كما أشرنا علماً بأن عدد العينة ٧٠:

٠,٧ معامل الارتباط بين القدرة العددية والقدرة اللفظية (ر ٢٠١).

٠,٣ معامل الارتباط بين القدرة العددية والقدرة الحركية (ر ٣٠١)
٠,٤٢ معامل الارتباط بين القدرة اللفظية والقدرة الحركية (ر ٣٠٢).

١ ـ يطبق القانون الآتي:

$$\text{الدلالة (ف)} = \frac{(\text{ر}_{٢٠١} - \text{ر}_{٣٠١})^{٢}(\text{ن} - ٣)(١ + \text{ر}_{٣٠٢})}{٢(١ - \text{ر}^{٢}_{٣٠٢} - \text{ر}^{٢}_{٢٠١} - \text{ر}^{٢}_{٣٠١} + ٢\,\text{ر}_{٣٠٢}\,\text{ر}_{٢٠١}\,\text{ر}_{٣٠١})}$$

$$= \frac{(٠,٧٠ - ٠,٣)^{٢}(٧٠ - ٣)(١ + ٠,٤٢)}{٢(١ - (٠,٤٢)^{٢} - (٠,٧٠)^{٢} - (٠,٣)^{٢} + ٢(٠,٤٢)(٠,٧٠)(٠,٣))}$$

$$= \frac{(٠,٤)^{٢}(٦٧)(١,٤٢)}{٢(١ - ٠,١٧) - (٠,٤٩) - (٠,٠٩) + ٢(٠,٠٨)}$$

$$= \frac{١٥,٢٢}{٢(٠,٨٣) - (٠,٤٩) - (٠,٠٩) + ٠,١٦}$$

$$= \frac{١٥,٢٢}{٠,١٧ - ٠,٤٩ - ٠,٠٩ + ٠,١٦}$$

$$= \frac{١٥,٢٢}{-٠,٢٥}$$

$$= ٦٠,٨٨$$

يعتبر عدد العينة ممثلاً للتباين الصغير وتستخرج درجة حريته كالآتي ن - ٣ = ٧٠ - ٣ = ٦٧ ، كما أن درجة حرية التباين الكبير تعتبر مساوية للقيمة ١

وبالبحث في جدول دلالة نسبة ف عند درجة حرية التباين الصغير ٦٧ نجد أن الأقرب لها درجة الحرية ٦٥ ، وعند درجة حرية التباين الكبير ١ نجد:

القيمة عند ٠,٠٥ = ٣,٩٩

القيمة عند ٠,٠١ = ٧,٠٤

وبما أن القيمة الناتجة في المثال السابق أكبر من القيمتين السابقتين إذاً هناك فرق له دلالة إحصائية عند مستوى ٠,٠١ بين معامل الارتباط ٢٠١ ، ومعامل الارتباط ٣٠١.

(٥)
دلالة الفرق
بين الانحرافات المعيارية

في كثير من الدراسات النفسية والتربوية يكون للفروق في التغير بين المجموعات أهمية كبيرة. فالباحث في هذه الدراسات يهمه معرفة أي المجموعات تختلف اختلافاً دالاً في الانحراف المعياري أكثر من اختلافها في متوسط الإنجاز والتحصيل. والمثال على ذلك الباحث التربوي أو النفسي الذي يريد أن يختبر جدوى طريقة جديدة في تعليم الرياضيات بمدى التغير الذي تحدثه في الدرجات عن الطريقة الحالية المأخوذ بها. وعندما يتم

دراسة مجموعات مختلفة أو مستقلة أو عندما تعطي الاختبارات لنفس المجموعات غير المرتبطة فإن دلالة الفرق تحسب بالمعادلة الآتية :

أولاً ـ في حالة العينات الكبيرة العدد :

معادلة دلالة الفرق بين الانحرافات المعيارية =

$$\frac{\text{الفرق بين الانحراف المعياري (١)، (٢)}}{\sqrt{\text{مربع الخطأ المعياري للانحراف (١)} \times \text{مربع الخطأ المعياري للانحراف (٢)}}}$$

وفيما يلي المثال التوضيحي لتطبيق تلك المعادلة.

مثال : طبق اختبار يقيس الاستدلال الحسابي على ٨٣ ولداً، ٩٥ بنتاً وكان الانحراف المعياري لدرجات الأولاد ٧,٨١، وللبنات ١١,٥٦ والمطلوب حساب دلالة الفرق بين هذين الانحرافين أي هل الفرق بين الانحرافين (١١,٥٦ - ٧,٨١) وهو ٣,٧٥ دال عند ٠,٠١؟

الخطوات :

١ ـ الخطأ المعياري للانحراف المعياري للمجموعة الأولى (الذكور) :

$$\text{الخطأ المعياري}^{(*)} = \frac{٧,٨١}{\sqrt{٨٣ \times ٢}} = \frac{٧,٨١}{\sqrt{١٦٦}} = \frac{٧,٨١}{١٢,٨٨} = ٠,٦١$$

٢ ـ الخطأ المعياري للانحراف المعياري للمجموعة الثانية (الإناث)

$$\text{الخطأ المعياري} = \frac{١١,٥٦}{\sqrt{٩٥ \times ٢}} = \frac{١١,٥٦}{\sqrt{١٩٠}} = \frac{١١,٥٦}{١٣,٧٨} = ٠,٨٤$$

(*) يمكن حساب الخطأ المعياري بطريقة أخرى هي :

$$\text{الخطأ المعياري} = \frac{٠,٧١ \times \text{الانحراف المعياري}}{\sqrt{\text{عدد أفراد العينة}}}$$ حيث ٠,٧١ رقم ثابت.

٣ ـ القيمة الناتجة[**] $= \sqrt{\frac{١١,٥٦ - ٧,٨١}{(٠,٦١)^٢ + (٠,٨٤)^٢}} = \sqrt{\frac{٣,٧٥}{٠,٣٧ + ٠,٧٠}}$

$= \sqrt{\frac{٣,٧٥}{١,٠٧}} = \sqrt{\frac{٣,٧٥}{١,٠٤}}$

القيمة الناتجة = ٣,٦١

ولما كانت القيمة الناتجة أعلى من ٢,٥٨ وهو مستوى الدلالة عند ٠,٠١ فإن ذلك يشير إلى أن مستوى أداء البنات على الاستدلال الرياضي أكثر تغايراً بوجه عام من الأولاد. أما مستوى الدلالة ٠٥, فيكون عند ١,٩٦ . والمعادلة السابقة تصلح في المجموعات الكبيرة الأعلى من ٣٠ فرداً.

ثانياً ـ في حالة العينات الصغيرة العدد:

تحسب دلالة الفرق في حالة المجموعات الصغيرة بواسطة اختبار «ف» F test . وذلك بقسمة التباين (الانحراف المعياري) الأكبر على التباين الأصغر ويوضح ذلك المثال التالي:

مثال:

عدد المجموعة الأولى (١) = ٦

عدد المجموعة الثانية (٢) = ١٠

التباين في المجموعة (١) = ٢٢.

التباين في المجموعة (٢) = ٣٩,١.

اختيار «ف» $= \frac{٣٩,١}{٢٢} =$ ١,٧٨

وبالنظر في جدول دلالة «ف» عند درجات الحرية الآتية:

(**) أو النسبة الحرجة CR .

١ ـ درجة الحرية للمجموعة الثانية = ١٠ - ١ = ٩ (تباين كبير)

٢ ـ درجة الحرية للمجموعة الأولى = ٦ - ١ = ٥ (تباين صغير).

ومعنى ذلك أنه لا يوجد ما يشير إلى أن المجموعتين مختلفتين اختلافاً جوهرياً.

الجزء الثالث

الاحصاء المتقدم

مقدمة

يهتـم هذا الجـزء الأخير من الإحصـاء بالمعامـلات التـي تفيد الباحث في حل كثير من المشاكل التي قد يقع فيها ويواجهها سواءاً وهو ما زال على الطريق يجمع بيانات بحثه أو يكون قد انتهى من جمعها ثم فطن لوقوعه في ثغرة من الثغرات. وهنا تساعده الإحصاء وتأخذ بيده فتعينه على حل مشكلته. كما أن هذا الجزء أيضاً يهتم بما يقدمه للباحث بتحقيق هدفه من خلال إعطائه الأسلوب العلمي الدقيق ونعني به التحليل العاملي ليستقرىء به من الجزئيات الكليات التي تشيع بينها. ويقدم لنا الإحصاء المتقدم أسلوب الدلالـة الإحصـائية المناسـب للتوزيعـات غير الاعتـدالية أي المقـاييس اللابارامترية، ثم دلالة النسب المئوية، وتحليل التباين البسيط والمزدوج.

أولاً: معاملات الارتباط الخاصة بمشاكل البحوث

(١)
العلاقة المستقيمة والمنحنية

مقدمة: قبل أن يستخدم الباحث معامل الارتباط عن طريق جدول الانتشار (بيرسون الشكل الثالث من جدول الانتشار المزدوج) لا بد أن يتأكد من أن المتغير س، ص والذي يقوم بإيجاد العلاقة بينهما ـ عادة ـ اعتداليان في توزيعهما. فإذا لم يكن التوزيع اعتدالياً في المتغيرين استخدم الباحث في هذه الحالة نسبة الارتباط(*).

أساليب الكشف عن العلاقة: مستقيمة أم منحنية

ويمكن للباحث أن يتأكد من أن التوزيع اعتدالي والعلاقة مستقيمة بين المتغيرين عن طريق الأساليب الآتية:

أ ـ الرسم البياني.
ب ـ المتوسطات الحسابية للمتغيرين س، ص.
جـ ـ اختبار مدى دلالة التوزيعين س، ص.

مثال: فيما يلي جدول انتشار مزدوج لدرجات ١٧ شخصاً على اختبارين س، ص، والمطلوب معرفة هل التوزيع اعتدالي أم لا؟

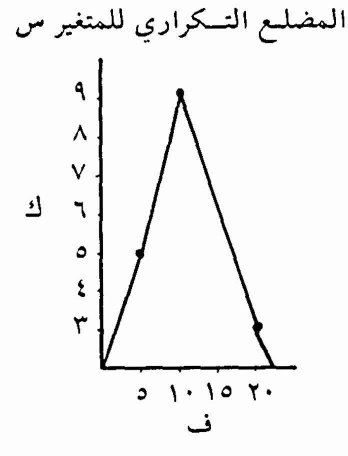
(*) د. سيد محمد خيري ـ الإحصاء في البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية ـ دار التأليف ـ ١٩٧٠.

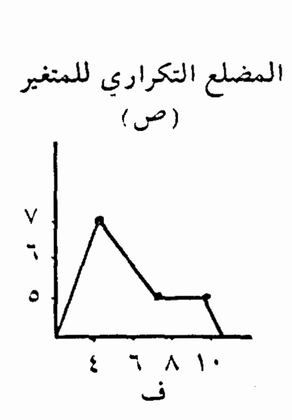
ص \ س	٤ـ	٦ـ	٨ـ	مجـ
٥ـ	٢	١	٢	٥
١٠ـ	٣	٤	٢	٩
١٥ـ	٢	صفر	١	٣
مجـ	٧	٥	٥	١٧

(جدول انتشار مزدوج يبين العلاقة بين س، ص)

أ ـ بالرسم البياني

ويمثل المضلعان التكراريان الآتيان توزيع المتغير س وتوزيع المتغير ص .





ويلاحظ في المضلعين السابقين أنهما يبتعدان عن التوزيع الاعتدالي الذي يقترب من شكل الجرس فالمضلع التكراري للمتغير (س) ذا قيمة مدببة، والثاني ذا قيمتين تقريباً كما أنه يميل للالتواء. ويجب أن لا يكتفي الباحث للتأكد من أن التوزيع اعتدالي بطريقة واحدة بل عليه أن يستخدم أكثر من طريقة وأكثر من أسلوب .

ب ـ المتوسطات الحسابية للمتغيرين س، ص

ولمعرفة هل العلاقة مستقيمة أم منحنية نقوم بحساب المتوسط الحسابي للأعمدة في جدول الانتشار المزدوج والمتوسط الحسابي للصفوف في نفس الجدول على النحو التالي :

١ ـ المتوسط الحسابي للأعمدة

ويتم حساب المتوسط الحسابي لأعمدة من خلال الجدول التكراري للمتغير س جدول الانتشار المزدوج وذلك على النحو الآتي :

م : العمود الأول

ف	ك	حَ	ك حَ
٥ -	٢	- ١	- ٢
١٠ -	٣	صفر	-
١٥ -	٢	+ ١	+ ٢
	٧		صفر

$$م = ١٢,٥ - \frac{\text{صفر}}{٧} \times ٥ = ١٢,٥$$

م : العمود الثاني

ف	ك	حَ	ك حَ
٥ -	١	- ١	- ١
١٠ -	٤	صفر	صفر
١٥ -	صفر	+ ١	صفر
	٥		- ١

$$م = ١٢,٥ - \frac{١}{٥} \times ٥ = ١١,٥$$

م : العمود الثالث

ف	ك	حَ	ك حَ
٥ -	٢	- ١	- ٢
١٠ -	٢	صفر	صفر
١٥ -	١	+ ١	+ ١
	٥		- ١

م = ١٢,٥ - $\frac{١}{٥}$ × ٥ = ١١,٥

٢ ـ المتوسط الحسابي للصفوف

ويتم حساب المتوسط الحسابي للصفوف من خلال الجدول التكراري للمتغير ص في جدول الانتشار المزدوج على النحو الآتي:

م: للصف الأول (١)

ف	ك	حَ	ك حَ
٤ -	٢	- ١	- ٢
٦ -	١	صفر	صفر
٨ -	٢	+ ١	+
المجموع	٥		+ ٢ ، - ٢ ، صفر

م ١ = ٧ + $\frac{\text{صفر}}{٥}$ × ٢ = ٧

م: للصف الثاني (٢)

ف	ك	حَ	ك حَ
٤ -	٣	- ١	- ٣
٦ -	٤	صفر	صفر
٨ -	٢	+ ١	+ ٢
المجموع	٩		- ٣ ، + ٢ ، - ١

م ٢ = ٧ - $\frac{١}{٩}$ × ٢ = ٧ - ,٢٢ = ٦,٧٨

م: للصف الثالث (٣)

ف	ك	ح	ك ح
٤ -	٢	١ -	٢ -
٦ -	صفر	صفر	صفر
٨ -	١	١ +	١ +
	٣		٢ -
			١ +
			١ -

$$م ٣ = ٧ - \frac{١}{٣} \times ٢ = ٦,٣٣$$

وبعد حساب المتوسطات الحسابية لكل من الأعمدة والصفوف على النحو السابق يتم وضع هذه المتوسطات في مواقعها بجدول الانتشار المزدوج على النحو الآتي:

(جدول الانتشار المزدوج وبه متوسطات الصفوف والأعمدة)

ص / س	٤ -	٦ -	٨ -	مج
٥ -		٧		
١٠ -	١٢,٥	١١,٥، ٦,٧٨	١١,٥	
١٥ -		٦,٣٣		
مج				

وبتمثيل المتوسطات السابقة بعلامات يمكن توصيلها ببعضها ببعض كل على حدة (الأعمدة ـ الصفوف) في جدول الانتشار يصير شكل الجدول السابق كما يلي :

(جدول الانتشار المزدوج وبه مستقيم متوسطات الصفوف
... ومستقيم متوسطات الأعمدة ـ . ـ .)

ص / س	٤ـ	٦ـ	٨ـ	مجـ
٥ـ				
١٠ـ				
١٥ـ				
مجـ				

ويلاحظ على الجدول السابق أن العلاقة بين المتوسطات مستقيمة وليست منحنية .

جـ ـ اختبار مدى دلالة التوزيعين س، ص

ويتم ذلك من خلال خطوتين ، الأولى تحويل التوزيع إلى أقرب توزيع اعتدالي ، والخطوة الثانية اختبار دلالة التوزيع باستخدام كا^2 وذلك بالنسبة لكل من المتغيرين .

١ ـ بالنسبة للمتغير (س)

أولاً : تحويل توزيع المتغير (س) إلى أقرب توزيع

ف	ك	حَ	كـ حَ	كـ حَ٢	س	س - م	(س - م) / ع	ص	كَ
٥ -	٥	- ١	- ٥	٥	٧,٥	- ٤,٥	١,٣٢	,١٧	٤,٢٥
١٠ -	٩	صفر	-	-	١٢,٥	+ ٠,٥	,١٥	٠,٣٩	٩,٧٥
١٥ -	٣	+ ١	+ ٣	٣	١٧,٥	+ ٥,٥	١,٦٢	,١١	٢,٧٥
	١٧		- ٢	٨					١٦,٧٥

م = ١٢,٥ - (٢/١٧) × ٥ = ١٢,٥ - ٠,٥٩ = ١١,٩١ = ١٢ بالتقريب

ع = ٥ √(٨/١٧ - (٣/١٧)٢) = ٥ √(٠,٤٧ - ٠,٠١) = ٥ √ ٠,٤٦

= ٥ × ,٦٨ = ٣,٤ بالتقريب

المقدار الثابت = (٥ × ١٧) / ٣,٤ = ٨ (٥ / ٣,٤) = ٢٥

اختبار دلالة التوزيع باستخدام كا٢

ف	ك	كَ	ك ـ كَ	(ك ـ كَ)٢	(ك ـ كَ)٢ / كَ
٥ -	٥	٤,٢٥	+ ,٧٥	٠,٦٥	,١٥
١٠ -	٩	٩,٧٥	- ,٧٥	٠,٦٥	,٠٧
١٥ -	٣	٢,٧٥	+ ,٢٥	,٠٦	,٠٢

كا٢ = ,٢٤

وكما يتضح من قيمة كا² نجد أنه ليس لها دلالة إحصائية وذلك من خلال الكشف عن دلالتها في جدول قيم كا². ومعنى هذا أنه لا يوجد فرق بين التوزيع التجريبي والتوزيع الاعتدالي أي أن هذين التوزيعين ينطبقان على بعضهما. ونتيجة لذلك يمكن استخدام معامل الارتباط عن طريق جدول الانتشار وذلك إذا كان توزيع المتغير ص ينطبق أيضاً على التوزيع الاعتدالي.

ب ـ بالنسبة للمتغير (ص)

أولاً: تحويل التوزيع إلى أقرب توزيع اعتدالي

ف	ك	حَ	ك حَ	ك حَ²	س	س - م	$\frac{س - م}{ع}$	ص	ك
٤ -	٧	١ -	٧ -	٧	٥	١,٨ -	١,٠٦ -	٠,٢٣	٤,٦
٦ -	٥	صفر	صفر	-	٧	٠,٠٢ +	٠,١٢ +	٠,٤٠	٨,٠
٨ -	٥	١ +	٥ +	٥	٩	٢,٢ +	١,٣٠ +	٠,١٧	٣,٤
	١٧		٢ -	١٢					١٦,٠٠

$$م = ٧ - \frac{٢}{١٧} \times = ٦,٧٦$$

$$ع = ٢ \sqrt{\frac{١٢}{١٧} - (\frac{٢}{١٧})^٢} = ١,٧ = ٢ \ ,٧١ - ,٠١ = ٢ \times ,٨٤ = ١,٦٨$$

$$\text{المقدار الثابت} = \frac{٢ \times ١٧}{١,٧} = ٢٠$$

ثانياً: اختبار دلالة التوزيع باستخدام كا^2

ف	ك	كَ	ك ـ كَ	(ك ـ كَ)^2	$\frac{(ك - كَ)^2}{كَ}$
٤ ـ	٧	٤,٦	+ ٢,٤	٥,٧٦	١,٢٥
٦ ـ	٥	٨,٠	ـ ٣,٠	٩,٠٠	١,١٣
٨ ـ	٥	٣,٤	+ ١,٦	٢,٥٦	٠,٧٥
	١٧	١٦			كا^2 = ٣,١٣

ويتضح لنا من قيمة كا^2 السابقة أنه ليس لها دلالة إحصائية ومعنى ذلك أن التوزيع التجريبي ينطبق على التوزيع الاعتدالي أي يمكن استخدام معامل ارتباط بيرسون عن طريق جدول الانتشار لحساب العلاقة بين المتغير (س) والمتغير (ص) في جدول الانتشار المزدوج السابق.

أما إذا لم تكن العلاقة مستقيمة وكانت منحنية، ولم ينطبق التوزيع التجريبي على التوزيع الاعتدالي فإن على الباحث في هذه الحالة استخدام نسبة الارتباط.

(٢)
نسبة الارتباط
Correlation Ratio

وجدنا في الجزء السابق أنه عندما لا يكون التوزيع اعتدالياً في المتغيرين، وعندما لا تكون العلاقة بينهما مستقيمة لا يستخدم الباحث معامل ارتباط بيرسون Pearson عن طريق جدول الانتشار المزدوج أو غيره للكشف عن العلاقة بين المتغيرين بل يستخدم في هذه الحالة نسبة الارتباط. ويستطيع الباحث أن يستخرج من جدول الانتشار المزدوج نسبتي ارتباط حسب تحديده لأي

المتغيرين س أو ص هو المتغير المستقل أو المتغير المعتمد. فإذا كان س هو المتغير المستقل، ص المغير التابع يستخرج الباحث نسبة ارتباط س على ص أما إذا كان ص هو المتغير المستقل، س هو المتغير التابع يستخرج الباحث نسبة ارتباط ص على س.

١ ـ نسبة ارتباط س . ص

ويتم حساب نسبة الارتباط بطرح متوسط صفوف المتغير ص (والسابق الحصول عليها عند حساب هل العلاقة مستقيمة أم منحنية؟) من المتوسط العام لهذا المتغير ثم تربيع هذا الانحراف وضربه في تكرارات س. وذلك على النحو الآتي:

مثال:

ف	ك س	[م: صفوف ص]	[ح م: ص. ص عن م العام لـ ص]	[مربع انحراف م: ص. عن المتوسط العام لـ ص]	[ك س × مربع الانحرافات]
ـ ٥	٥	٧	+ ٠,٢٠	٠,٠٤	,٢٠
ـ١٠	٩	٦,٧٧	- ٠,٠٣	٠,٠١	,٠٩
- ١٥	٣	٦,٣٣	- ٠,٤٧	٠,٢٢٤	٠,٦٦
	١٧				٠,٩٥

$$\text{المتوسط العام للمتغير ص} = ٧ - \frac{٢}{١٧} \times ٢ = ٦,٨$$

$$\text{الانحراف المعياري للمتغير ص} = ٢ \sqrt{\frac{١٢}{١٧} - \left(\frac{٢}{١٧}\right)^{٢}} = ١,٧$$

الانحراف المعياري لـ: مجـ ك س × مربع انحراف صفوف ص عن متوسطها العام:

$$= \sqrt{\frac{\text{مجـ ك س × مربع الانحرافات}}{\text{مجـ ك}}}$$

$$= \sqrt{\frac{٠,٩٥}{١٧}} = \sqrt{٠,٥٦} = ٠,٢٤$$

$$\text{نسبة ارتباط س . ص} = \frac{\text{ع مجـ ك س × مربع الانحرافات}}{\text{ع ص}}$$

$$\text{نسبة ارتباط س . ص} = \frac{٠,٢٤}{١,٧} = ٠,١٤$$

ويمكن إيجاز الخطوات السابقة فيما يلي :

١ ـ نضع فئات المتغير س (عند حسابنا نسبة ارتباط س . ص) وتكراراته ونضع في مقابل تلك التكرارات متوسط صفوف المتغير ص .

٢ ـ يتم حساب المتوسط العام للمتغير ص .

٣ ـ يتم طرح المتوسط العام للمتغير ص من كل متوسط من متوسطات صفوف ص ويوضع الناتج في عمود انحراف متوسط صفوف ص عن المتوسط العام للمتغير ص .

٤ ـ يتم تربيع كل انحراف تم الحصول عليه في الخطوة السابقة ويوضع الناتج في عمود مربع انحراف صفوف ص عن متوسطها العام .

٥ ـ يتم ضرب الناتج في الخطوة السابقة في تكرارات المتغير س المقابلة لها ليتم الحصول على مجموع ك س × مربع انحرافات صفوف ص عن متوسطها العام .

٦ ـ يستخرج الانحراف المعياري لمجموع ك س × مربع انحرافات

صفوف ص عن متوسطها العام بتطبيق المعادلة التالية :

$$\sqrt{\frac{\text{مجـ ك × مربع الانحرافات}}{\text{مجـ ك}}}$$

٧ ـ يتم حساب نسبة الارتباط كما يلي :

$$\text{نسبـة ارتبـاط س . ص} = \frac{\text{الانحراف المعياري لـ : مجـ ك س × مربع الانحرافات}}{\text{الانحراف المعياري للمتغير ص}}$$

وتتبع نفس الخطوات السابقة عند حساب نسبة ارتباط ص . س كما في المثال السابق :

مثال لحساب نسبة ارتباط ص . س .

ف	[ك ص]	[م :أعمدة س]	[انحراف م أعمدة س عن متوسطها العام]	(مربع انحراف م :أعمدة س عن متوسطها العام)	(ك ص × مربع الانحرافات)
٤ ـ	٧	١٢,٥	٠,٦ +	٠,٣٦	٢,٥٢
٦ ـ	٥	١١,٥	٠,٤ ـ	٠,١٦	٠,٨٠
٨ ـ	٥	١١,٥	٠,٤ -		
	١٧				٤,١٢

م ص = ١١,٩

ع س = ٣,٤

$$\text{الانحراف المعياري لمجـ : ك ص × مربع الانحرافات} = \sqrt{\frac{٤,١٢}{١٧}}$$

$$= ٠,٥$$

$$\text{نسبة ارتباط ص . س} = \frac{٠,٥٠}{٣,٤} = ٠,١٤٧$$

اتجاه العلاقة في نسبة الارتباط:

يرى المؤلف أنه يمكن تحديد اتجاه العلاقة في نسبة الارتباط من خلال:

أ ـ شكل التوزيع في جدول الانتشار (الجدول المزدوج) أو.

ب ـ حساب معامل الارتباط بين كل متغيرين حتى يمكن معرفة الارتباطات الموجبة والارتباطات السالبة ووضع هذه الإشارات السالبة والموجبة أمام نسب الارتباط الخاصة بكل من المتغيرين.

(٣)
معامل الارتباط الجزئي
Partial Correlation

مقدمة:

لا يستطيع الباحث في كثير من البحوث التي يجريها ضبط كل متغيرات بحثه أما عن صعوبة وعوائق ميدانية أو نسيان إجراء عملية الضبط والتثبيت للمتغيرات أثناء الخطوات الأولى من البحث.

ويحتاج الباحث في هذه الحالة لمعامل إحصائي يفيده في عزل تأثير هذا المتغير أو المتغيرات التي لم يثبتها على الظاهرة المدروسة من حيث علاقاته بمتغيرات أخرى.

مثال:

أراد باحث أن يدرس العلاقة بين التحصيل الدراسي والغياب لدى مجموعة من الطلبة. ومن المعروف أنه إلى جانب الغياب فإن طريقة التدريس للطالب تؤثر في تحصيله الدراسي أيضاً. فإذا استطاع الباحث أن

يضبط هذا المتغير (المتغير الخاص بطريقة التدريس) أثناء إجرائه للتجربة ويختار التلاميذ من بين الذين يتعلمون بطريقة تدريس واحدة فإنه يكون بذلك قد عزل تأثير هذا المتغير. أما إذا لم يستطيع اختيارهم من الذين يخضعون لطريقة تدريس واحدة وكان التلاميذ يتعرضون لطرق تدريس مختلفة فإنه بذلك يكون في حاجة لمعامل الارتباط الجزئي لكي يعزل تأثير متغير طريقة التدريس في العلاقة بين التحصيل الدراسي والغياب ويتضح ذلك في المثال الآتي:

مثال:

(ن)	(١) الغياب	(٢) التحصيل	(٣) طريقة التدريس
١	٧٠	١٥	١٣
٢	١١٠	١٣	٢٠
٣	١٢٠	١١	٥٥
٤	٩٥	١٣	٨٠
٥	١٠٥	٠٨	٠٦

وفي المثال السابق وتمهيداً للحصول على معامل الارتباط الجزئي لعزل تأثير طريقة التدريس على العلاقة بين الغياب والتحصيل الدراسي يتم الحصول على معاملات الارتباط الآتية بين المتغيرات الثلاث السابقة:

أولاً: معامل الارتباط(*) بين الغياب والتحصيل الدراسي ونرمز له بالرمز: ر ٢٠١ أي معامل الارتباط بين المتغير ١ والمتغير ٢.

(*) على الباحث أن يستخدم معامل الارتباط المناسب لعدد العينة ولطبيعة توزيع متغيراته.

ثانياً: معامل الارتباط بين الغياب وطريقة التدريس ونرمز له بالرمز: ر٣٠١، أي معامل الارتباط بين المتغير ١ والمتغير ٣.

ثالثاً: معامل الارتباط بين التحصيل الدراسي طريقة التدريس ونرمز له بالرمز: ر٣٠٢، أي معامل الارتباط بين المتغير ٢ والمتغير ٣.

أولاً: ر٣٠١

ن	س	ص	رتبة س	رتبة ص	ف	ف٢
١	١٥	٥	١	+ ٤,٠	١٦,٠٠	
٢	١١٠	١٣	٢	٢,٥	- ٠,٥٠	٠٠,٢٥
٣	١٢٠	١١	١	٤	- ٣,٠٠	٠٩,٠٠
٤	٩٥	١٣	٤	٢,٥	+ ١,٥٠	٢,٢٥
٥	١٠٥	٨	٣	٥	- ٢,٠٠	٤,٠٠
					+ ٥,٥	٣١,٥
					- ٥,٥	
					صفر	

ر ٢٠١ = ١ - (٣١,٥ × ٦) / (٢٤ × ٥) = ١ - ١٨٩ / ١٢٠ = ١ - ١,٥٨ = - ,٥٨

ثانياً: س ٣٠١

ن	س	ص	رتبة س	رتبة ص	ف	ف٢
١	٨٠	١٣	٥	٤	+ ١	١
٢	١١٠	٢٠	٢	٣	- ١	١
٣	١٢٠	٥٥	١	٢	- ١	١
٤	٩٥	٨٠	٤	١	+ ٣	٩
٥	١٠٥	٦	٣	٥	- ٢	٤
					- ٤	١٦
					+ ٤	
					صفر	

ر ٣٠١ = ١ - $\frac{٦ \times ١٦}{٥ \times ٢٤}$ = ١ - $\frac{٩٦}{١٢٠}$ = ، ٣٠١ = ١ - ٨, = ٢,

ثالثاً: ر ٣٠٢

ن	س	ص	رتبة س	رتبة ص	ف	ف٢
١	١٥	١٣	١	٤	- ٣,٠٠	٩,٠٠
٢	١٣	٢٠	٢,٥	٣	- ٠,٥٠	٠,٢٥
٣	١١	٥٥	٤	٢	+ ٢,٠٠	٤,٠٠
٤	١٣	٨٠	٢,٥	١	+ ١,٥٠	٢,٢٥
٥	٨	٦	٥	٥	صفر	صفر
						١٥,٥٠

ر ٣٠٢ = ١ - $\frac{٦ \times ١٥,٥}{٥ \times ٢٤}$

ر ٣٠٢ = ١ - $\frac{٩٣}{١٢٠}$ = ١ - ٧٨, = ٢٢,

وبعد ذلك يتم تطبيق قانون معامل الارتباط الجزئي الآتي :

$$\text{ر}_{\text{١٠٢٠٣}} = \frac{\text{ر}_{\text{١٠٢}} - \text{ر}_{\text{١٠٣}} \times \text{ر}_{\text{٢٠٣}}}{\sqrt{\text{١} - (\text{ر}_{\text{١٠٣}})^{\text{٢}} \times \text{١} - (\text{ر}_{\text{٢٠٣}})^{\text{٢}}}}$$

حيث أن :

ر ٣٢٠١ = معامل الارتباط الجزئي .

ر ٢٠١ = معامل الارتباط بين الغياب والتحصيل .

ر ٣٠١ = معامل الارتباط بين الغياب وطريقة التدريس .

ر ٣٠٢ = معامل الارتباط بين التحصيل وطريقة التدريس .

وبالتعويض عن المعادلة السابقة في المثال السابق فإن :

$$\text{ر}_{\text{٣٢٠١}} = \frac{-\text{,٥٨} - \text{,١٨} \times \text{٠,٢٠}}{\sqrt{\text{١} - (\text{٠,١٨})^{\text{٢}} \times \text{١} - (\text{٠,٢٠})^{\text{٢}}}}$$

$$\text{ر}_{\text{٣٢٠١}} = \frac{-\text{٠,٥٨٠} - \text{٠,٠٣٦}}{\sqrt{\text{١} - \text{٠,٣} \times \text{١} - \text{٠,٠٤}}}$$

$$\text{ر}_{\text{٣٢٠١}} = \frac{-\text{٠,٦٢}}{\sqrt{\text{٠,٩٧} \times \text{٠,٩٦}}}$$

$$\text{ر}_{\text{٣٢٠١}} = \frac{-\text{٠,٦٢}}{\sqrt{\text{٠,٩٣١٢}}} = \frac{-\text{٠,٦٢}}{\text{٠,٩٦}}$$

$$\text{ر}_{\text{٣٢٠١}} = \frac{-\text{٠,٦٢}}{\text{٠,٩٦}} = \text{٠,٦٥}$$

فـإن العلاقـة بين الغياب والتحصيل الدراسـي مع تثبيت أثـر طريقـة التدريس على هذه العلاقة في هذا المثال التدريبي ـ ٦٥, ٠٠

العلاقة بين الارتباط الجزئي ومعادلة الفروق الرباعية في التحليل العاملي

ذهب سبيرمان .Spearman C إلى أن معامل الارتباط بين أي عدد من الاختبارات التي تقيس أي ناحية من نواحي النشاط والتفكير العقلي ترجع إلى وجـود عامـل عام مشتـرك فإذا تم عزل أثـر هذا العامـل العـام من هذه الاختبارات فإنه لا يوجد ذلك الارتباط بين هذه الاختبـارات وتصير قيمتـه صفراً. وهذا ما تقوم عليه معادلة الفروق الرباعية والتي تشير إلـى أنـه إذا كانت الارتباطات التي تجمع بين تلك الاختبـارات ترجـع إلـى عامـل عام مشترك فإن الفروق الرباعية تصبح مساوية للصفر. وتسمى معادلة الفـروق الرباعية بهـذا الاسـم لأنـه لو أخذنـا أي أربعـة اختبـارات من اختبـارات المصفوفة الارتباطية وهي أ، ب، جـ، د فإننا نجـد أن صفـة النسـبية بين معاملات الارتبـاط العمـودي كل اختبـارين واحـدة كأن تكون النسبـة بين مجموع ارتباطات عمود اختبار أ وعمود اختبار ب هي ٢ : ١، وكذلك بين مجموع ارتباطات عمود اختبار جـ وعمود اختبار د هي ٢ : ٠١, وعلى هذا الأساس يكون $\frac{\text{أ جـ}}{\text{أ د}} = \frac{\text{ب جـ}}{\text{ب د}}$.

(٤)
معامل الارتباط المتعدد
Multiple Correlation

مقدمة :

يواجه الباحث في كثير من البحوث والدراسات التي يجريها كثيراً من المشاكل تساعده الإحصاء دون شك على حلها. ويعتبر معامل الارتباط المتعدد على رأس الأساليب الإحصائية التي تساعد الباحث على تفهم الظاهرة موضوع الدراسة من حيث علاقتها بكافة المتغيرات الأخرى التي ترتبط بها. ويواجه الباحث مثل هذه المشاكل في علم النفس الاجتماعي وعلم النفس الصناعي حيث يجد كثيراً من الظواهر التي ترتبط بالعديد من المتغيرات. ففي علم النفس الاجتماعي نجد مثلاً تكوين الاتجاهات يرتبط بالتنشئة الاجتماعية وبالجماعة العضوية والجماعة المْرجعية وبوسائل الاتصال وبدور الجماعة الأولية. . . وهكذا العديد من المتغيرات التي ترتبط بتكوين الاتجاه. وفي علم النفس الصناعي نجد أن الكفاية الإنتاجية للعامل ترتبط بجوانب كثيرة مثل القدرات والذكاء، والروح المعنوية، والتوحد بالعمل، والمكانة الاجتماعية والعلاقة بالرؤساء، والعلاقة بالزملاء. . . إلخ العديد من المتغيرات التي ترتبط بالكفاية الإنتاجية للعامل.

ويحتاج الباحث في مثل هذه الأحوال إلى التوصل لمعامل عددي واحد يوضح له العلاقة بين هذه الظاهرة وتلك المتغيرات التي ترتبط بها.

ويضع معامل الارتباط المتعدد على عاتقه الكشف عن هذه العلاقة في مثل هذه الأحوال. وقانون معامل الارتباط المتعدد هو:

$$\text{ر}_{\text{١٠٢٠٣}} = \sqrt{\frac{\text{ر}_{\text{١٠٢}} + \text{ر}^{\text{٢}}_{\text{١٠٣}} - \text{٢} \times \text{ر}_{\text{١٠٢}} \times \text{ر}_{\text{١٠٣}} \times \text{ر}_{\text{٢٠٣}}}{\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}}}$$

مثال :

لو أردنا معرفة العلاقة بين الكفاية الإنتاجية لمجموعة من العمال في عملهم وبين كل من المكانة السوسيومترية والروح المعنوية وكانت درجاتهم على كل من المتغير المستقل (الكفاية الإنتاجية) والمتغيرات المعتمدة (المكانة السوسيومترية والروح المعنوية) كما يلي :

ق	(١) الكفاية الإنتاجية	(٢) المكانة السوسيومترية	(٣) الروح المعنوية
١	٧	١٢	٢٠
٢	٨	١١	٢٥
٣	٤	٧	١٧
٤	٦	٩	٣١
٥	٣	١٠	٣٠

فإنه يتم حساب معاملات الارتباط الآتية :

١ ـ معامل الارتباط بين الكفاية الإنتاجية والمكانة السوسيومترية أي ر١٠٢.

٢ ـ معامل الارتباط الكفاية الإنتاجية والروح المعنوية أي ر١٠٣.

٣ ـ معامل الارتباط بين المكانة السوسيومترية والروح المعنوية أي ر٢٠٣.

أولاً : ر ٢٠١

ن	(١) الكفاية الإنتاجية	(٢) المكانة السوسيومترية	رتبة (١)	رتبة (٢)	ف	ف^٢
١	٧	١٢	٢	١	+ ١	١
٢	٨	١١	١	٢	− ١	١
٣	٤	٧	٤	٥	− ١	١
٤	٦	٩	٣	٤	− ١	١
٥	٣	١٠	٥	٣	+ ٢	٤
						٨

$$\text{ر ٢٠١} = ١ - \frac{٦ \times ٨}{٥ \times ٢٤} = ١ - \frac{٤٨}{١٢٠} = ٠,٦$$

ثانياً : ر ٣٠١

ن	(١) الكفاية الإنتاجية	(٣) الروح المعنوية	رتبة (١)	رتبة (٣)	ف	ف^٢
١	٧	٢٠	٢	٤	− ٢	٤
٢	٨	٢٥	١	٣	− ٢	٤
٣	٤	١٧	٤	٥	− ١	١
٤	٦	٣١	٣	١	+ ٢	٤
٥	٣	٣٠	٥	٢	+ ٣	٩
						٢٢

$$\text{ر ٣٠١} = ١ - \frac{٦ \times ٢٢}{٥ \times ٢٤} = \frac{١٣٢}{١٢٠} = ١ - ١,١٠ = ٠,١٠$$

(*) هذا مجرد مثال وقيمة الارتباط الحالي لا تكشف عن طبيعة هذه العلاقة .

ثالثاً: ر ٣٠٢

ن	(٢) المكانة السوسيومترية	(٣) الـــروح المعنوية	رتبة	رتبة	ف	ف٢
١	١٢	٢٠	١	٤	- ٣	٩
٢	١١	٢٥	٢	٣	- ١	١
٣	١٠	١٧	٣,٥	٥	- ١,٥	٢,٢٥
٤	٩	٣١	٥	١	+ ٤	١٦
٥	١٠	٣٠	٣,٥	٢	+ ١,٥	٢,٢٥
						٣٠,٥

$$\text{ر}_{\text{٣٠٢}} = \text{١} - \frac{\text{٦} \times \text{٣٠,٥}}{\text{٥} \times \text{٢٤}} = - \frac{\text{١٨٣}}{\text{١٢٠}} =$$

$$\text{ر}_{\text{٣٠٢}} = \text{١} - \text{١,٥٣} = - \text{٠,٥٣}$$

وبالتعويض عن معادلة معامل الارتباط المتعدد في المثال السابق تكون قيمة معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية وكل من المكانة السوسيومترية والروح المعنوية كما يلي:

$$\text{س}_{\text{١٠٢٠٣}} = \sqrt{\frac{\text{٠,٦} + (-\text{٠,١٠})^{\text{٢}} - \text{٢} \times \text{٠,٦} \times -\text{,٥٣} \times -\text{٠,١٠}}{\text{١} - (\text{,٥٣})^{\text{٢}}}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{٠,٦} + \text{٠,٠١} - \text{١,٢} \times -\text{,٥٣} \times -\text{,١٠}}{\text{١} - \text{,٢٨}}}$$

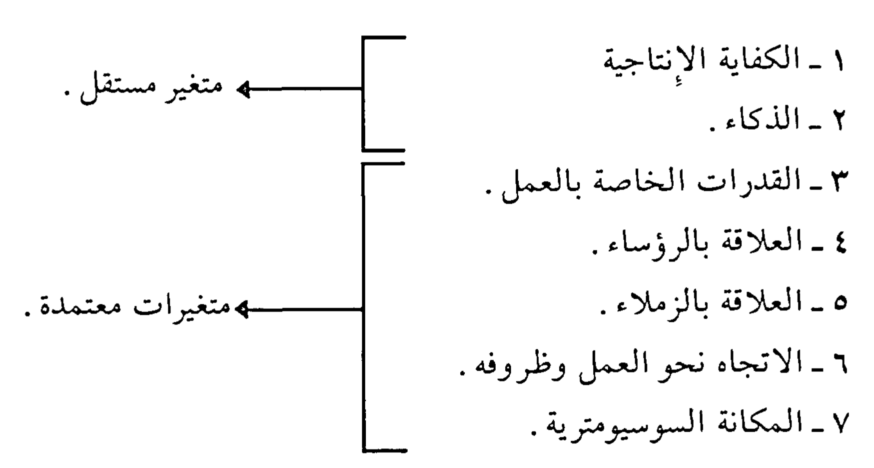
$$= \sqrt{\frac{\text{٠,٦١} - \text{,٠٦٤}}{\text{,٧٢}}} = \sqrt{\frac{\text{٠,٥٥}}{\text{,٧٢}}} = \frac{\text{٠,٥٥}}{\text{٠,٨٤}} = \text{٠,٦٥}$$

∴ العلاقة بين الكفاية الإنتاجية لمجموعة العمال في المثال السابق وبين كل من مكانتهم السوسيومترية وروحهم المعنوية تساوي ٠,٦٥ وذلك باستخدام معامل الارتباط المتعدد.

ملحوظة: أحياناً يرتبط بالظاهرة موضوع الدراسة كما سبق أن بينا أكثر من متغيرين فقد يكون ثلاثة أو أربعة أو خمسة أو أكثر من ذلك حسب طبيعة الظاهرة نفسها. ويحتاج الباحث في هذه الحالة كذلك لمعامل عددي واحد يعبر له عن علاقة الظاهرة بهذه المتغيرات جميعاً.

مثال:

أراد باحث أن يدرس علاقة الكفاية الإنتاجية للعامل بالمتغيرات المرتبطة بها:



والباحث في هذه الحالة عليه أن يقوم بحساب معاملات الارتباط الآتية:

١ ـ معامل الارتباط بين كل من الكفاية الإنتاجية والذكاء والقدرات.

٢ ـ معامل الارتباط المتعدد بين كل من الكفاءة الإنتاجية والعلاقة بالرؤساء والعلاقة بالزملاء.

٣ ـ معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية والاتجاه نحو العمل والمكانة السوسيومترية.

وللحصول على معامل عددي واحد يعبر عن علاقة الكفاية الإنتاجية بالمتغيرات الست السابقة نقوم بما يلي:

١ ـ تحويل معامل الارتباط المتعدد إلى مقابلة اللوغاريتمي في الجدول الخاص بذلك.

٢ ـ حساب متوسط المقابل اللوغاريتمي لمعاملات الارتباط.

٣ ـ تحويل المتوسط اللوغاريتمي مرة أخرى إلى مقابله من معاملات الارتباط وذلك في الجدول الخاص بذلك والمشار له في ١.

ويستخدم جدول تحويل معامل الارتباط ر إلى مقابلة اللوغاريتمي ز في تحويل معاملات الارتباط التي تزيد عن ٠,٠٥(*) إلى مقابلاتها اللوغاريتمية لحساب متوسطاتها. ثم يحول الناتج اللوغاريتمي بعد ذلك إلى المقابل الارتباطي ويكون هذا المقابل الارتباطي هو معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية وكل من الذكاء والقدرات الخاصة بالعمل والعلاقة بالزملاء والعلاقة بالرؤساء والاتجاه نحو العمل والمكانة السوسيومترية. ولنفترض أن معاملات الارتباط المتعدد في المثال السابق كانت كما يلي:

أولاً: بين الكفاية الإنتاجية والذكاء والقدرات ر١٠٢٠٣ = ٠,٣١.

ثانياً: بين الكفاية الإنتاجية والعلاقة بالرؤساء والعلاقة بالزملاء ر١٠٤٠٥ = ٠,٥٥.

(*) يتم هذا الإجراء لأن التوزيع التكراري للارتباطات التي تقع بين ٠,٢٥ ـ ٠,٩٩٥ غير اعتدالي أما التوزيع التكراري لمقابلها اللوغاريتمي فهو اعتدالي. وعلى هذا فلا يجوز في حالة الارتباطات حساب متوسطها بينما يجوز ذلك لمقابلها اللوغاريتمي.

ثالثاً: بين الكفـاية الإنتـاجية والاتجـاه نحـو العمـل والمكانـة السوسيومترية ر ٠٦٠١ = ٤٢ , ٠ .

وبالرجوع لجدول المعامل اللوغاريتمي(*) ، نجد أن المقابلات اللوغاريتمية لمعاملات الارتباط المتعدد السابقة هي :

ر ٣٠٢٠١ = ٣١ , ٠ مقابلها اللوغاريتمي ٣٢ , ٠ .

ر ٥٠٤٠١ = ٥٥ , ٠ مقابلها اللوغاريتمي ٦٢ , ٠ .

ر ٧٦٠١ = ٤٢ , ٠ مقابلها اللوغاريتمي ٤٥ , ٠ .

والمتوسط الحسابي للمقابلات اللوغاريتمية = $\frac{٠,٣٢ + ٠,٦٢ + ٠,٤٥}{٣}$

= $\frac{١,٣٩}{٣}$ = ٤٦ , ٠

والبحث في نفس الجدول عن معامل الارتباط ر المقابل للقيمة ٤٦ , ٠ اللوغاريتمية نجد أنه يساوي ٤٣ , ٠ وبهذا يكون معامل الارتباط المتعدد بين الكفاية الإنتاجية والذكاء والقدرات والعلاقة بالزملاء والعلاقة بالرؤساء والاتجاه نحو العمل والمكانة السوسيومترية ٤٣ , ٠ هذا ويمكن التأكد من دلالة معامل الارتباط المتعدد كما سبق أن بينا .

(*) د. فؤاد البهي السيد ـ الجداول الإحصائية ـ دار الفكر العربي ـ ١٩٥٨ ص ٨ جدول ١٣ وذلك بالنسبة لمعاملات الارتباط ٢٥ , ٠ ـ ٩٩٥ , ٠ ، أما بالنسبة للأقل أنظر مناهج البحث في التربية وعلم النفس لفان دالين ترجمة بإشراف سيد عثمان ـ الأنجلو المصرية ١٩٧٥ .

أولاً ـ جدول المقابل اللوغاريتمي لمعاملات الارتباط ٢٥ , ٠ فما فوق أي غير الاعتدالية التوزيع .

ر	ز	ر	ز	ر	ز	ر	ز	ر	ز
٠,٢٥	٠,٢٦	٠,٤٢	٠,٤٥	٠,٥٩	٠,٦٨	٠,٧٧	١,٠٠	٠,٩١٥	١,٥٦
٠,٢٦	٠,٢٧	٠,٤٣	٠,٤٦	٠,٦٠	٠,٦٩	٠,٧٧	١,٠٢	٠,٩٢٠	١,٥٩
٠,٢٧	٠,٢٨	٠,٤٤	٠,٤٧	٠,٦١	٠,٧١	٠,٧٨	١,٠٥	٠,٩٢٥	١,٦٢
٠,٢٨	٠,٢٩	٠,٤٥	٠,٤٨	٠,٦٢	٠,٧٣	٠,٧٩	١,٠٧	٠,٩٣٠	١,٦٦
٠,٢٩	٠,٣٠	٠,٤٦	٠,٥٠	٠,٦٣	٠,٧٤	٠,٨٠	١,١٠	٠,٩٣٥	١,٧٠
٠,٣٠	٠,٣١	٠,٤٧	٠,٥١	٠,٦٤	٠,٧٦	٠,٨١	١,١٣	٠,٩٤٠	١,٧٤
٠,٣١	٠,٣٢	٠,٤٨	٠,٥٢	٠,٦٥	٠,٧٨	٠,٨٢	١,١٦	٠,٩٤٥	١,٧٨
٠,٣٢	٠,٣٣	٠,٤٩	٠,٥٤	٠,٦٦	٠,٨٩	٠,٨٣	١,١٩	٠,٩٥٠	١,٨٣
٠,٣٣	٠,٣٤	٠,٥٠	٠,٥٥	٠,٦٧	٠,٨١	٠,٨٤	١,٢٢	٠,٩٥٥	١,٨٩
٠,٣٤	٠,٣٥	٠,٥١	٠,٥٦	٠,٦٨	٠,٨٢	٠,٨٥	١,٢٦	٠,٩٦٠	١,٩٥
٠,٣٥	٠,٣٧	٠,٥٢	٠,٥٨	٠,١٩	٠,٨٥	٠,٨٦	١,٢٩	٠,٩٦	٢,٠١
٠,٣٦	٠,٣٨	٠,٥٣	٠,٥٩	٠,٧٠	٠,٨٧	٠,٨٧	١,٣٣	٠,٩٧٠	٢,٠٩
٠,٣٧	٠,٣٩	٠,٥٤	٠,٦٠	٠,٧١	٠,٨٩	٠,٨٨	١,٣٨	٠,٩٧٥	٢,٨
٠,٣٨	٠,٤٠	٠,٥٥	٠,٦٢	٠,٧٢	٠,٩١	٠,٨٩	١,٤٢	٠,٩٨٠	٢,٣٠
٠,٣٩	٠,٤١	٠,٥٦	٠,٦٣	٠,٧٣	٠,٩٣	٠,٩٠	١,٤٧	٠,٩٨٥	٢,٤٤
٠,٤٠	٠,٤٢	٠,٥٧	٠,٦٥	٠,٧٤	٠,٩٥	٠,٩٠٥	١,٥٠	٠,٩٩٠	٢,٦٥
٠,٤١	٠,٤٤	٠,٥٨	٠,٦٦	٠,٧٥	٠,٩٧	٠,٩١٠	١,٥٣	٠,٩٩٥	٢,٩٩

ثانياً ـ جدول المقابل اللوغاريتمي

لمعاملات الارتباط الأقل من ٢٥ , ٠ أي الاعتدالية التوزيع

ر	ز	ر	ز
٠,٠٠٠	٠,٠٠٠	٠,١٢٥	٠,١٢٦
٠,٠٠٥	٠,٠٠٥	٠,١٣٠	٠,١٣١
٠,٠١٠	٠,٠١٠	٠,١٣٥	٠,١٣٦
٠,٠١٥	٠,٠١٥	٠,١٤٠	٠,١٤١
٠,٠٢٠	٠,٠٢٠	٠,١٤٥	٠,١٤٦
٠,٠٢٥	٠,٠٢٥	٠,١٥٠	٠,١٥١
٠,٠٣٠	٠,٠٣٠	٠,١٥٥	٠,١٥٦
٠,٠٣٥	٠,٠٣٥	٠,١٦٠	٠,١٦١
٠,٠٤٠	٠,٠٤٠	٠,١٦٥	٠,١٦٧
٠,٠٤٥	٠,٠٤٥	٠,١٧٠	٠,١٧٢
٠,٠٥٠	٠,٠٥٠	٠,١٧٥	٠,١٧٧
٠,٠٥٥	٠,٠٥٥	٠,١٨٠	٠,١٨٢
٠,٠٦٠	٠,٠٦٠	٠,١٨٥	٠,١٨٧
٠,٠٦٥	٠,٠٦٥	٠,١٩٠	٠,١٩٢
٠,٠٧٠	٠,٠٧٠	٠,١٩٥	٠,١٩٨
٠,٠٧٥	٠,٠٧٥	٠,٢٠٠	٠,٢٠٣
٠,٠٨٠	٠,٠٨٠	٠,٢٠٥	٠,٢٠٨
٠,٠٨٥	٠,٠٨٥	٠,٢١٠	٠,٢١٣
٠,٠٩٠	٠,٠٩٠	٠,٢١٥	٠,٢١٨

(تابع) جدول المقابل اللوغاريتمي

ر	ز	ر	ز
٠,٠٩٥	٠,٠٩٥	٠,٢٢٠	٠,٢٢٤
٠,١٠٠	٠,١٠٠	٠,٢٢٥	٠,٢٢٩
٠,١٠٥	٠,١٠٥	٠,٢٣٠	٠,٢٣٤
٠,١١٠	٠,١١٠	٠,٢٣٥	٠,٢٣٩
٠,١١٥	٠,١١٦	٠,٢٤٠	٠,٢٤٥
٠,١٢٠	٠,١٢١	٠,٢٤٥	٠,٢٥٠

(٥)
الانحدار والتنبوء

مقدمة : إذا طبق اختبار يقيس تحصيل التلاميذ في مادة الحساب على مجموعة منهم يوم السبت مثلاً ، وأعيد عليهم تطبيقه يوم الاثنين من نفس الأسبوع فإن الأفراد الذين حصلوا على درجات مرتفعة يوم السبت قد تميل درجاتهم إلى الانخفاض والاقتراب من المتوسط عند إعادة الاختبار عليهم يوم الاثنين . كذلك الأفراد الذين حصلوا على درجات منخفضة يوم السبت قد تميل درجاتهم إلى الارتداد نحو المتوسط يوم الاثنين .

يحدث هذا الارتداد نتيجة خطأ في القياس والذي يجعل أفراد يحصلون على درجات مرتفعة في ذلك الموقف المعين ، ولذلك فمن المحتمل أن ينخفض أداء الشخص عند إعادة الاختبار عليه . أي أنه إذا كان قد تصادف وحدث خطأ في القياس في المرة الأولى أدى إلى حصول أفراد على درجات مرتفعة أو منخفضة ، فإن الصدفة لن تحدث في المرة الثانية .

ويقصد بالخطأ الآثار العرضية كالغش بالنسبة لمن حصل على درجة مرتفعة ، والمرض بالنسبة لمن حصل على درجة منخفضة . ويطلق اسم الارتداد أو الانحدار Regression على ذلك .

ويعتبر جالتون Galton أول من استخدم فكرة الانحدار في بحوثه عن الوراثة ، إذ لفت نظره بالنسبة لوراثة صفة طول القامة أن الأطفال الذين يكون أباؤهم طوال القامة يميلون لأن يكونوا أقصر قامة من أبائهم ، والعكس من ذلك الأطفال الذين يكون آباؤهم قصار القامة يميلون لأن يكونوا أطول قامة من آباؤهم ، أي أن طول الأبناء يميل إلى التراجع أو الانحدار نحو المتوسط العام . وهو نفس الشيء الذي وجد في المثال الأول من أن الدرجات المتطرفة تميل إلى أن ترتد أو تتحرك نحو المتوسط عند إعادة الاختبار .

فائدة الانحدار: يفيد الانحدار في التنبؤ من خلال حساب معامل الارتباط فإذا تم حساب معامل الارتباط بين اختبار الاستدلال اللغوي واختبار تكميل الجمل فإنه من خلال معرفة درجات اختبار الاستدلال اللغوي يمكن التنبوء بدرجات اختبار تكميل الأشكال . وتتضح الفائدة الكبرى في أهمية الانحدار كما يشير لذلك الدكتور فؤاد البهي السيد في التوصل لجداول دقيقة تمثل معايير الأعمار الزمنية .

خطوات حساب الانحدار: يقوم الانحدار على أساس حساب معامل الارتباط بين المتغيرين س ، ص وعلى المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات هذين المتغيرين . فإذا كان لدينا درجات اختبار ما (س) لعينة من الأفراد وأعمار (ص) لهؤلاء الأفراد فإن التنبوء بدرجات ص من درجات س يسمى هذا النوع من التنبؤ بانحدار ص على س أما إذا تنبأنا بدرجات الاختبار الأول س من درجات الاختيار الثاني ص فيسمى بانحدار س على ص .

مثال: فيما يلي درجات خمسة تلاميذ على اختباري التفكير اللغوي (س) وتكميل الجمل (ص).

١ ـ التفكير اللغوي (س): ٢ ٣ ٥ ١ ٤

٢ ـ تكميل الجمل (ص): ٤ ٦ ٥ ٧ ٨

والمطلوب حساب انحدار ص على س

والخطوات كالآتي:

١ ـ يتم حساب معامل الارتباط بين س، ص.

٢ ـ يتم حساب الانحراف المعياري لدرجات س (ع س)، والانحراف المعياري لدرجات ص (ع ص).

٣ ـ يتم حساب المتوسط لدرجات س، ودرجات ص.

٤ ـ يتم تطبيق المعادلة الآتية:

$$\text{ص على س} = \text{ر} \frac{\text{ع ص}}{\text{ع س}} (\text{س} - \bar{\text{س}}) + \bar{\text{ص}}$$

حيث أن:

ر = معامل الارتباط بين س، ص.
ع ص = الانحراف المعياري لدرجات س.
ع س = الانحراف المعياري لدرجات ص.
س = الدرجة المعلومة الذي سيتم تنبوء ص منها.
سَ = المتوسط الحسابي لدرجات س.
صَ = المتوسط الحسابي لدرجات ص.

وفيما يلي تطبيق هذه الخطوات على المثال السابق:

أولاً : حساب معامل الارتباط بين س ، ص باستخدام معامل ارتباط بيرسون من القيم الخام.

ن	س	ص	س^{٢}	ص^{٢}	س ص
١	٤	٤	١٦	١٦	١٦
٢	٣	٦	٩	٣٦	١٨
٣	٥	٥	٢٥	٢٥	٢٥
٤	٤	٧	١٦	٤٩	٢٨
٥	٤	٨	١٦	٦٤	٣٢
مجـ	٢٠	٣٠	٨٢	١٩٠	١١٩

$$ر = \frac{١١٩ - \frac{٢٠ \times ٣٠}{٥}}{\sqrt{٨٢ - (\frac{٢٠}{٥})^{٢} \times ١٩٠ - (\frac{٣٠}{٥})^{٢}}}$$

$$= \frac{١١٩ - ١٢٠}{\sqrt{٨٢ - ٨٠ \times ١٩٠ - ١٨٠}}$$

$$= \frac{١ -}{\sqrt{٢ \times ١٠}}$$

$$= \frac{١ -}{٤,٤٧}$$

$$ر = - ٠,٢٢٣$$

ثانياً : حساب متوسط س ، ومتوسط ص .

١ ـ حساب متوسط س .

$$\bar{س} = \frac{٢٠}{٥} = ٤$$

٢ ـ حساب متوسط ص .

$$\bar{ص} = \frac{٣٠}{٥} = ٦ .$$

ثالثاً: حساب الانحراف المعياري لدرجات س ، ص باستخدام القانون الآتي :

$$ع = \sqrt{مجـ س^{٢} - \left[\frac{مجـ س}{ن}\right]^{٢}}$$

١ ـ الانحراف المعياري لدرجات س .

$$ع س = \sqrt{٨٢ - (\frac{٢٠}{٥})^{٢}}$$

$$= \sqrt{٨٢ - ١٦}$$

$$= \sqrt{٦٦}$$

$$= ٨,١٢$$

٢ ـ الانحراف المعياري لدرجات ص .

$$ع ص = \sqrt{١٩٠ - (\frac{٣٠}{٥})^{٢}}$$

$$= \sqrt{١٩٠ - ٣٦}$$

$$= \sqrt{١٥٤}$$

$$= ١٢,٤$$

رابعاً: فيما يلي تطبيق المعادلة التي في الخطوة رقم (٤) على المثال السابق.

ص على س = - ٠,٢٢٣ × $\frac{١٢,٤}{٨,١٢}$ (س - ٤) + ٦

= - ٠,٢٢٣ × ١,٥٢ (س - ٤) + ٦

= - ٠,٣٤١[*] (س - ٤) + ٦

= - ٠,٣٤١ س + ١,٣٦ + ٦

= - ٠,٣٤١ س + ٧,٣٦

وبافتراض أن س تساوي ١

ص = - ٠,٣٤١ × ١ + ٧,٣٦

= - ٠,٣٤١ س + ٧,٣٦

ص = ٧,٠١ تقريباً

= ٧

ويلاحظ أن هذه الدرجة هي نفسها درجة الشخص رقم أربعة في المتغير ص وتقابل الدرجة واحد في المتغير س.

تعليق: وبنفس الطريقة السابقة يمكن التنبوء بباقي الدرجات فإذا كان الهدف معرفة الدرجة المقابلة للدرجة أربعة في س فيكون ذلك كالآتي:

ص = - ٠,٣٤١ + ٧,٣٦

= - ٠,٣٤١ × ٤ + ٧,٣٦

= - ١,٣٦ + ٧,٣٦

= ٦.

(*) يتم ضرب الرقم - ٠,٣٤١ في س، ثم في - ٤ فيعطينا الناتج في الخطوة التالية - ٠,٣٤١ س، + ١,٣٦.

ثانياً
تحليل التباين
Analysis of Variance

أولاً : تحليل التباين البسيط(*)

يكشف تحليل التبـاين البسيط عن مدى الفـروق بين أكثـر من مجمـوعتين ، حيث يصلـح اختبـار «ت» في حالـة حسـاب الفـروق بين مجموعتين فقط. ففي أحيان كثيرة يحتاج الباحث لإجراء بحثه على أكثر من مجموعتين : كأن تتضمن عينة هذا البحث طلبة كليات مختلفة كطلبة الحقوق والطب والهندسـة ، وكأن تتضمـن عينـة بحثـه في حالـة أخـرى مستـويات اجتمـاعية اقتصـادية مختلفـة كمستـوى مرتفـع ومستـوى متوسـط ومستـوى منخفض . . . إلخ .

والباحث في هذه الحالة يحتاج لأسلوب واحد يصلح لاختبار الفـرق بين المجموعات التي تتضمنها عينة بحثه ليحصل على معامـل عددي واحـد يكشف عما إذا كان هناك فرقاً جوهرياً بين تلك المجموعات المختلفة ، ويقع على عاتق تحليل التباين الكشف عن هذا الفرق بالحصول على «نسبة ف» أو F. Ratio وذلك نسبة إلى فيشر Fisher الذي توصل إلى هذه الطريقة . وفيما يلي مثالاً نوضح من خلاله خطوات حساب «نسبة ف» .

(*) ويطلق عليه اسم التصميم البسيط Simple Design أو تحليل التباين ذا الاتجاه الواحد One Way Analysis of Variance .

مثال: طبق اختباراً على عينة مكونة من ثلاث مجموعات من الأطفال يمثلون مستويات اقتصادية اجتماعية مختلفة وكانت درجات كل مجموعة كما يلي:

المجموعة الأولى	المجموعة الثانية	المجموعة الثالثة
٦	٤	٦
٨	٥	٨
٧	٧	٥
٧	٤	٥
٢٨	٢٠	٢٤
م = ٧	٥	٦

$$\text{م عام} = \frac{٧ + ٥ + ٦}{٣} = \frac{١٨}{٣} = ٦$$

وخطوات حساب «نسبة ف» تتلخص فيما يلي:

١ ـ حساب المتوسط الحسابي لدرجات كل مجموعة وهو هنا يساوي ٧ للمجموعة الأولى، ٥ للمجموعة الثانية، ٦ للمجموعة الثالثة.

٢ ـ حساب المتوسط الحسابي العام للمجموعات الثلاث وهو هنا يساوي ٧ + ٥ + ٦ = ١٨ ÷ ٣ = ٦.

٣ ـ نقوم بحساب مربعات انحراف القيم في كل مجموعة عن المتوسط العام أي التباين العام وهو هنا يساوي:

= (٦ ـ ٦)٢ + (٨ ـ ٦)٢ + (٧ ـ ٦)٢ + (٧ ـ ٦)٢ +

(٤ − ٦)٢ + (٥ − ٦)٢ + (٧ − ٦)٢ + (٤ − ٦)٢ +

(٦ − ٦)٢ + (٨ − ٦)٢ + (٥ − ٦ −)٢ + (٥ − ٦)٢ = [صفر)٢ + (٢)٢

+ (١)٢ + (١)٢] + [− ٢))٢ + (− ١)٢ + (+ ١)٢ +

(− ٢)٢] + [(صفر)٢ + (+ ٢)٢ + (− ١)٢ + (− ١)٢] =

[صفر + ٤ + ١ + ١] + [٤ + ١ + ١ + ٤] + [صفر + ٤

+ ١ + ١] = ٢٢.

٤ ـ يتم حساب مربعات انحراف المتوسطات الفرعية عن المتوسط العام. وهو يمثل هنا حساب التباين الكبير بين المجموعات وهو يساوي = مجـ مربعات الفروق × ن. ويتم حسابه في مثالنا السابق كما يلي:

= ٤ (٧ − ٦)٢ + ٤ (٥ − ٦)٢ + ٤ (٦ − ٦)٢ =

= ٤ (١)٢ + ٤ (١)٢ + ٤ (صفر) =

= ٤ + ٤ + صفر = ٨

٥ ـ يحسب مربع انحراف القيم داخل المجموعة عن متوسطها الحسابي. وهو هنا يمثل أيضاً حساب التباين الصغير بين المجموعات وهو يساوي = مجـ مربعات الفروق بين قيم المجموعة ومتوسطها الحسابي.

= [(− ١)٢ + (+ ١)٢ + (صفر)٢ (صفر)٢]

+ [(− ١)٢ + (صفر)٢ + (+ ٢)٢ + (− ١)٢]

+ [(صفر)٢ + (− ٢)٢ + (− ١)٢ + (− ١)٢]

= [(١) + (١) + (صفر) + (صفر)]

+ [(١) + (صفر) + (٤) + (١)]

+ [صفر] + (٤) + (١) + (١)] = ١٤

٦ ـ يتم استخراج درجات الحرية تمهيداً لمعرفة هل الفروق

بين المجموعات دالة إحصائياً أم لا وذلك على النحو الآتي:

أ ـ درجة الحرية بين المجموعات (التباين الكبير) = عدد المجموعات ـ ١ = ٣ - ١ = ٢

ب ـ درجة الحرية داخل المجموعات (التباين الصغير) = ن ١ - ١ + ن ٢ - ١ + ن ٣ - ١ =

= ٤ - ١ + ٤ - ١ = ٤ - ١ =

= ٣ + ٣ + ٣ = ٩.

جـ ـ درجات الحرية الكلية = عدد القيم - ١ = ١٢ - ١ = ١١

٧ ـ يتم بعد ذلك حساب «نسبة ف» كما يلي:

أ ـ التباين بين المجموعات (التباين الكبير)

$$= \frac{\text{مجموع مربعات الفروق} \times \text{ن}}{\text{درجة الحرية بين المجموعات}}$$ وهو في هذا المثال = $\frac{٨}{٢}$ = ٤

ب ـ التباين داخل المجموعات (التباين الصغير)

$$= \frac{\text{مجموع مربع انحراف قيم المجموعة عن متوسطها}}{\text{درجة الحرية داخل المجموعات}}$$

وهو في هذا المثال = $\frac{١٤}{٩}$ = ١,٥٦

جـ ـ «نسبة ت» = $\frac{\text{التباين الكبير}}{\text{التباين الصغير}}$

وهي في هذا المثال = $\frac{٤}{١,٥٦}$ = ٢,٥٦

د ـ يتم الكشف عن دلالة «نسبة ف» أو «النسبة الفاتية» من الجداول

الخاصة بذلك عند مستوى ٠,٠٥ ومستوى ٠,٠١ وقيمة «ف» الموجودة بالجدول عند ٠,٠٥ تساوي ٤,٢٦، وعند ٠,٠١ تساوي ٨,٠٢. وعلى هذا الأساس فإن «نسبة ف» المستخرجة من هذا المثال لا دلالة لها من الناحية الإحصائية لأنها أقل من القيمتين الموجودتين بالجدول:

استخدام تحليل التباين في حساب تجانس العينة

يرمز لمدى التجانس بالرمز ف، ومدى التجانس هو:

$$ف = \frac{\text{التباين الأكبر}}{\text{التباين الأصغر}} = \frac{ع_1^2 \text{ أو } ع_2^2 \text{ (أيهما الأكبر)}}{ع_1^2 \text{ أو } ع_2^2 \text{ (أيهما الأصغر)}}$$

فإذا كان الانحراف المعياري للمجموعة الأولى هو الكبير مثلاً فإنه يوضع فوق (في بسط المعادلة)، والانحراف المعياري الثاني الخاص بالمجموعة الثانية فإنه يوضع تحت (في مقام المعادلة).

مثال:

إذا كان العدد والانحراف المعياري لمجموعتين على النحو الآتي:

ع للمجموعة الأولى = ٣,٢، ن للمجموعة الأولى = ٦

ع للمجموعة الثانية = ٣,٥، ن للمجموعة الثانية = ٥

$$ف = \frac{(٣,٥)^2}{(٣,٢)^2} = \frac{١٢,٢٥}{١٠,٢٤} = ١,١٩$$

د. ح التباين الكبير (المجموعة ذات الانحراف المعياري الكبير)

= ٥ - ١ = ٤

د. ح التباين الصغير (المجموعة ذات الانحراف المعياري الصغير) =
٦ - ١ = ٥

قيمة ف بالجدول = ٥,١٩

وبما أن قيمة ف في المثال (١,١٩) أقل من قيمة ف المستخرجة من الجدول، فهي غير دالة فتكون العينتين بذلك متجانستين.

ثانياً: تحليل التباين المزدوج
(البارامتري)

أشرنا عند الكلام عن تحليل التباين أنه يعطي قيمة واحدة هي نسبة «ف» عند حساب دلالة الفرق بين أكثر من مجموعتين (ثلاث مجموعات فما فوق حسب عينات الدراسة) الأمر الذي لا يمكن استخدام اختبار «ت» لحساب دلالته. وسواء كان الكلام على اختبار «ت» أو على نسبة «ف» في تكوينها البسيط فإن المقارنة تركزت فيهما بالنسبة لمتغير واحد فقط كالعدوان أو الانبساط أو الابتكار أو القدرة اللفظية أو الانتماء... إلخ.

لكن في كثير من البحوث يكون من أهداف البحث المقارنة بين ثلاث مجموعات أو أربعة على متغيرين أو أكثر من متغيرين وليس على متغير واحد فقط. ويأتي تحليل التباين من الدرجة الثانية أو تحليل التباين المزدوج ليمكن الباحث من حساب دلالة الفرق بين أكثر من مجموعتين على متغيرين أو أكثر.

تحليل التباين المزدوج
«ذو الاتجاهين»(*)

ويشمل تحليل التباين المزدوج أو ذو الاتجاهين شكلين من أشكال تحليل التباين هما:

١ ـ تحليل التباين المزدوج والذي يتضمن درجة واحدة أو قيمة واحدة في كل مربع من مربعات الجدول لكل ناحية أو فرع من فروع كل اتجاه من الاتجاهين.

٢ ـ تحليل التباين المزدوج والذي يتضمن وجود عدة قيم في كل صف أو عمود خاص بكل فرع من فروع الاتجاهين.

(١)
الشكل الأول

تحليل التباين المزدوج
مع وجود قيمة واحدة في كل مربع

مثال: وضع باحث أربعة مجموعات من الطلاب كل مجموعة تتكون من ١٠ طلاب تحت ثلاثة أنواع من القيادة: الديمقراطية، والدكتاتورية، والفوضوية ثم قام بقياس الروح المعنوية لديهم في كل ظرف من ظروف القيادة التي تعرضوا لها فكانت كما في الجدول الآتي والذي يتضمن قيماً هي عبارة عن متوسطات لدرجات الأفراد من كل مجموعة:

(*) يطلق على تحليل ذو الاتجاهين أو المزدوج Two-Way Analysis of Variance (ارجع للمرجع الثامن العربي في نهاية الكتاب).

أنواع القيادة	مجموعات الطلاب				مجـ
	١	٢	٣	٤	
١ ـ الديمقراطية	٢٥	٧٠	٣٠	٣٠	١٥٥
٢ ـ الدكتاتورية	٨٠	٥٠	٣٥	٦٠	٢٢٥
٣ ـ الفوضوية	٩٥	٦٠	٧٥	٨٠	٣١٠
مجـ	٢٠٠	١٨٠	١٤٠	١٧٠	٦٩٠

والمطلوب معرفة هل هناك فرقاً له دلالة إحصائية في الروح المعنوية لدى مجموعات الطلاب الأربعة بالنسبة لأنواع القيادة الثلاثة.

الخطوات:

١ ـ يتم تصغير القيم بالجدول السابق بهدف تبسيط العمليات الحسابية الخاصة بالجمع والتربيع وذلك بطرح «قيمة ما» يحددها الباحث من كل درجة من الدرجات التي بالمربعات، وقسمة الناتج أيضاً على «قيمة ما».

٢ ـ في المثال السابق سيتم طرح ٥٠ من كل قيمة من القيم التي بالجدول وقسمة الناتج على عشرة.

٣ ـ يتم حساب المتوسط الحسابي العام للقيم التي بالجدول وهو في مثالنا:

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{(مجموع القيم بالجدول)}}{\text{مجموع القيم (عدد الصفوف × عدد الأعمدة)}} = \frac{٦٩٠}{١٢} = ٥٧,٥$$

٤ ـ بعد عملية الطرح والقسمة يصير الجدول الجديد كالآتي:

أنواع القيادة	الطلاب				مجـ
	١	٢	٣	٤	
(١) الديموقراطية	٢,٥ـ	٢	٢٠-	٢ـ	٤,٥ـ
(٢) الدكتاتورية	٣	صفر	١,٥ـ	١	٢,٥
(٣) الفوضوية	٤,٥	١	٢,٥	٣	١١
مجـ	٥	٣	١-	٢	٩

٥ ـ يتم تربيع كل قيمة من القيم السابقة لحساب مجموع المربعات الكلية .

مجموع المربعات الكلية = [(- ٢,٥)٢ + (٣)٢ + (٤,٥)٢ + (٢)٢
+ (صفر)٢ + (١)٢ + (- ٢)٢ + (١,٥٠)٢ + (٢,٥)٢ + (- ٢)٢
+ (١)٢ + (٣)٢] = ٦,٥ + ٩ + ٢٠,٢٥ + ٤ + صفر + ١ + ٤
+ ٢,٢٥ + ٦,٢٥ + ٤ + ١ + ٩ = ٦٧.

٦ ـ يتم حساب مجـ مربع مجموع الدرجات الخاصة بالأعمدة بالنسبة للطلاب مقسوماً على عدد أنواع القيادة (عدد الصفوف) - عدد القيم التي بالمربعات وهي ١٢ (أي عدد الصفوف ٣ × عدد الأعمدة ٤ = ١٢).

مجموع المربعات بين الطلاب = [(٥)٢ + (٣)٢ + (- ١)٢ + (٢)٢] / ٣ - ١٢ =

= (٢٥ + ٩ + ١ + ٤) / ٣ - ١٢ = ٣٩ / ٣ - ١٢ = ١٣ - ١٢ = ١

٧ ـ يتم حساب (مجـ) مربع مجموع الدرجات الخاصة بالصفوف بالنسبة لأنواع القيادة مقسوماً على عدد الطلاب (عدد الأعمدة) - ١٢ عدد القيم التي بالمربعات وهي ١٢ قيمة (عدد الصفوف ٣ × عدد الأعمدة ٤).

مجموع المربعات بين أنواع القيادة = $\frac{[(-٤,٥)^{٢} + (٢,٥)^{٢} + (١١)^{٢}]}{٤} - ١٢$

$$= \frac{٢٠,٢٥ + ٦,٢٥ + ١٢١}{٤} - ١٢ = \frac{١٤٧,٥}{٤} - ١٢ =$$

$$= ٣٦,٨٧ - ١٢ = ٢٤,٨٧$$

٨ ـ يتم حساب (مجـ) مجموع البواقي بالأعمدة و بالصفوف .

مجموع البواقي = ٥ + ٣ + (− ١) + ٢ + (− ٤,٥) + ٢,٥ + ١١ =
٢٣,٥ − ٥,٥ = ١٨

٩ ـ يتم ضرب المجموع في الخطوات ٦، ٧، ٨ في × ١٠٠ كالآتي :

أ ـ مجموع المربعات بين الطلاب = ١ × ١٠٠ = ١٠٠.

ب ـ مجموع المربعات بين أنواع القيادة = ٢٤,٨٧ × ١٠٠ = ٢٤٨٧ .

جـ ـ مجموع البواقي = ١٨ × ١٠٠ = ١٨٠٠ .

١٠ ـ حساب درجات الحرية :

١ ـ درجة الحرية بين الطلاب = عدد الطلاب − ١ = ٤ − ١ = ٣.

٢ ـ درجة الحرية بين أنواع القيادة = أنواع القيادة − ١ = ٣ − ١ = ٢

٣ ـ درجة حرية البواقي = عدد الطلاب + أنواع القيادة − ١ = ٤ + ٣ − ١ = ٧ − ١ = ٦

١١ ـ يتم قسمة مجموع المربعات في الخطوة رقم (٩) على درجة الحرية في الخطوة (١٠) .

١٢ ـ يوضح الجدول الآتي نتائج تحليل التباين السابق .

التباين بين :	مجـ المربعات	د. الحرية	متوسط مجموع المربعات
١ - بين الطلاب	١٠٠	٣	٣٣,٣
٢ - بين أنواع القيادة	٢٤٧٨	٢	١٢٣٩,٠
٣ - بين البواقي	١٨٠٠	٦	٣٠٠,٠
٤ - مجـ	٤٣٧٨	١١	

١٣ - ولاختبار هل درجات الروح المعنوية تختلف حسب الطلاب يتم قسمة متوسط مجموع المربعات لدى الطلاب على متوسط مجموع مربعات البواقي.

$$\text{نسبة «ف» بين الطلاب} = \frac{\text{متوسط مجموع المربعات لدى الطلاب}}{\text{متوسط مجموع مربعات البواقي}}$$

$$= \frac{٣٣,٣}{٣٠٠} = ٠,١١١$$

١٤ - ولاختبار هل درجات الروح المعنوية تختلف حسب أنواع القيادة يتم قسمة متوسط مجموع المربعات الخاصة بالقيادة على متوسط مجموع مربعات البواقي.

$$\text{نسبة «ف» بين أنواع القيادة} = \frac{\text{متوسط مجموع المربعات الخاصة بأنواع القيادة}}{\text{متوسط مجموع مربعات البواقي}}$$

$$= \frac{١٢٣٩}{٣٠٠} = ٤,١٣$$

١٥ - القيمتين اللتين بالخطوتين السابقتين أقل من الموجودتين في جدول دلالة نسبة «ف»(*) وعلى هذا الأساس لا يوجد فرق دال بين الطلاب

(*) القيمة الأولى ٠,١١١ عند درجة حرية ٣ تباين كبير، ٦ تباين صغير وتساوي بالجدول ٤,٧٦ =

أو بين نوع القيادة في الروح المعنوية وبذلك يرفض الفرض الأساسي ويقبل الفرض الصغرى.

حقائق هامة

يجب أن يوضع في الاعتبار الحقائق التالية:

١ ـ القيم التي بالجدول الأصلي يمكن أن تكون متوسطات وينظر لكل متوسط منها على أنه درجة فردية لأن هذه المتوسطات قائمة على نفس عدد الأفراد.

٢ ـ مقام المعادلة = عدد الصفوف × عدد الأعمدة.

٣ ـ التباين = $\frac{\text{مجموع المربعات لكل مصدر}}{\text{درجات الحرية لهذا المصدر}}$

٤ ـ ف = $\frac{\text{تباين المصدر}}{\text{تباين الخطأ}}$

(٢)
الشكل الثاني
تحليل التباين المزدوج
مع وجود أكثر من قيمة في كل صف وعمود

مثال: طبق باحث نفسي ثلاثة اختبارات تقيس الذكاء اللفظي، والذكاء العملي، والذكاء العام على خمسة وأربعين تلميذاً مقسمين إلى ثلاث فئات حسب مستواهم الاجتماعي الاقتصادي. ويوضح الجدول الآتي درجاتهم في كل نوع من الذكاء.

= عند ٠,٠٥، ٩,٧٨ عند ٠,٠١. أما القيمة الثانية ٤,١٣ عند درجة حرية ٢ تباين كبير، ٦ تباين صغير وتساوي بالجدول ٥,١٤ عند مستوى ٠,٠٥، ١٠,٩٢ عند مستوى ٠,٠١.

الذكاء	الذكاء اللفظي	الذكاء العملي	الذكاء العام	مجـ (صفوف)
(١) المستوى الاجتماعي الاقتصادي المرتفع	٣	٤	٨	
	١	٥	٩	
	٤	٨	١٠	
	٦	١٠	١٠	
	٦	٨	١٣	
مجـ	٢٠	٣٥	٥٠	١٠٥
(٢) المستوى الاجتماعي الاقتصادي المتوسط	٤	٥	١٢	
	٦	٦	٨	
	٦	١٠	١٠	
	٩	٧	١٢	
	١٠	١٢	١٣	
مجـ	٣٥	٤٠	٥٥	١٣٠
(٣) المستوى الاجتماعي الاقتصادي المنخفض	٣	٥	٩	
	٥	٥	٧	
	٢	٨	٨	
	٥	٧	١١	
	١٠	١٠	١٠	
مجـ	٢٥	٧٥	٤٥	١٠٥
مجـ كلي (أعمدة)	٨٠	١١٠	١٥٠	٣٤٠

والمطلوب معرفة هل هناك فرق لدى الطلاب في نوع الذكاء، أو هل يوجد

فرق في الذكاء بالنسبة للمستويات الاجتماعية الاقتصادية، وما هو التفاعل أي هل هناك تفاعل بين تأثير نوع الذكاء والمستوى الاجتماعي الاقتصادي، وبعبارة أخرى هل تأثير المستوى الاجتماعي الاقتصادي يكون مختلفاً في كل نوع من أنواع الذكاء.

الخطوات:

١ ـ حساب مجموع القيم للأعمدة أو للصفوف وهي تكون واحدة.

للأعمدة = ٨٠ + ١١٠ + ١٥٠ = ٣٤٠

للصفوف = ١٠٥ + ١٣٠ + ١٠٥ = ٣٤٠

∴ مجموع القيم = ٣٤٠

٢ ـ حساب مجموع مربعات القيم التي بالجدول بتربيع كل قيمة من قيم الذكاء اللفظي في المستوى الاجتماعي الاقتصادي المرتفع، ثم تربيع قيم الذكاء العملي ثم الذكاء العام في نفس المستوى ثم الانتقال إلى قيم كل نوع من الذكاء في المستوى الاجتماعي الاقتصادي المتوسط ثم في المستوى الاجتماعي الاقتصادي المنخفضة على النحو الآتي:

$= [(٣)^{٢} + (١)^{٢} + (٤)^{٢} + (٦)^{٢} + (٦)^{٢}] +$

$[(٤)^{٢} + (٥)^{٢} + (٨)^{٢} + (١٠)^{٢} + (٨)^{٢}] +$

$[(٨)^{٢} + (٩)^{٢} + (١٠)^{٢} + (١٠)^{٢} + (١٣)^{٢}] +$

$[(٤)^{٢} + (٦)^{٢} + (٦)^{٢} + (٩)^{٢} + (١٠)^{٢}] +$

$[(٥)^{٢} + (٦)^{٢} + (١٠)^{٢} + (٧)^{٢} + (١٢)^{٢}] +$

$[(١٢)^{٢} + (٨)^{٢} + (١٠)^{٢} + (١٢)^{٢} + (١٣)^{٢}] +$

$$[(٣)^{٢} + (٥)^{٢} + (٢)^{٢} + (٥)^{٢} + (١٠)^{٢}] +$$

$$[(٥)^{٢} + (٥)^{٢} + (٨)^{٢} + (٧)^{٢} + (١٠)^{٢}] +$$

$$[(٩)^{٢} + (٧)^{٢} + (٨)^{٢} + (١١)^{٢} + (١٠)^{٢}]$$

$$= [٩ + ١ + ١٦ + ٣٦ + ٣٦] + [١٦ + ٢٥ + ٦٤ + ١٠٠ + ٦٤]$$

$$+ [٦٤ + ٨١ + ١٠٠ + ١٠٠ + ١٦٩] + [١٦ + ٣٦ + ٣٦ + ٨١ + ١٠٠]$$

$$+ [٢٥ + ٣٦ + ١٠٠ + ٤٩ + ١٤٤] + [١٤٤ + ٦٤ + ١٠٠ + ١٤٤ + ١٦٩]$$

$$+ [٩ + ٢٥ + ٤ + ٢٥ + ١٠٠] + [٢٥ + ٢٥ + ٦٤ + ٤٩ + ١٠٠]$$

$$+ [٨١ + ٤٩ + ٦٤ + ١٢١ + ١٠٠] = ٩٨ + ٢٦٩ + ٥١٤ + ٢٦٩ + ٣٥٤ +$$
$$٦٢١ + ١٦٣ + ٢٦٣ + ٤١٥ = ٢٩٦٦.$$

٣ ـ يتم حساب مربع مجموع الأعمدة (بين الذكاء) مقسوماً على عدد القيم في المستوى الاقتصادي الواحد وهو ١٥ (عدد الصفوف ٥ × عدد الأعمدة ٣ = ١٥).

$$\text{مجموع المربعات بين الذكاء} = \frac{\text{مربع مجموع القيم في كل عمود}}{\text{عدد القيم في المستوى الاقتصادي الواحد}}$$

$$\frac{[(٨٠)^{٢} + (١١٠)^{٢} + (١٥٠)^{٢}]}{١٥}$$

$$= \frac{[٦٤٠٠ + ١٢١٠٠ + ٢٢٥٠٠]}{١٥} = \frac{٤١٠٠٠}{١٥} = ٢٧٣٣,٣٣$$

٤ ـ يتم حساب مربع المجموع في الصفوف مقسوماً على عدد القيم في المستوى في المستوى الاقتصادي (كالسابق: عدد الصفوف × عدد الأعمدة).

مجموع المربعات بين المستويات الاجتماعية الاقتصادية =

$$\frac{\text{مربع مجموع القيم في صفوف المستوى}}{\begin{array}{c}\text{عدد القيم في المستوى الاقتصادي الاجتماعي}\\ \text{(عدد الأعمدة ٣ × عدد الصفوف ٥)}\end{array}}$$

$$= \frac{[(١٠٥)^٢ + (١٣٠)^٢ + (١٠٥)^٢]}{١٥}$$

$$= \frac{[١١٠٢٥ + ١٦٩٠٠ + ١١٠٢٥]}{١٥}$$

$$= \frac{٣٨٩٥٠}{١٥} = ٢٥٩٦,٦٦$$

٥ - يتم حساب مربع مجموع أعمدة الذكاء في كل مستوى من المستويات الاجتماعية الاقتصادية وقسمة الناتج على عدد الصفوف وهي خمسة في المستوى الواحد.

$$= \frac{\text{مجموع مربع أعمدة الذكاء في كل مستوى}}{٥}$$

$$= \frac{[(٢٠)^٢ + (٣٥)^٢ + (٥٠)^٢ + (٣٥)^٢ + (٤٠)^٢ + (٥٥)^٢ + (٢٥)^٢ + (٣٥)^٢ + (٤٥)^٢]}{٥}$$

$$= \frac{٤٠٠ + ١٢٢٥ + ٢٥٠٠ + ١٢٢٥ + ١٦٠٠ + ٣٠٢٥ + ٦٢٥ + ١٢٢٥ + ٢٠٢٥}{٥}$$

$$= \frac{١٣٨٥٠}{٥} = ٢٧٧٠$$

٦ - يتم حساب مجموع المربعات الكلية بطرح مربع مجموع درجات الجدول مقسوماً على مجموع عدد القيم بالجدول (جميع الصفوف وعددها ١٥ × عدد الأعمدة ٣ = ٤٥) من مجموع مربعات القيم.

مجموع المربعات الكلية = مجموع مربعات القيم (بالخطوة رقم ٢) -

$$\frac{\text{مربع مجموع قيم الجدول (بالخطوة رقم ١)}}{\text{عدد القيم بالجدول (١٥ × ٣ = ٤٥)}}$$

= ٢٩٦٦ - $\frac{(٣٤٠)^2}{٤٥}$ = ٢٩٦٦ - ٢٥٦٨,٨٨ = ٣٩٧,١٢

٧ ـ يتم حساب مجموع المربعات بين أنواع الذكاء بطرح مربع مجموع درجات الجدول على مجموع عدد الدرجات (القيم) بالجدول من مجموع مربعات الأعمدة بين الذكاء.

مجموع المربعات بين الذكاء = مجموع مربعات الأعمدة بين الذكاء (الخطوة رقم ٣) ـ $\frac{\text{مربع مجموع قيم الجدول (الخطوة ١)}}{\text{عدد القيم بالجدول}}$

= ٢٧٣٣,٣٣ - $\frac{(٣٤٠)^2}{٤٥}$ =

= ٢٧٣٣,٣٣ - ٢٥٦٨,٨٨ = ١٦٤,٤٤

٨ ـ يتم حساب مجموع المربعات بين المستويات الاقتصادية بطرح مربع مجموع القيم بالجدول (الخطوة رقم ١) مقسوماً على عدد القيم بالجدول من مجموع المربعات في الخطوة رقم (٤).

مجموع المربعات بين المستويات الاجتماعية الاقتصادية = ٢٥٩٦,٦٦ - ٢٥٦٨,٨٨ = ٢٧,٧٨

٩ ـ يتم حساب مجموع مربعات البواقي بطرح مربع مجموع أعمدة الذكاء (الخطوة رقم (٥) من مجموع مربعات القيم (الخطوة رقم ٢)

مجموع مربعات البواقي = مجموع مربعات القيم مربع مجموع أعمدة الذكاء = ٢٩٦٦ - ٢٧٧٠ = ١٩٦.

١٠ ـ يتم حساب التفاعل بطرح مجموع مربعات الذكاء (الخطوة رقم (٧) مضافاً لها مجموع المربعات بين المستويات الاقتصادية (الخطوة رقم (٨) ومضافاً لها كذلك مجموع مربعات البواقي (الخطوة رقم ٩) من مجموع المربعات الكلية (الخطوة رقم ٦).

التفاعل = مجموع المربعات الكلية ـ مجموع مربعات الذكاء +

مجموع المربعات بين المستويات الاجتماعية الاقتصادية + مجموع مربعات البواقي = ٣٩٧,١٢ - (١٦٤,٤٤ + ٢٧,٧٨ + ١٩٦)

ويشير التفاعل Interaction إلى الأثر المشترك الذي يعزى لمصادر التباين وهما في حالة تفاعل

= ٣٩٧,١٢ - ٣٨٨,٢٢ = ٨,٩٠.

١١ - يتم حساب درجات الحرية.

أ - درجات الحرية بين الذكاء = ٣ - = ٢.

ب - درجات الحرية بين المستويات الاقتصادية = ٣ - ١ = ٢.

جـ - درجات الحرية الخاصة بالتفاعل = ٥ - ١ = ٤.

د - درجات الحرية الخاصة بالبواقي = ٤٥ - ٩ = ٣٦.

حيث درجات حرية التفاعل تمثل العدد في كل نوع من الذكاء في المستوى، وحرية البواقي تمثل العدد الكلي للطلاب وهو ٤٥ مطروحاً منه أنواع الذكاء في المستويات الثلاثة وهو ٩.

١٢ - يوضح الجدول التالي نتائج تحليل التباين بين الذكاء والمستويات الاجتماعية الاقتصادية والتفاعل بينها وذلك بقسمة مجموع المربعات على درجة الحرية المقابلة له في الجدول. .

التباين بين :	مجـ المربعات	د. الحرية	متوسط المربعات
١ ـ الذكاء	١٦٤,٤٤	٢	٨٢,٢٢
٢ ـ المستويات الاقتصادية	٢٧,٧٨	٢	١٣,٨٩
٣ ـ التفاعل	٨,٩٠	٤	٢,٢٢
٤ ـ البواقي	١٩٦	٣٦	٥,٤٤
٥ ـ مجـ	٣٩٧,١٢	٤٤	

اختبار دلالة الفرق

١ ـ دلالة الفرق بين الطلاب في الذكاء =

$$\text{نسبة «ف»} = \frac{\text{متوسط مجموع مربعات الذكاء}}{\text{متوسط مجموع مربعات البواقي}}$$

$$= \frac{٨٢,٢٢}{٥,٤٤} = ١٥,١١$$

وقيمة «ف» بالجدول عند درجة حرية ٢، ٣٦ عند تباين صغير ٣٦، وتباين كبير ٢ تساوي ٣,٢٦ عند ٠,٠٥، ٥,٢٥ عند ٠,٠١ أي يوجد فرق بين أنواع الذكاء.

٢ ـ دلالة الفرق في الذكاء بين المستويات الاجتماعية الاقتصادية نسبة

$$\text{«ف»} = \frac{\text{متوسط مجموع مربعات المستوى الاجتماعي الاقتصادي}}{\text{متوسط مجموع مربعات البواقي}}$$

$$\text{نسبة «ف»} = \frac{١٣,٨٩}{٥,٤٤} = ٢,٥٥$$

وقيمة «ف» بالجدول عند درجة حرية ٢، ٣٦ (إرجع إلى ١ دلالة الفرق في الذكاء).

ونسبة «ف» الناتجة وهي ٢,٥٥ أقل من تلك الموجودة في الجدول أي أن الفرق غير دال إحصائياً.

٣ ـ دلالة التفاعل = $\frac{\text{متوسط مجموع مربعات التفاعل}}{\text{متوسط مجموع مربعات البواقي}}$

$= \frac{٢,٢٢}{٥,٤٤} = ٠,٤٠٨$

والموجودة في الجدول عند ٤ (تباين كبير)، ٣٦ (تباين صغير) تساوي ٢,٦٣ عند ٠,٠٥ ، ٣,٨٩ عند ٠,٠١

والقيمة الناتجة أقل من التي بالجدول إذاً لا يوجد تفاعل بين تأثير المستوى الاجتماعي الاقتصادي وبين الذكاء.

دلالة الفرق بين المتوسطات الحسابية في تحليل التباين

يمكن اختبار دلالة الفرق بين المتوسطات الحسابية في الذكاء كما يلي:

١ ـ متوسط الذكاء اللفظي = $\frac{٨٠}{١٥}$ = ٥,٣٣

٢ ـ متوسط الذكاء العملي = $\frac{١١٠}{١٥}$ = ٧,٣٣

٣ ـ متوسط الذكاء العام = $\frac{١٥٠}{١٥}$ = ١٠,٠٠

٤ ـ المتوسط العام = $\frac{٣٤٠}{٤٥}$ = ٧,٥٥

٥ ـ الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي =

$\sqrt{\frac{\text{متوسط مجموع مربعات البواقي}}{\text{العدد بالنسبة لأحد أنواع الذكاء (عدد الصفوف جميعاً)}}}$

$$= \sqrt{\frac{٥,٤٤}{١٥}}$$

$$= \sqrt{٠,٣٦٢} = ٠,٦٠٢$$

٦ ـ لحساب دلالة الفرق بين أي متوسطين حسابين من المتوسطات السابقة في ١ أو ٢ أو ٣:

مثال: بين الذكاء اللفظي

$$\frac{م١ - م٢}{\sqrt{\frac{\text{متوسط مجموع مربع البواقي}}{١٥} \times ٢}} \div \text{الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي}$$

أ ـ الفرق بين الذكاء اللفظي والذكاء العملي

$$= \frac{٧,٣٣ - ٥,٣٣}{\sqrt{\frac{٥,٤٤}{١٥} \times ٢}} = \frac{٢}{\sqrt{٠,٧٢}} = \frac{٢}{\sqrt{٠,٨٥}} =$$

= ٢,٣٥ .

$$\text{ب ـ قيمة «ت»} = \frac{\text{قيمة الفرق}}{\text{الخطأ المعياري للمتوسط الحسابي}}$$

$$= \frac{٢,٣٥}{٠,٦٠} = ٢٣,٣٢$$

قيمة «ت» بالجدول عند درجة حرية ٣٦ تساوي ٢,٠٢٠ عند مستوى ٠,٠٥، ٢,٧٠٤ عند مستوى ٠,٠١، ٣,٥٥١، عند مستوى ٠,٠٠١ . وبذلك يكون الفرق بين الذكاء اللفظي والذكاء العملي دال عند مستوى ٠,٠١ .

ثالثاً: تحليل التباين

(١) ذو الثلاثة اتجاهات مع وجود قيمة واحدة بكل مربع (البارامتري)

Three-Way Analysis of Variance

رأينا في تحليل التباين ذو الاتجاهين أن الذكاء ينقسم إلى ثلاثة أنواع وأن المستوى الاجتماعي الاقتصادي ينقسم بدوره لثلاثة مستويات.

ولا يقتصر الأمر بالنسبة للمتغيرات المدروسة على ذلك بل يمكن أن يهدف الكشف عن دلالة الفرق على وجود أقسام أخرى في جدول النتائج كأن تشمل العينة بالنسبة للمثال السابق (*) في كل نوع من الذكاء على ذكور وإناث أو على ريف وحضر.

مثال:

طبق باحث ست وسائل من الوسائل التعليمية هي: المحاضرة، المناقشة، الأفلام، الخرائط، السبورة، البروجكتور، وذلك على أربع مجموعات من الطلاب بكليات الآداب والزراعة والتجارة والهندسة، وكل مجموعة من الأربع كانت تتعلم مادة من المواد تحت ظرفين من الظروف أحدهما فيه ثواب والآخر فيه عقاب. وكانت نتائجهم في تلك المادة التي يتعلمونها كما نص الجدول الآتي:

(*) أنظر الشكل الثاني من تحليل التباين المزدوج.

الكليات	طلاب الآداب		طلاب الزراعة		طلاب التجارة		طلاب الهندسة	
الظروف / وسائل التعليم	ثواب	عقاب	ثواب	عقاب	ثواب	عقاب	ثواب	عقاب
١ ـ المحاضرة	٦	٤	٦	٥	٤	٥	٦	٤
٢ ـ المناقشة	٤	٣	٥	٥	١	٢	٤	٤
٣ ـ الأفلام	٣	٣	٧	٢	٦	٤	٣	٣
٤ ـ الخرائط	٧	٢	٣	٢	٦	٤	٤	٣
٥ ـ السبورة	١	٢	٤	٤	٧	٣	٥	٢
٦ ـ البروجكتور	٤	٤	٤	٣	١	٣	٥	٢
مجموع القيم	٢٥	١٨	٢٩	٢١	٢٥	٢١	٢٧	١٨
مجموع مربع القيم بالجدول	١٣٦	٥٨	١٥١	٨٣	١٣٩	٧٩	٣٢٧	٥٨
مجموع مربع القيم ÷ ٦	٢٢,٦٧	٩,٦٧	٢٥,١٧	١٣,٨٣	٢٣,١٧	١٣,١٧	٢١,١٧	٩,٦٧

الخطوات:

١ ـ جمع الأعمدة.

٢ ـ تربيع الأعمدة.

٣ ـ قسمة مربع كل عمود على ستة (على عدد الصفوف).

٤ ـ حساب مجموع مجاميع الأعمدة. = ٢٥ + ١٨ + ٢٩ + ٢١ + ٢٥ + ٢١ + ٢٧ + ١٨ = ١٨٤

٥ ـ حساب مجـ مجموع مربع الأعمدة =
= ١٣٦ + ٥٨ + ١٥١ + ٨٣ + ١٣٩ + ٧٩ + ١٢٧ + ٥٨ = ٨٣١.

٦ ـ حساب مجموع مربع مجموع الأعمدة مقسوماً على ستة =
= ٢٢,٦٧ + ٩,٦٧ + ٢٥,١٧ + ١٣,٨٣ + ١٣,١٧ + ٢١,١٧ + ٩,٦٧ = ١٣٨,٥٢.

٧ ـ حساب مجموع المربعات الكلية.

$$= \text{مجـ مربع مجموع الأعمدة} - \frac{\text{مربع مجموع الأعمدة}}{\text{عدد الصفوف} \times \text{عدد الأعمدة}}$$

$$= ٨٣١ - \frac{(١٨٤)^{٢}}{٦ \times ٨} = ٨٣١ - \frac{٣٣٨٥٦}{٤٨}$$

= ٨٣١ − ٧٠٥,٣٣ = ١٢٥,٦٧

يتم تكوين جدول يشمل مجموع الثواب ومجموع العقاب في الكليات المختلفة بالنسبة لكل وسيلة من الوسائل التعليمية الستة على النحو الآتي: (فمثلاً الرقم ٢٢ يساوي مجموع الثواب في الآداب ٦ + الزراعة ٦ + التجارة ٤ + الهندسة ٦ = ٢٢) وهكذا الباقي.

الظروف / الوسائل	(١) المحاضرة	(٢) المناقشة	(٣) الأفلام	(٤) الخرائط	(٥) السبورة	(٦) البروجكتور	المجموع
١ ـ ثواب(*)	٢٢	١٤	١٩	٢٠	١٧	١٤	١٠٦
٢ ـ عقاب(**)	١٨	١٤	١٢	١١	١١	١٢	٧٨
المجموع	٤٠	٢٨	٣١	٣١	٢٨	٢٦	١٨٤

أ ـ يتم حساب المربعات بين الظروف.

$$= \frac{\text{مربع مجموع الثواب + مربع مجموع العقاب}}{\text{عدد الوسائل (٦)} \times \text{عدد الكليات (٤)}} - \frac{\text{مربع المجموع الكلي}}{\text{عدد الوسائل (٦)} \times \text{عدد الكليات (٤)} \times \text{عدد الظروف (٢)}}$$

$$= \frac{(١٠٦)^2 + (٧٨)^2}{٦ \times ٤} - \frac{(١٨٤)^2}{٦ \times ٤ \times ٢} = \frac{١١٢٣٦ + ٦٠٨٤}{٢٤} - \frac{٣٣٨٥٦}{٤٨}$$

$$= \frac{١٧٣٢٠}{٢٤} - ٧٠٥,٣٣ = ٧٢١,٦٦ - ٧٠٥,٣٣ = ١٦,٣٣$$

ب ـ يتم حساب المربعات بين الوسائل.

$$= \frac{\text{مربع المجموع في الوسائل}}{\text{عدد الرسائل + عددالظروف}} - \frac{\text{مربع المجموع الكلي}}{\text{٤٨ (عدد الوسائل} \times \text{عدد الكليات} \times \text{عدد الظروف)}}$$

(*) حيث أن قيم الثواب بهذا الجدول أصلها في الجدول السابق فالقيمة ٢٢ هي مجموع قيم الثواب الموجودة في الصف الخاص بوسيلة المحاضرة لدى طلاب الكليات المختلفة كالآتي: ٦ + ٦ + ٤ + ٦ = ٢٢ وهكذا باقي قيم الثواب بالنسبة لباقي وسائل التعليم.

(**) وبنفس الصورة من قيم الثواب يتم حساب قيم العقاب فالقيمة ١٨ حاصل جمع: ٤ + ٥ + ٥ + ٤ = ١٨.

$$= \frac{(٤٠)^{٢} + (٢٨)^{٢} + (٣١)^{٢} + (٣١)^{٢} + (٢٨)^{٢} + (٢٦)^{٢}}{٦ + ٢} - \frac{(١٨٤)^{٢}}{٤٨}$$

$$= \frac{١٦٠٠ + ٧٨٤ + ٩٦١ + ٩٦١ + ٧٨٤ + ٦٧٦}{٨} - \frac{٣٣٨٥٦}{٤٨}$$

$$= \underline{٥٧٦٦} - ٧٠٥,٣٣ = ٧٢٠,٧٥ - ٧٠٥,٣٣ = ١٥,٤٢ .$$

جـ - يتم حساب مجموع المربعات الكلية.

$$= \frac{\text{مربع قيم كل من الظرفين}}{\text{عدد الكليات}} - \frac{\text{مربع المجموع الكلي}}{٤٨}$$

$$= \frac{(٢٢)^{٢} + (١٤)^{٢} + (١٩)^{٢} + (٢٠)^{٢} + (١٧)^{٢} + (١٤)^{٢} + (١٨)^{٢} + (١٤)^{٢} + (١٢)^{٢} + (١١)^{٢} + (١١)^{٢} + (١٢)^{٢}}{٤} - \frac{(١٨٤)^{٢}}{٤٨} =$$

$$\frac{٤٨٤ + ١٩٦ + ٣٦١ + ٤٠٠ + ٢٨٩ + ١٩٦ + ٣٢٤ + ١٩٦ + ١٤٤ + ١٢١ + ١٢١ + ١٤٤}{٤}$$

$$- \frac{٣٣٨٥٦}{٤٨} = \underline{٢٩٧٦} - ٧٠٥,٣٣ = ٧٤٤ - ٧٠٥,٣٣ = ٣٨,٦٧$$

د - مجموع مربعات تفاعل الوسائل × الظروف = $٣٨,٦٧ - (١٥,٤٢ + ١٦,٣٣) = ٣٨,٦٧ - ٣١,٧٥ = ٦,٩٢$

٩ - يتم عمل الجدول الآتي الممثل لمجموع الثواب على حدة ومجموع العقاب على حدة في كل كلية (أنظر المجموع في الجدول الأول) كالآتي:

الظروف / الكليات	(١) الآداب	(٢) الزراعة	(٣) التجارة	(٤) الهندسة	المجموع
١ ـ الثواب	٢٥	٢٩	٢٥	٢٧	١٠٦
٢ ـ العقاب	١٨	٢١	٢١	١٨	٧٨
المجموع	٤٣	٥٠	٤٦	٤٥	١٨٤

أ ـ يتم حساب مجموع المربعات بين طلاب الكليات .

$$= \frac{\text{مجموع مربع المجاميع في الكليات}}{\text{عدد الوسائل} \times \text{عدد الظروف}} - \frac{\text{مربع المجموع}}{٤٨}$$

$$= \frac{(٤٣)^{٢} + (٥٠)^{٢} + (٤٦)^{٢} + (٤٥)^{٢}}{١٢} - \frac{(١٨٤)^{٢}}{٤٨}$$

$$= \frac{١٨٤٩ + ٢٥٠٠ + ٢١١٦ + ٢٠٢٥}{١٢} - \frac{٣٣٨٥٦}{٤٨}$$

$$= \frac{٨٤٩٠}{١٢} - ٧٠٥,٣٣ = ٧٠٧,٥٠ - ٧٠٥,٣٣ = ٢,١٧$$

ب ـ مجموع المربعات بين الظروف .

$$= \frac{\text{مربع مجموع الثواب + مربع مجموع العقاب}}{\text{عدد لوسائل} \times \text{عدد الكليات}} - \frac{\text{مربع المجموع الكلي}}{٤٨}$$

$$= \frac{(١٠٦)^{٢} + (٧٨)^{٢}}{٢٤} - \frac{(١٨٤)^{٢}}{٤٨}$$

$$= \frac{١١٢٣٦ + ٦٠٨٤}{٢٤} - \frac{٣٣٨٥٦}{٤٨} = \frac{١٧٣٢٠}{} - ٧٠٥,٣٣ =$$

$$= ٧٢١,٦٦ - ٧٠٥,٣٣ = ١٦,٣٣$$

جـ ـ مجموع المربعات الكلية .

$$= \frac{\text{مربع مجموع قيم كل من الظرفين}}{\text{عدد الكليات + عدد الظروف}} - \frac{\text{مربع المجموع الكلي}}{٤٨}$$

$$= \frac{(٢٥)^٢ + (٢٩)^٢ + (٢٥)^٢ + (٢٧)^٢ + (١٨)^٢ + (٢١)^٢ + (٢١)^٢ + (١٨)^٢}{٤ + ٢} -$$

$$- \frac{٣٣٨٥٦}{} = \frac{٦٢٥ + ٨٤١ + ٦٢٥ + ٧٢٩ + ٣٢٤ + ٤٤١ + ٤٤١ + ٣٢٤}{٦} -$$

$$- ٧٠٥,٣٣ = \frac{٤٣٥٠}{٦} - ٧٠٥,٣٣ = ٧٢٥ - ٧٠٥,٣٣ = ١٩,٦٧$$

د ـ مجموع مربعات تفاعل الكليات × الظروف =

= مجموع المربعات الكلية ـ (مجموع المربعات بين الكليات + مجموع المربعات بين الظروف)

$$= ١٩,٦٧ - (٢,١٧ + ١٦,٣٣) = ١٩,٦٧ - ١٨,٥٠ = ١,٢٧$$

١٠ ـ يتم عمل الجدول الآتي والذي يشمل جمع الدرجات في كل من الظرفين في كل كلية معاً كالآتي:

الكليات / الوسائل	الآداب	الزراعة	التجارة	الهندسة	المجموع
١ ـ المحاضرة	١٠	١١	٩	١٠	٤٠
٢ ـ المناقشة	٧	١٠	٣	٨	٢٨
٣ ـ الأفلام	٦	٩	١٠	٦	٣١
٤ ـ الخرائط	٩	٥	١٠	٧	٣١
٥ ـ السبورة	٣	٨	١٠	٧	٢٨
٦ ـ البروجكتور	٨	٧	٤	٧	٢٦
المجموع	٤٣	٥٠	٤٦	٤٥	١٨٤

أ ـ مجموع المربعات بين الوسائل .

$$= \frac{\text{مربع مجموع الوسائل}}{\text{عدد الكليات} \times \text{عدد الظروف}} - \frac{\text{مربع المجموع}}{٤٨}$$

$$= \frac{(٤٠)^{٢} + (٢٨)^{٢} + (٣١)^{٢} + (٣١)^{٢} + (٢٨)^{٢} + (٢٦)^{٢}}{٤ \times ٢} - \frac{(١٨٤)^{٢}}{٤٨}$$

$$= \frac{١٦٠٠ + ٧٨٤ + ٩٦١ + ٩٦١ + ٧٨٤ + ٦٧٦}{٨} - ٧٠٥,٣٣ =$$

$$= ٧٢٠,٧٥ - ٧٠٥,٣٣ = ١٥,٤٢ .$$

ب ـ مجموع المربعات بين الكليات .

$$= \frac{\text{مربع مجموع الكليات}}{\text{عدد الوسائل} \times \text{عدد الظروف}} - \frac{\text{مربع المجموع}}{٤٨}$$

$$= \frac{(٤٣)^{٢} + (٥٠)^{٢} + (٤٦)^{٢} + (٤٥)^{٢}}{٦ \times ٢} - ٧٠٥,٣٣$$

$$= \frac{١٨٤٩ + ٢٥٠٠ + ٢١١٦ + ٢٠٢٥}{١٢} - ٧٠٥,٣٣$$

$$= ٧٠٧,٥ - ٧٠٥,٣٣ = ٢,١٧$$

جـ ـ مجموع المربعات الكلية .

$$\frac{\text{مربع القيم}}{\text{عدد الظروف}} - \frac{\text{مربع المجموع}}{٤٨}$$

$$= \frac{[(١٠)^{٢} + (٧)^{٢} + (٦)^{٢} + (٩)^{٢} + (٣)^{٢} + (٨)^{٢}] + [(١١)^{٢} + (١٠)^{٢} + (٩)^{٢} + (٥)^{٢} + (٨)^{٢} + (٧)^{٢}] + [(٩)^{٢} + (٣)^{٢} + (١٠)^{٢} + (١٠)^{٢} + (١٠)^{٢} + (٤)^{٢}] + [(١٠)^{٢} + (٨)^{٢} + (٦)^{٢} + (٧)^{٢} + (٧)^{٢} + (٧)^{٢}]}{٢} - ٧٠٥,٣٣$$

$$= \frac{٣٣٩ + ٤٤٠ + ٤٠٦ + ٣٤٧}{٢} - ٧٠٥,٣٣$$

$$= \frac{١٥٣٢}{٢} - ٧٠٥,٣٣ = ٧٦٦ - ٧٠٥,٣٣ = ٦٠,٦٧$$

د ـ مجموع مربعات تفاعل الوسائل × الكليات = ٦٠,٦٧ - (١٥,٤٢ + ٢,١٧)

٦٠,٦٧ - ١٧,٥٩ = ٤٣,٩٢

١١ ـ فيما يلي جدول النتائج النهائية.

	مج المربعات	د. الحرية(*)	
١ ـ بين الوسائل	١٠٥,٤٢	٦ - ١ = ٥	٢١,٠٠
٢ ـ بين الكليات	٢,١٧	٤ - ١ = ٣	٠,٧٢
٣ ـ بين الظروف	١٦,٣٣	٢ - ١ = ١	١٦,٣٣
٤ ـ تفاعل الوسائل × الكليات	٤٣,٩٢	١٥	٣,١٢
٥ ـ تفاعل الكليات × الظروف	١,٢٧	٤ + ٢ - ٣ = ٦ - ٣ = ٣	
٦ ـ تفاعل	٦,٩٢	٨ - ٣ = ٥	١,٣٨
٧ ـ البواقي	٨,٣٩	١٥	٠,٥٥
٨ ـ المجموع	١٨٤	٣٦	

(حساب البواقي يتم بجمع من ١ ـ ٦ في الجدول وطرح الناتج من ١٨٤

(*) عدد درجة حرية الوسائل (عدد الوسائل ـ ١)، درجة حرية الكليات (عدد الكليات - ١)، درجة حرية الظروف (عدد الظروف - ١)، درجة حرية الوسائل × الكليات (عدد صفوف الوسائل + عدد أعمدة الكليات + عدد أعمدة الظروف - ٣ = ٦ + ٤ + ٨ - ٣ (واحد للوسائل وواحد للكليات وواحد للظروف) = ١٨ - ٣ = ١٥)، درجة حرية الكليات × الظروف (عدد الكليات + عدد الظروف - ٣)، درجة حرية الوسائل × الظروف (عدد الوسائل + عدد الظروف - ٣).

الناتجة في الخطوة رقم ٤ بعد الجدول الأول).

١ - «ف» بين الوسائل = $\frac{٢١}{٠,٥٥}$ = ٣٨,١٨

٢ - «ف» بين الكليات = $\frac{٠,٧٢}{٠,٥٥}$ = ١,٣٠

٣ - «ف» بين الظروف = $\frac{١٦,٣٣}{٠,٥٥}$ = ٢٩,٦٦

٤ - «ف» تفاعل الوسائل × الكليات = $\frac{٣,١٢}{٠,٥٥}$ = ٥,٦٧

٥ - «ف» تفاعل الكليات × الظروف = $\frac{٠,٢٥}{٠,٥٥}$ = ٠,٤٥

٦ - «ف» تفاعل الوسائل × الظروف = $\frac{١,٣٨}{٠,٥٥}$ = ٢,٥٠

الدلالة بالنسبة للوسائل: قيمة «ف» بالجدول عند درجتي حرية الوسائل (٥، ١٥) تساوي ٢,٩ عند ٠,٠٥، ٤,٥٦ عند ٠,٠١ وبما أن قيمة «ف» الوسائل هي ٣٨,١٨ أكبر إذا الفرق دال عند ٠,٠١

الدلالة بالنسبة للكليات: قيمة «ف» بالجدول عند درجتي حرية الكليات (٣، ١٥) تساوي ٣,٢٩ عند ٠,٠٥، ٥,٤٢ عند مستوى ٠,٠١ . وبما أن قيمة «ف» للكليات هي ١,٣ فإن الفرق غير دال.

الدلالة بالنسبة للظروف: قيمة «ف» بالجدول عند درجتي حرية الظروف (١، ١٥) أقل من الناتجة وهي ٢٩,٦٦ إذاً الفرق دال عند ٠,٠١.

الدلالة بالنسبة لتفاعل الوسائل × الكليات: الفرق دال عند ٠,٠١ لأن القيمة الناتجة وهي ٥,٦٧ أعلى من الموجودة بالجدول.

الدلالة بالنسبة لتفاعل الكليات × الظروف: الفرق غير دال لأن القيمة الناتجة وهي ٠,٤٥ أقل من الموجودة في الجدول.

الدلالة بالنسبة لتفاعل الوسائل × الظروف:

الفرق غير دال لأن القيمة الناتجة أقل من الموجودة بالجدول.

(٢)
تحليل التباين
ذو الثلاثة اتجاهات مع وجود أكثر من قيمة في كل صف وعمود (البارامتري)

مثال :

أجرى باحث دراسة على مجموعتين من الأطفال الرضع أحدهما بالريف والأخرى بالحضر، وقد أرضعت كل مجموعة بأحد طرق الرضاعة الثلاث الآتية : عن طريق الثدي ، عن طريق الزجاجة ، عن طريق الثدي والزجاجة معاً ، كما أن كل مجموعة من مجموعات الرضاعة انقسمت إلى ثلاث مجموعات عمرية هي : ٣ ثلاثة شهور ، ٦ ستة شهور ، ١٢ إثني عشر شهراً . فهل يختلف التآزر البصري الحركي لدى هؤلاء الأطفال الرضع حسب طريقة الرضاعة ، وحسب عمر الطفل ، وحسب بعد الريف الحضر. كما تتضح نتائج تلك الدراسة في الجدول الآتي :

طريق الرضاعة / العمر / الريف ـ الحضر	الرضاعة بالثدي			الرضاعة بالزجاجة			الرضاعة بالاثنين		
	٣ شهور	٦ شهور	١٢ شهر	٣ شهور	٦ شهور	١٢ شهر	٦ شهور	١٢ شهر	٣ شهور
١ ـ ريف	٤ ٥ ٣ ٢	٢ ٣ ٣ ٢	٤ ٥ ٣ ٢	٢ ٢ ٣ ١	٢ ٣ ٤ ١	٢ ٤ ٣ ٣	٣ ٣ ٢ ٢	٤ ٤ ٥ ٢	٣ ٣ ٤ ٥
٢ ـ حضر	٣ ٥ ٣ ٤	٥ ٥ ٢ ٤	٤ ٥ ٣ ٣	٤ ٤ ٣ ٣	٣ ٣ ٥ ٤	٢ ٣ ٣ ١	٣ ٣ ٢ ٢	٤ ٤ ٣ ٢	٢ ٢ ١ ٣

١ ـ يتم تكوين جدول من السابق يتضمن مجموع قيم الريف في كل عمر معاً، ويتضمن كذلك مجموع قيم الحضر في كل عمر معاً أيضاً كما يلي:

العمر / ريف ـ حضر	الرضاعة بالثدي			الرضاعة بالزجاجة			الرضاعة من الاثنين		
	٣ شهور	٦ شهور	١٢ شهر	٣ شهور	٦ شهور	١٢ شهر	٣ شهور	٦ شهور	١٢ شهر
١ ـ ريف	١٤	١٠	١٤	٨	١٠	١٢	١٠	١٥	١٥
٢ ـ حضر	١٥	١٦	١٥	١٤	١٥	٩	١٠	١٣	٨

٢ ـ يتم حساب مجموع المربعات الكلية.

مجموع المربعات الكلية = مربع العدد في كل صف (٨ صفوف × ٩ أعمدة) في الجدول الأول ـ $\frac{\text{مربع المجموع الكلي للقيم في الجدول الثاني}}{\text{٨ صفوف × ٩ أعمدة}}$

$= [(٤)^{٢} + (٢)^{٢} + (٤)^{٢} + (٢)^{٢} + (٢)^{٢} + (٢)^{٢} + (٣)^{٢} + (٤)^{٢} + (٣)^{٢}]$

$+ [(٥)^{٢} + (٣)^{٢} + (٥)^{٢} + (٢)^{٢} + (٣)^{٢} + (٤)^{٢} + (٣)^{٢} + (٤)^{٢} + (٣)^{٢}]$

$+ [(٣)^{٢} + (٣)^{٢} + (٣)^{٢} + (٣)^{٢} + (٢)^{٢} + (٥)^{٢} + (٤)^{٢}]$

$+ [(٢)^{٢} + (٢)^{٢} + (٢)^{٢} + (١)^{٢} + (١)^{٢} + (٣)^{٢} + (٢)^{٢} + (٢)^{٢} + (٥)^{٢}]$

$+ [(٣)^{٢} + (٥)^{٢} + (٤)^{٢} + (٤)^{٢} + (٣)^{٢} + (٢)^{٢} + (٣)^{٢} + (٤)^{٢} + (٢)^{٢}]$

$+ [(٥)^{٢} + (٥)^{٢} + (٥)^{٢} + (٤)^{٢} + (٣)^{٢} + (٣)^{٢} + (٣)^{٢} + (٤)^{٢} + (٢)^{٢}]$

$+ [(٣)^{٢} + (٢)^{٢} + (٣)^{٢} + (٣)^{٢} + (٥)^{٢} + (٣)^{٢} + (٢)^{٢} + (٣)^{٢} + (١)^{٢}]$

$+ [(٤)^{٢} + (٤)^{٢} + (٣)^{٢} + (٣)^{٢} + (٤)^{٢} + (١)^{٢} + (٢)^{٢} + (٢)^{٢} + (٣)^{٢}]$

$= ١٠٢ + ١٢٢ + ١٠٦ + ٥٦ + ١٠٨ + ١٣٨ + ٧٩ + ٨٤ = ٧٩٥$

$$= 795 - \frac{(14 + 10 + 14 + 8 + 10 + 12 + 10 + 15 + 15 + 15 + 16 + 15 + 14}{72}$$

$$\frac{+ 15 + 9 + 10 + 13 + 8)^2}{} = 795 - \frac{(223)^2}{72}$$

$$= 795 - 69,68 = 104,32$$

٣ ـ مجموع المربعات بين المجموعات =

$$\frac{\text{مربع العدد في كل صف بالجدول الثاني}}{\text{٤ أي عدد الصفوف في الريف أو في الحضر}} - \frac{\text{مربع المجموع الكلي للقيم في الجدول الثاني}}{8 \times 9} =$$

$$\frac{(14)^2 + (1)^2 + (14)^2 + (8)^2 + (10)^2 + (12)^2 + (10)^2 + (15)^2 + (15)^2 +}{4}$$

$$\frac{(15)^2 + (16)^2 + (15)^2 + (14)^2 + (15)^2 + (9)^2 + (10)^2 + (13)^2 + (8)^2}{} -$$

$$\frac{(223)^2}{72} = \frac{2891}{4} - 690,68 = 722,75 - 690,68 = 32,07.$$

مجموع المربعات داخل المجموعات = ١٠٤,٣٢ - ٣٢,٠٧ = ٧٢,٢٥.

٤ ـ ويوضح الجدول الآتي النتائج السابقة.

التباين بين:	مجموع المربعات	د. الحرية	متوسط مجموع المربعات
١ ـ بين المجموعات	٣٢,٠٧	١٨ - ١ = ١٧	١,٨٨
٢ ـ داخل المجموعات (البواقي)	٧٢,٢٥	٥٤	١,٣٣
	١٠٤,٣٢	٧١	

٥ - يتم جمع العدد في كل طريقة من طرق الرضاعة بجميع الأعمار في كل من الريف والحضر كما يتبين بالجدول الآتي:

طريقة الرضاعة / ريف - حضر	الثدي	الزجاجة	الثدي والزجاجة معاً	المجموع
١ - ريف	٣٨	٣٠	٤٠	١٠٨
٢ - حضر	٤٦	٣٨	٣١	١١٥
	٨٤	٦٨	٧١	٢٢٣

٦ - مجموع المربعات الكلية =

$$\frac{(٣٨)^٢ + (٣٠)^٢ + (٤٠)^٢ + (٤٦)^٢ + (٣٨)^٢ + (٣١)^٢}{\text{١٢ × (عدد الصفوف في الريف أو الحضر وهي ٤ × عدد أعمدة فئات العمر وهي ٣ = ١٢)}} - \frac{(٢٢٣)^٢}{٧٢}$$

$$= \frac{٨٤٦٥}{٧٢} - ٦٩٠,٦٨ = ٧٠٥,٤١ - ٦٩٠,٦٨ = ١٤,٧٣$$

٧ - مجموع المربعات بين الريف والحضر = $\frac{(١٠٨)^٢ + (١١٥)^٢}{٣٦}$ -

$= ٦٩٠,٦٨$

$$= \frac{٢٤٨٨٩}{٣٦} - ٦٩٠,٦٨ =$$

$$٦٩١,٣٦ - ٦٩٠,٦٨ = ٠,٦٨١$$

٨ - مجموع المربعات بين أساليب الرضاعة =

$$= \frac{(٨٤)^٢ + (٦٨)^٢ + (٧١)^٢}{٢٤} - ٦٩٠,٦٨ =$$

$$= \frac{١٦٧٢١}{٢٤} - ٦٩٠,٦٨ =$$

$$= ٦٩٦,٧٠ - ٦٩٠,٦٨ = ٦,٠٢$$

٩ - مجموع مربعات تفاعل أساليب الرضاعة × الريف حضر = مجموع

المربعات الكلية - (مجموع المربعات بين الريف والحضر + مجموع المربعات بين أساليب الرضاعة) =

= ١٤,٧٣ - (٠,٦٨١ + ٦,٠٢٠) = ١٤,٧٣٠ - ٦,٧٠١ = ٨,٠٢٩ ،

١٠ ـ يتم جمع العدد في كل فئة عمرية بالريف والحضر كما في الجدول التالي:

العمر / ريف ـ حضر	٣ شهور	٦ شهور	١٢ شهر	المجموع
ريف	٣٢	٣٥	٤١	١٠٨
حضر	٣٩	٤٤	٣٢	١١٥
المجموع	٧١	٧٩	٧٣	٢٢٣

١١ ـ مجموع المربعات الكلية =

$$\frac{(٣٢)^٢ + (٣٥)^٢ + (٤١)^٢ + (٣٩)^٢ + (٤٤)^٢ + (٣٢)^٢}{١٢} - ٦٩٠,٦٨ =$$

$$\frac{٨٤١١}{١٢} - ٦٩٠,٦٨ = ٧٠٠,٩١ - ٦٩٠,٦٨ = ١٠,٢٣$$

١٢ ـ مجموع المربعات بين الأعمار = $\frac{(٧١)^٢ + (٧٩)^٢ + (٧٣)^٢}{٢٤}$ -

$$٦٩٠,٦٨ = \frac{١٦٦١١}{٢٤} - ٦٩٠,٦٨ =$$

$$٦٩٢,١٢ - ٦٩٠,٦٨ = ١,٤٤$$

١٣ ـ مجموع المربعات بين الريف والحضر = (نفس نتيجة الخطوة رقم ٧) = ٠,٦٨١

١٤ ـ مجموع مربعات تفاعل الأعمار × الريف خضر = ١٠,٢٣ -

(١,٤٤٠ + ٠,٦٨١) = ١٠,٢٣٠ - ٢,١٢١ = ٨,١٠٩

١٥ ـ يتم عمل الجدول الآتي أساليب الرضاعة والعمر من الجدول الثاني الذي تم تكوينه من الجدول الأول.

أساليب الرضاعة / العمر	الثدي	الزجاجة	الثدي والزجاجة	المجموع
٣ شهور	٢٩	٢٢	٢٠	٧١
٦ شهور	٢٦	٢٥	٢٨	٧٩
١٢ شهر	٢٩	٢١	٢٣	٧٣
المجموع	٨٤	٦٨	٧١	٢٢٣

١٦ ـ مجموع المربعات الكلية =

$$\frac{(٢٩)^٢ + (٢٢)^٢ + (٢٠)^٢ + (٢٦)^٢ + (٢٥)^٢ + (٢٨)^٢ + (٢٩)^٢ + (٢١)^٢ + (٢٣)^٢}{\text{٨ (عدد الصفوف في الريف والحضر)}}$$

- ٦٩٠,٦٨ = $\frac{٥٦٢١}{٨}$ - ٦٩٠,٦٨ =

= ٧٠٢,٦٢ - ٦٩٠,٦٨ = ١١,٩٤

١٧ ـ مجموع المربعات بين الأعمار = (نفس النتيجة في الخطوة رقم ١٢) = ١,٤٤

١٨ ـ مجموع المربعات بين أساليب الرضاعة = (نفس النتيجة في الخطوة رقم ٨) = ٦,٠٢.

١٩ ـ مجموع مربعات تفاعل الأعمار × أساليب الرضاعة = ١١,٩٤ - (١,٤٤ + ٦,٠٢) = ١١,٩٤ - ٧,٤٦ = ٤,٤٨.

٢٠ ـ يتم من النتائج السابقة عمل جدول تحليل التباين الآتي :

التباين بين :	مجموع المربعات	د. الحرية	
بين أساليب الرضاعة	٦,٠٢	٣=١-٣	٣,٠١٠
بين الريف ـ الحضر	٠,٦٨١	١=١-٢	٠,٦٨١
بين الأعمار	١,٤٤٠	٢=١-٣	٠,٧٢٠
تفاعل أساليب الرضاعة × الريف حضر	٨,٠٢	٢=١-٣	٤,٠١٠
تفاعل الريف حضر × الأعمار	٨,١٠٩	٢=١-٣	٤,٠٥٤٠
تفاعل الأعمار × أساليب الرضاعة	٤,٤٨٠	٤=٢-٦	١,١٢٠
تفاعل أساليب الرضاعة × الريف حضر × الأعمار	٣,٣٢	٤=٣-٧ (*)	٠,٨٣٠
البواقي	٧٢,٢٥	٥٤	١,٣٣
المجموع الكلي	١٠٤,٣٢		

والبواقي التي في الجدول السابق هي نفسها البواقي التي في الجدول الموجود بالخطوة رقم ٤ . وقد استخرج تفاعل أساليب الرضاعة × الريف حضر × الأعمار بجمع مجموع المربعات من ١ - ٦ + البواقي وطرح الناتج من المجموع الكلي .

وبالكشف عن دلالة نسبة «ف» نجد أنها داللا فقط بالنسبة لما يلي :

١ ـ تفاعل أساليب الرضاعة × الريف حضر .

٢ ـ تفاعل الريف حضر × الأعمار .

(*) حيث إن أساليب الرضاعة ٣ + الريف حضر ١ + الأعمار ٣ = ٧ .

جداول قيم نسبة «ف»

درجات حرية نسبة ف	د. ح. التباين الكبير ١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	مستوى الدلالة
١	١٦١	٢٠٠	٢١٦	٢٢٥	٢٣٠	٢٣٤	٢٣٨	٢٣٩	٢٤١	٢٤٢	٢٤٣	٢٤٤	٠٫٠٥
	٤٠٥٢	٤٩٩٩	٥٤٠٣	٥٦٢٥	٥٧٦٤	٥٨٥٩	٥٩٢٨	٥٩٨١	٦٠٢٢	٦٠٥٦	٦٠٨٢	٦١٠٦	٠٫٠١
٢	١٨٫١٥	١٩٫٠٠	١٩٫١٦	١٩٫٢٥	١٩٫٣٠	١٩٫٣٣	١٩٫٣٦	١٩٫٣٧	١٩٫٣٨	١٩٫٣٩	١٩٫٤٠	١٩٫٤١	٠٫٠٥
	٩٨٫٤٩	٩٩٫٠١	٩٩٫١٧	٩٩٫٢٥	٩٩٫٣٠	٩٩٫٣٣	٩٩٫٣٤	٩٩٫٣٦	٩٩٫٣٨	٩٩٫٤٠	٩٩٫٤١	٩٩٫٤٢	٠٫٠١
٣	١٠٫١٣	٩٫٥٥	٩٫٢٨	٩٫١٢	٩٫٠١	٨٫٩٤	٨٫٨٨	٨٫٨٤	٨٫٨١	٨٫٧٨	٨٫٧٦	٨٫٧٤	٠٫٠٥
	٣٤٫١٢	٣٠٫٨١	٢٩٫٤٦	٢٨٫٧١	٢٨٫٢٤	٢٧٫٩١	٢٧٫٦٧	٢٧٫٤٩	٢٧٫٣٤	٢٧٫٢٣	٢٧٫١٣	٢٧٫٥٠	٠٫٠١
٤	٧٫٧١	٦٫٩٤	٦٫٥٩	٦٫٣٩	٦٫٢٦	٦٫١٦	٦٫٠٩	٦٫٠٤	٦٫٠٠	٥٫٩٦	٥٫٩٣	٥٫٩١	٠٫٠٥
	٢١٫٢٠	١٨٫٠٠	١٦٫٦٩	١٥٫٩٨	١٥٫٥٢	١٥٫٢١	١٤٫٩٨	١٤٫٨٠	١٤٫٦٦	١٤٫٥٤	١٤٫٤٥	١٤٫٣٧	٠٫٠١
٥	٦٫٦١	٥٫٧٩	٥٫٤١	٥٫١٩	٥٫٠٥	٤٫٩٥	٤٫٨٨	٤٫٨٢	٤٫٧٨	٤٫٧٤	٤٫٧٠	٤٫٦٨	٠٫٠٥
	١٦٫٢٦	١٣٫٢٧	١٢٫٠٦	١١٫٣٩	١٠٫٩٧	١٠٫٦٧	١٠٫٤٥	١٠٫٢٧	١٠٫١٥	١٠٫٠٥	٩٫٩٦	٩٫٨٩	٠٫٠١
٦	٥٫٩٩	٥٫١٤	٤٫٧٦	٤٫٥٣	٤٫٣٩	٤٫٢٨	٤٫٢١	٤٫١٥	٤٫١٠	٤٫٠٦	٤٫٠٣	٤٫٠٠	٠٫٠٥
	١٣٫٧٤	١٠٫٩٢	٩٫٧٨	٩٫١٥	٨٫٧٥	٨٫٤٧	٨٫٢٦	٨٫١٠	٧٫[illegible]	٧٫٨٧	٧٫٧٩	٧٫٧٢	٠٫٠١
٧	٥٫٥٩	٤٫٧٤	٤٫٣٥	٤٫١٢	٣٫٩٧	٣٫٨٧	٣٫٧٩	٣٫٧٣	٣٫٦٨	٣٫٦٣	٣٫٦٠	٣٫٥٧	٠٫٠٥
	١٢٫٢٥	٩٫٥٥	٨٫٤٥	٨٫٨٥	٧٫٤٦	٧٫١٩	٧٫٠٠	٦٫٨٤	٦٫٧١	٦٫٦٢	٦٫٥٤	٦٫٤٧	٠٫٠١
٨	٥٫٣٢	٤٫٤٦	٤٫٠٧	٣٫٨٤	٣٫٦٩	٣٫٥٨	٣٫٥٠	٣٫٤٤	٣٫٣٩	٣٫٣٤	٣٫٣١	٣٫٢٨	٠٫٠٥
	١١٫٢٦	٨٫٦٥	٧٫٥٩	٧٫٠١	٦٫٦٣	٦٫٣٢	٦٫١٩	٦٫٠٣	٥٫٩١	٥٫٨٢	٥٫٧٤	٥٫٦٧	٠٫٠١
٩	٥٫١٢	٤٫٢٦	٣٫٨٦	٣٫٦٣	٣٫٤٨	٣٫٣٧	٣٫٢٩	٣٫٢٣	٣٫١٨	٣٫١٣	٣٫١٠	٣٫٠٧	٠٫٠٥
	١٠٫٥٦	٨٫٠٢	٦٫٩٩	٦٫٤٢	٦٫٠٦	٥٫٨٠	٥٫٦٢	٥٫٤٧	٥٫٣٥	٥٫٢٦	٥٫١٨	٥٫١١	٠٫٠١
١٠	٤٫٩٦	٤٫١٠	٣٫٧١	٣٫٤٨	٣٫٣٣	٣٫٢٢	٣٫١٤	٣٫٠٧	٣٫٠٢	٢٫٩٧	٢٫٩٤	٢٫٩١	٠٫٠٥
	١٠٫٠٤	٧٫٥٦	٦٫٥٥	٥٫٩٩	٥٫٦٤	٥٫٣٩	٥٫٢١	٥٫٠٦	٤٫٩٥	٤٫٨٥	٤٫٧٨	٤٫٧١	٠٫٠١
١١	٤٫٨٤	٣٫٩٨	٣٫٥٩	٣٫٣٦	٣٫٢٠	٣٫٠٩	٣٫٠١	٢٫٩٥	٢٫٩٠	٢٫٨٦	٢٫٨٢	٢٫٧٩	٠٫٠٥
	٩٫٦٥	٧٫٢٠	٦٫٢٢	٥٫٦٧	٥٫٣٢	٥٫٠٧	٤٫٨٨	٤٫٧٤	٤٫٦٣	٤٫٥٤	٤٫٤٦	٤٫٤٠	٠٫٠١
١٢	٤٫٧٥	٣٫٨٨	٣٫٤٩	٣٫٢١	٣٫١١	٣٫٠٠	٢٫٩٢	٢٫٨٥	٢٫٨٠	٢٫٧٦	٢٫٧٢	٢٫٦٩	٠٫٠٥
	٩٫٣٣	٦٫٩٣	٥٫٩٥	٥٫٤١	٥٫٠٦	٤٫٨٢	٤٫٦٥	٤٫٥٠	٤٫٣٩	٤٫٣٠	٤٫٢٢	٤٫١٦	٠٫٠١
١٣	٤٫٦٧	٣٫٨٠	٣٫٤١	٣٫١٨	٣٫٠٢	٢٫٩٢	٢٫٨٤	٢٫٧٧	٢٫٧٢	٢٫٦٧	٢٫٦٣	٢٫٦٠	٠٫٠٥
	٩٫٠٧	٦٫٧٠	٥٫٧٤	٥٫٢٠	٤٫٨٦	٫٦٢	٤٫٤٤	٤٫٣٠	٤٫١٩	٤٫١٠	٤٫٠٢	٣٫٩٦	٠٫٠١

د. ح. التباين الصغير

جداول نسبة «ف»

درجات حرية نسبة ف (د . ح . التباين الصغير)	د . ح . التباين الكبير ١٤	١٦	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٧٥	١٠٠	٢٠٠	٥٠٠	∞	مستوى الدلالة
١	٢٤٥	٢٤٦	٢٤٨	٢٤٩	٢٥٠	٢٥٠	٢٥٢	٢٥٣	٢٥٣	٣٥٤	٢٥٤	٢٥٤	٠,٠٥
	٦١٤٢	٦١٦٩	٦٢٠٨	٦٢٣٤	٦٢٥٨	٦٢٨٦	٦٣٠٢	٦٣٢٣	٦٣٣٤	٦٣٥٢	٦٣٦١	٦٣٦٦	٠,٠١
٢	١٩,٤٢	١٩,٤٣	١٩,٤٤	١٩,٤٥	١٩,٤٦	١٩,٤٧	١٩,٤٧	١٩,٤٨	١٩,٤٩	١٩,٤٩	١٩,٥٠	١٩,٥٠	٠,٠٥
	٩٩,٤٣	٩٩,٤٤	٩٩,٤٥	٩٩,٤٦	٩٩,٤٧	٩٩,٤٨	٩٩,٤٨	٩٩,٤٩	٩٩,٤٩	٩٩,٤٩	٩٩,٥٠	٩٩,٥٠	٠,٠١
٣	٨,٧١	٨,٦٩	٨,٦٦	٨,٦٤	٨,٦٢	٨,٦٠	٨,٥٨	٨,٥٧	٨,٥٦	٨,٥٤	٨,٥٤	٨,٥٣	٠,٠٥
	٢٦,٩٢	٢٦,٨٣	٢٦,٦٩	٢٦,٦٠	٢٦,٥٠	٢٦,٤١	٢٦,٣٥	٢٦,٢٧	٢٦,٢٣	٢٦,١٨	٢٦,١٤	٢٦,١٢	٠,٠١
٤	٥,٨٧	٥,٨٤	٥,٨٠	٥,٧٧	٥,٧٤	٥,٧١	٥,٧٠	٥,٦٨	٥,٦٦	٥,٦٥	٥,٦٤	٥,٦٣	٠,٠٥
	١٤,٢٤	١٤,١٥	١٤,٠٢	١٣,٩٣	١٣,٨٣	١٣,٧٤	١٣,٦٩	١٣,٦١	١٣,٥٧	١٣,٥٢	١٣,٤٨	١٣,٤٦	٠,٠١
٥	٤,٦٤	٤,٦٠	٤,٥٦	٤,٥٣	٤,٥٠	٤,٤٦	٤,٤٤	٤,٤٢	٤,٤٠	٤,٣٨	٤,٣٧	٤,٣٦	٠,٠٥
	٩,٧٧	٩,٦٨	٩,٥٥	٩,٤٧	٩,٣٨	٩,٢٩	٩,٢٤	٩,١٧	٩,١٣	٧,٠٧	٩,٠٤	٩,٠٢	٠,٠١
٦	٣,٩٦	٣,٩٢	٣,٨٧	٣,٨٤	٣,٨١	٣,٧٧	٣,٧٥	٣,٧٢	٣,٧١	٣,٦٩	٣,٦٨	٣,٦٧	٠,٠٥
	٧,٦٠	٧,٥٢	٧,٣٩	٧,٣١	٧,٢٣	٧,١٤	٧,٠٩	٧,٠٢	٦,٩٩	٦,٩٤	٦,٩٠	٦,٨٨	٠,٠١
٧	٣,٥٢	٣,٤٩	٣,٤٤	٣,٤١	٣,٣٨	٣,٣٤	٣,٣٢	٣,٢٩	٣,٢٨	٣,٢٥	٣,٢٤	٣,٢٣	٠,٠٥
	٦,٣٥	٦,٢٧	٦,١٥	٦,٠٧	٥,٩٨	٥,٩٠	٥,٨٥	٥,٧٨	٥,٧٥	٥,٧٠	٥,٦٧	٥,٦٥	٠,٠١
٨	٣,٢٣	٣,٢٠	٣,١٥	٣,١٢	٣,٠٨	٣,٠٥	٣,٠٣	٣,٠٠	٢,٩٨	٢,٩٦	٢,٩٤	٢,٩٣	٠,٠٥
	٥,٥٦	٥,٤٨	٥,٣٦	٥,٢٨	٥,٢٠	٥,١١	٥,٠٦	٥,٠٠	٤,٩٦	٤,٩١	٤,٨٨	٤,٨٦	٠,٠١
٩	٣,٠٢	٢,٩٨	٢,٩٣	٢,٩٠	٢,٨٦	٢,٨٢	٢,٨٠	٢,٧٧	٢,٧٦	٢,٧٣	٢,٧٢	٢,٧١	٠,٠٥
	٥,٠٠	٤,٩٢	٤,٨٠	٤,٧٣	٤,٦٤	٤,٥٦	٤,٥١	٤,٤٥	٤,٤١	٤,٣٦	٤,٣٣	٤,٣١	٠,٠١
١٠	٢,٨٦	٢,٨٢	٢,٧٧	٢,٧٤	٢,٧٠	٢,٦٧	٢,٦٤	٢,٦١	٢,٥٩	٢,٥٦	٢,٥٥	٢,٥٤	٠,٠٥
	٤,٦٠	٤,٥٢	٤,٤١	٤,٣٣	٤,٢٥	٤,١٧	٤,١٢	٤,٠٥	٤,٠١	٣,٩٦	٣,٩٣	٣,٩١	٠,٠١
١١	٢,٧٤	٢,٧٠	٢,٦٥	٢,٦١	٢,٥٧	٢,٥٣	٢,٥٠	٢,٤٧	٢,٤٥	٢,٤٢	٢,٤١	٢,٤٠	٠,٠٥
	٤,٢٩	٤,٢١	٤,١٠	٤,٠٢	٣,٩٤	٣,٨٦	٣,٨٠	٣,٧٤	٣,٧٠	٣,٦٦	٣,٦٢	٣,٦٠	٠,٠١
١٢	٢,٦٤	٢,٦٠	٢,٥٤	٢,٥٠	٢,٤٦	٢,٤٢	٢,٤٠	٢,٣٦	٢,٣٥	٢,٣٢	٢,٣١	٢,٣٠	٠,٠٥
	٤,٠٥	٣,٩٨	٣,٨٦	٣,٨٧	٣,٧٠	٣,٦١	٣,٥٦	٣,٤٩	٣,٤٦	٣,٤١	٣,٣٨	٣,٣٦	٠,٠١
١٣	٢,٥٥	٢,٥١	٢,٤٦	٢,٤٢	٢,٣٨	٢,٣٤	٢,٣٢	٢,٢٨	٢,٢٦	٢,٢٤	٢,٢٢	٢,٢١	٠,٠٥
	,٨٥	٣,٧٨	٣,٦٧	٣,٥٩	٣,٥٨	٣,٤٢	٣,٣٧	٣,٣٠	٣,٢٧	٣,٢١	٣,١٨	٣,١٦	٠,٠١

مستويات الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية

درجات حرية نسبة ف (د . ح . التباين الصغير)	د . ح . التباين الكبير ١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	مستوى الدلالة
١٤	٤,٦٠	٣,٧٤	٣,٣٤	٣,١١	٢,٩٦	٢,٨٥	٢,٧٧	٢,٧٠	٢,٦٥	٢,١٠	٢,٥٦	٢,٥٣	٠,٠٥
	٨,٨٦	٥,٥١	٥,٥٦	٥,٠٣	٤,٦٩	٤,٤٦	٤,٢٨	٤,١٤	٤,٠٣	٣,٩٤	٣,٨٦	٣,٨٠	٠,٠١
١٥	٤,٥٤	٣,٦٨	٣,٢٩	٣,٠٦	٢,٩٠	٢,٧٩	٢,٧٠	٢,٦٤	٢,٥٩	٢,٥٥	٢,٥١	٢,٤٨	٠,٠٥
	٨,٦٨	٦,٣٦	٥,٤٢	٤,٨٩	٤,٥٦	٤,٣٢	٤,١٤	٤,٠٠	٣,٨٩	٣,٨٠	٣,٧٣	٣,٦٧	٠,٠١
١٦	٤,٤٩	٣,٦٣	٣,٢٤	٣,٠١	٢,٨٥	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٥٩	٢,٥٤	٢,٤٩	٢,٤٥	٢,٤٢	٠,٠٥
	٨,٥٣	٦,٢٣	٥,٢٩	٤,٧٤	٤,٤٤	٤,٢٠	٤,٠٣	٣,٨٩	٣,٧٨	٣,٦٩	٣,٦١	٣,٥٥	٠,٠١
١٧	٤,٤٥	٣,٥٩	٣,٢٠	٢,٩٦	٢,٨١	٢,٧٠	٢,٦٢	٢,٥٥	٢,٥٠	٢,٤٥	٢,٤١	٢,٣٨	٠,٠٥
	٨,٤٠	٦,١١	٥,١٨	٤,٦٧	٤,٣٤	٤,١٠	٣,٩٣	٣,٧٩	٣,٦٨	٣,٥٩	٣,٥٢	٣,٤٥	٠,٠١
١٨	٤,٤١	٣,٥٥	٣,١٦	٢,٩٣	٢,٧٧	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٥١	٢,٤٦	٢,٤١	٢,٣٧	٢,٣٤	٠,٠٥
	٨,٢٨	٦,٠١	٥,٠٩	٤,٥٨	٤,٢٥	٤,٠١	٣,٨٥	٣,٧١	٣,٦٠	٣,٥١	٣,٤٤	٣,٣٧	٠,٠١
١٩	٤,٣٨	٣,٥٢	٣,١٣	٢,٩٠	٢,٧٤	٢,٦٣	٢,٥٥	٢,٤٨	٢,٤٣	٢,٣٨	٢,٣٤	٢,٣١	٠,٠٥
	٨,١٨	٥,٩٣	٥,٠١	٤,٥٠	٤,١٧	٣,٩٤	٣,٧٧	٣,٦٣	٣,٥٢	٣,٤٣	٣,٣٦	٣,٣٠	٠,٠١
٢٠	٤,٣٥	٣,٤٩	٣,١٠	٢,٨٧	٢,٧١	٢,[illegible]	٢,٥٢	٢,٤٥	٢,٤٠	٢,٣٥	٢,٣١	٢,٢٨	٠,٠٥
	٨,١٠	٥,٨٥	٤,٩٤	٤,٤٣	٤,١٠	٣,٨٧	٣,٧١	٣,٥٦	٣,٤٥	٣,٣٧	٣,٣٠	٣,٢٣	٠,٠١
٢١	٤,٣٢	٣,٤٧	٣,٠٧	٢,٨٤	٢,٦٨	٢,٥٧	٢,٤٩	٢,٤٢	٢,٣٧	٢,٣١	٢,٢٨	٢,٢٥	٠,٠٥
	٨,٠٢	٥,٧٨	٤,٨٧	٤,٣٧	٤,٠٤	٣,٨١	٣,٦٥	٣,٥١	٣,٤٠	٣,٣١	٣,٢٤	٣,١٧	٠,٠١
٢٢	٤,٣٠	٣,٤٤	٣,٠٥	٢,٨٢	٢,٦٦	٢,٥٥	٢,٤٧	٢,٤٠	٢,٣٥	٢,٣٠	٢,٢٦	٢,٢٣	٠,٠٥
	٧,٩٤	٥,٧٢	٤,٨٢	٤,٣١	٣,٩٩	٣,٧٦	٣,٥٩	٣,٤٥	٣,٣٥	٣,٢٦	٣,١٨	٣,١٢	٠,٠١
٢٣	٤,٢٨	٣,٤٢	٣,٠٣	٢,٨٠	٢,٦٤	٢,٥٣	٢,٤٥	٢,٣٨	٢,٣٢	٢,٢٨	٢,٢٤	٢,٢٠	٠,٠٥
	٧,٨٨	٥,٦٦	٤,٧٦	٤,٢٦	٣,٩٤	٣,٧١	٣,٥٤	٣,٤١	٣,٣٠	٣,٢١	٣,١٤	٣,٠٧	٠,٠١
٢٤	٤,٢٦	٣,٤٠	٣,٠١	٢,٧٨	٢,٦٢	٢,٥١	٢,٤٣	٢,٣٦	٢,٣٠	٢,٢٦	٢,٢٢	٢,١٨	٠,٠٥
	٧,٨٢	٥,٦١	٤,٧٢	٤,٢٢	٣,٩٠	٣,٦٧	٣,٥٠	٣,٣٦	٣,٢٥	٣,١٧	٣,٠٩	٣,٠٣	٠,٠١
٢٥	٤,٢٤	٣,٣٨	٢,٩٩	٢,٧٦	٢,٦٠	٢,٤٩	٢,٤١	٢,٣٤	٢,٢٨	٢,٢٤	٢,٢[illegible]	٢,١٦	٠,٠٥
	٧,٧٧	٥,٥٧	٤,٦٨	٤,١٨	٣,٨٦	٣,٦٣	٣,٤٦	٣,٣٢	٣,٢١	٣,١٣	٣,٠٥	٢,٩٩	٠,٠١
٢٦	٤,٢٢	٣,٣٧	٢,٩٨	٢,٧٤	٢,٥٩	٢,٤٧	٢,٣٩	٢,٣٢	٢,٢٧	٢,٢٢	٢,١٨	٢,١٥	٠,٠٥
	٧,٧٢	٥,٥٣	٤,٦٤	٤,١٤	٣,٨٢	٣,٥٩	٣,٤٢	٣,٢٩	٣,١٧	٣,٠٩	٣,٠٢	٢,٩٦	٠,٠١

مستويات الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية

درجات حرية	د . ح . التباين الكبير												مستوى الدلالة
نسبة ف	١٤	١٦	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٧٥	١٠٠	٢٠٠	٥٠٠	∞	
د . ح . التباين الصغير ١٤	٢,٤٨	٢,٤٤	٢,٣٩	٢,٣٥	٢,٣١	٢,٢٧	٢,٢٤	٢,٢١	٢,١٩	٢,١٦	٢,١٤	٢,١٣	٠,٠٥
	٣,٧٠	٣,٦٢	٣,٥١	٣,٤٣	٣,٣٤	٢,٢٦	٣,٢١	٣,١٤	٣,١١	٣,٠٦	٣,٠٢	٣,٠٠	٠,٠١
١٥	٢,٤٣	٢,٣٩	٢,٣٣	٢,٢٩	٢,٢٥	٢,٢١	٢,١٨	٢,١٥	٢,١٢	٢,١٠	٢,٠٨	٢,٠٧	٠,٠٥
	٢,٥٦	٣,٤٨	٣,٣٦	٣,٢٩	٣,٢٠	٣,١٢	٣,٠٧	٣,٠٠	٢,٩٧	٢,٩٢	٢,٨٩	٢,٨٧	٠,٠١
١٦	٢,٣٧	٢,٣٣	٢,٢٨	٢,٢٤	٢,٢٠	٢,١٦	٢,١٣	٢,٠٩	٢,٠٧	٢,٠٤	٢,٠٢	٢,٠١	٠,٠٥
	٣,٤٥	٣,٣٧	٣,٢٥	٣,١٨	٣,١٠	٣,٠١	٢,٩٦	٢,٨٩	٢,٨٦	٢,٨٠	٢,٧٧	٢,٧٥	٠,٠١
١٧	٢,٣٣	٢,٢٩	٢,٢٣	٢,١٩	٢,١٥	٢,١١	٢,٠٨	٢,٠٤	٢,٠٢	١,٩٩	١,٩٧	١,٩٦	٠,٠٥
	٣,٣٥	٢,٢٧	٣,١٦	٣,٠٨	٣,٠٠	٢,٩٢	٢,٨٦	٢,٧٩	٢,٧٦	٢,٧٠	٢,٦٦	٢,٦٥	٠,٠١
١٨	٢,٢٩	٢,٢٥	٢,١٩	٢,١٥	٢,١١	٢,٠٧	٢,٠٤	٢,٠٠	١,٩٨	١,٩٥	١,٩٣	١,٩٢	٠,٠٥
	٣,٢٧	٣,١٩	٢,٠٧	٣,٠٠	٢,٩١	٢,٨٣	٢,٧٨	٢,٧١	٢,٦٨	٢,٦٢	٢,٥٩	٢,٥٧	٠,٠١
١٩	٢,٢٦	٢,٢١	٢,١٥	٢,١١	٢,٠٧	٢,٠٢	٢,٠٠	١,٩٦	١,٩٤	١,٩١	١.٩٠	١,٨٨	٠,٠٥
	٣,١٩	٢,١٢	٣,٠٠	٢,٩٢	٢,٨٤	١,٧٦	٢,٧٠	٢,٦٣	٢,٦٠	٢,٥٤	٢,٥	٢,٤٩	٠,٠١
٢٠	٢,٢٣	٢,١٨	٢,١٢	٢,٠٨	٢,٠٤	١,٩٩	١,٩٦	١,٩٢	١,٩٠	١,٨٧	١,٨٥	١,٨٤	٠,٠٥
	٣,١٣	٣,٠٥	٢,٩٤	٢,٨٦	٢,٧٧	٢,٦٩	٢,٦٣	٢,٥٦	٢,٥٣	٢,٤٧	٢,٤٤	٢,٤٢	٠,٠١
٢١	٢,٢٠	٢,١٥	٢,٠٩	٢,٠٥	٢,٠٠	١,٩٦	١,٩٣	١,٨٩	١,٨٧	١,٨٤	١,٨٢	١,٨١	٠,٠٥
	٣,٠٧	٢,٩٩	٢,٨٨	٢,٨٠	٢,٧٢	٢,٦٣	١,٥٨	٢,٥١	٢,٤٧	٢,٤٢	٢,٣٨	٢,٣٦	٠,٠١
٢٢	٢,١٨	٢,١٣	٢,٠٧	٢,٠٣	١,٩٨	١,٩٣	١,٩١	١,٨٧	١,٨٤	١,٨١	١,٨٠	١,٧٨	٠,٠٥
	٣,٠٢	٢,٩٤	٢,٨٣	٢,٧٥	٢,٦٧	٢,٥٨	٢,٥٣	٢,٤٦	٢,٤٢	٢,٣٧	٢,٣٣	٢,٣١	٠,٠١
٢٣	٢,١٤	٢,١٠	٢,٠٤	٢,٠٠	١,٩٦	١,٩١	١,٨٨	١,٨٤	١,٨٢	١,٧٩	١,٧٧	١,٧٦	٠,٠٥
	٢,٩٧	٢,٨٩	٢,٨٧	٢,٧٠	١,٦٢	٢,٥٣	٢,٤٨	٢,٤١	٢,٣٧	٢,٣٢	٢,٢٨	٢,٢٦	٠,٠١
٢٤	٢,١٣	٢,٠٩	٢,٠٢	١,٩٨	١,٩٤	١,٨٩	١,٨٦	١,٨٢	١,٨٠	١,٧٦	١,٧٤	١,٧٣	٠,٠٥
	٢,٩٣	٢,٨٥	٢,٧٤	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٤٩	٢,٤٤	٢,٣٦	٢,٣٣	٢,٢٧	٢,٢٣	٢,٢١	٠,٠١
٢٥	٢,١١	٢,٠٦	٢,٠٠	١,٩٦	١,٩٢	١,٨٧	١,٨٤	١,٨٠	١,٧٧	١,٧٤	١,٧٢	١,٧١	٠,٠٥
	٢,٨٩	٢,٨١	٢,٧٠	٢,٦٢	٢,٥٤	٢,٤٥	٢,٤٠	٢,٣٢	٢,٢٩	٢,٢٣	٢,١٩	٢,١٧	٠,٠١
٢٦	٢,١٠	٢,٠٥	١,٩٩	١,٩٥	١,٩٠	١,٨٥	١,٨٢	١,٧٨	١,٧٦	١,٧٢	١,٧٠	١,٦٩	٠,٠٥
	٢,٨٦	٢,٧٧	٢,٦٦	٢,٥٨	٢,٥٠	٢,٤١	٢,٣٦	٢,٢٨	٢,٢٥	٢,١٩	٢,١٥	٢,١٣	٠,٠١

مستويات الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية

درجات حرية نسبة ف	د . ح . التباين الكبير												مستوى الدلالة
د . ح . التباين الصغير	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	
٢٧	٤ر٢١	٣ر٣٥	٢ر٩٦	٢ر٧٣	٢ر٥٧	٢ر٤٦	٢ر٣٧	٢ر٣٠	٢ر٢٥	٢ر٢٠	٢ر١٦	٢ر١٣	٠ر٠٥
	٧ر٦٨	٥ر٤٩	٤ر٦٠	٤ر١١	٣ر٧٩	٣ر٥٦	٣ر٣٩	٣ر٢٦	٣ر١٤	٣ر٠٦	٢ر٩٨	٢ر٩٣	٠ر٠١
٢٨	٤ر٢٠	٣ر٣٤	٢ر٩٥	٢ر٧١	٢ر٥٦	٢ر٤٤	٢ر٣٦	٢ر٢٩	٢ر٢٤	٢ر١٩	٢ر١٥	٢ر١٢	٠ر٠٥
	٧ر٦٤	٥ر٤٥	٤ر٥٧	٤ر٠٧	٣ر٧٦	٣ر٥٣	٣ر٣٦	٣ر٢٣	٣ر١١	٣ر٠٣	٢ر٩٥	٢ر٩٠	٠ر٠١
٢٩	٤ر١٨	٣ر٣٣	٢ر٩٣	٢ر٧٠	٢ر٥٤	٢ر٤٣	٢ر٣٥	٢ر٢٨	٢ر٢٢	٢ر١٨	٢ر١٤	٢ر١٠	٠ر٠٥
	٧ر٦٠	٥ر٤٢	٤ر٥٤	٤ر٠٤	٣ر٧٣	٣ر٥٠	٣ر٣٣	٣ر٢٠	٣ر٠٨	٣ر٠٠	٢ر٩٢	٢ر٨٧	٠ر٠١
٣٠	٤ر١٧	٣ر٣٢	٢ر٩٢	٢ر٦٩	٢ر٥٣	٢ر٤٢	٢ر٣٤	٢ر٢٧	٢ر٢١	٢ر١٦	٢ر١٢	٢ر٠٩	٠ر٠٥
	٧ر٥٦	٥ر٣٩	٤ر٥١	٤ر٠٢	٣ر٧٠	٣ر٤٧	٣ر٣٠	٣ر١٧	٣ر٠٦	٢ر٩٨	٢ر٩٠	٢ر٨٤	٠ر٠١
٣٢	٤ر١٥	٣ر٣٠	٢ر٩٠	٢ر٦٧	٢ر٥١	٢ر٤٠	٢ر٣٢	٢ر٢٥	٢ر١٩	٢ر١٤	٢ر١٠	٢ر٠٧	٠ر٠٥
	٧ر٥٠	٥ر٣٤	٤ر٤٦	٣ر٩٧	٣ر٦٦	٣ر٤٠	٣ر٢٥	٣ر١٢	٣ر٠١	٢ر٩٤	٢ر٨٦	٢ر٨٠	٠ر٠١
٣٤	٤ر١٣	٣ر٢٨	٢ر٨٨	٢ر٦٥	٢ر٤٩	٢ر٣٨	٢ر٣٠	٢ر٢٣	٢ر١٧	٢ر١٢	٢ر٠٨	٢ر٠٥	٠ر٠٥
	٧ر٤٤	٥ر٢٩	٤ر٤٢	٣ر٩٣	٣ر٦١	٣ر٣٨	٣ر٢١	٣ر٠٨	٢ر٩٧	٢ر٨٩	٢ر٨٢	٢ر٧٦	٠ر٠١
٣٦	٤ر١١	٣ر٢٦	٢ر٨٦	٢ر٦٣	٢ر٤٨	[illegible]	٢ر٢	٢ر٢١	٢ر١٥	٢ر١٠	٢ر٠٦	٢ر٠٣	٠ر٠٥
	٧ر٣٩	٥ر٢٥	٤ر٣٨	٣ر٨٩	٣ر٥٨	٣ر٣٥	٣ر١٨	٣ر٠٤	٢ر٩٤	٢ر٨٦	٢ر٧٨	٢ر٧٢	٠ر٠١
٣٨	٤ر١٠	٣ر٢٥	٢ر٨٥	٢ر٦٢	٢ر٤٦	٢ر٣٥	٢ر٢٦	٢ر١٩	٢ر١٤	٢ر٠٩	٢ر٠٥	٢ر٠٢	٠ر٠٥
	٧ر٣٥	٥ر٢١	٤ر٣٤	٣ر٨٦	٣ر٥٤	٣ر٣٢	٣ر١٥	٣ر٠٢	٢ر٩١	٢ر٨٢	٢ر٧٥	٢ر٦٩	٠ر٠١
٤٠	٤ر٠٨	٣ر٢٣	٢ر٨٤	٢ر٦١	٢ر٤٥	٢ر٣٤	٢ر٢٥	٢ر١٨	٢ر١٢	٢ر٠٧	٢ر٠٤	٢ر٠٠	٠ر٠٥
	٧ر٣١	٥ر١٨	٤ر٣١	٣ر٨٣	٣ر٥١	٣ر٢٩	٣ر١٢	٢ر٩٩	٢ر٨٨	٢ر٨٠	٢ر٧٣	٢ر٦٦	٠ر٠١
٤٢	٤ر٠٧	٣ر٢٢	٢ر٨٣	٢ر٥٩	٢ر٤٤	٢ر٣٢	٢ر٢٤	٢ر١٧	٢ر١١	٢ر٠٦	٢ر٠٢	١ر٩٩	٠ر٠٥
	٧ر٢٧	٥ر١٥	٤ر٢٩	٣ر٨٠	٣ر٤٩	٣ر٢٦	٣ر١٠	٢ر٩٦	٢ر٨٦	٢ر٧٧	٢ر٧٠	٢ر٦٤	٠ر٠١
٤٤	٤ر٠٦	٣ر٢١	٢ر٨٢	٢ر٥٨	٢ر٤٣	٢ر٣١	٢ر٢٣	٢ر١٦	٢ر١٠	٢ر٠٥	٢ر٠١	١ر٩٨	٠ر٠٥
	٧ر٢٤	٥ر١٢	٤ر٢٦	٣ر٧٨	٣ر٤٦	٣ر٢٤	٣ر٠٧	٢ر٩٤	٢ر٨٤	٢ر٧٥	٢ر٦٨	٢ر٦٢	٠ر٠١
٤٦	٤ر٠٥	٣ر٢٠	٢ر٨١	٢ر٥٧	٢ر٤٢	٢ر٣٠	٢ر٢٢	٢ر١٤	٢ر٠٩	٢ر٠٤	٢ر٠٠	١ر٩٧	٠ر٠٥
	٧ر٢١	٥ر١٠	٤ر٢٤	٣ر٧٦	٣ر٤٤	٣ر٢٢	٣ر٠٥	٢ر٩٢	٢ر٨٢	٢ر٧٣	٢ر٦٦	٢ر٦٠	٠ر٠١
٤٨	٤ر٠٤	٣ر١٩	٢ر٨٠	٢ر٥٦	٢ر٤١	٢ر٣٠	٢ر٢١	٢ر١٤	٢ر٠٨	٢ر٠٣	١ر٩٩	١ر٩٦	٠ر٠٥
	٧ر١٩	٥ر٠٨	٤ر٢٢	٣ر٧٤	٣ر٤٢	٣ر٢٠	٣ر٠٤	٢ر٩٠	٢ر٨٠	٢ر٧١	٢ر٦٤	٢ر٥٨	٠ر٠١

مستويات الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية

	درجات حرية نسبة ف	د. ح. التباين الكبير ١٤	١٦	٢٠	٢٤	٣٠	٤٠	٥٠	٧٥	١٠٠	٢٠٠	٥٠٠	∞	مستوى الدلالة
د. ح. التباين الصغير	٢٧	٢٫٠٨ ٢٫٨٣	٢٫٠٣ ٢٫٧٤	١٫٩٧ ٢٫٦٣	١٫٩٣ ٢٫٥٥	١٫٨٨ ٢٫٤٧	١٫٨٤ ٢٫٣٨	١٫٨٠ ٢٫٣٣	١٫٧٦ ٢٫٢٥	١٫٧٤ ٢٫٢١	١٫٧١ ٢٫١٦	١٫٦٨ ٢٫١٢	١٫٦٧ ٢٫١٠	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٢٨	٢٫٠٦ ٢٫٨٠	٢٫٠٢ ٢٫٧١	١٫٩٦ ٢٫٦٠	١٫٩١ ٢٫٥٢	١٫٨٧ ٢٫٤٤	١٫٨١ ٢٫٣٥	١٫٧٨ ٢٫٣٠	١٫٧٥ ٢٫٢٢	١٫٧٢ ٢٫١٨	١٫٦٩ ٢٫١٣	١٫٦٧ ٢٫٠٩	١٫٦٥ ٢٫٠٦	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٢٩	٢٫٠٥ ٢٫٧٧	٢٫٠٠ ٢٫٦٨	١٫٩٤ ٢٫٥٧	١٫٩٠ ٢٫٤٩	١٫٨٥ ٢٫٤١	١٫٨٠ ٢٫٣٢	١٫٧٧ ٢٫٢٧	١٫٧٣ ٢٫١٩	١٫٧١ ٢٫١٥	١٫٦٨ ٢٫١٠	١٫٦٥ ٢٫٠٦	١٫٦٤ ٢٫٠٣	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٣٠	٢٫٠٤ ٢٫٧٤	١٫٩٩ ٢٫٦٦	١٫٩٣ ٢٫٥٥	١٫٨٩ ٢٫٤٧	١٫٨٤ ٢٫٣٨	١٫٧٩ ٢٫٢٩	١٫٧٦ ٢٫٢٤	١٫٧٢ ٢٫١٦	١٫٦٩ ٢٫١٣	١٫٦٦ ٢٫٠٧	١٫٦٤ ٢٫٠٣	١٫٦٢ ٢٫٠١	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٣٢	٢٫٠٢ ٢٫٧٠	١٫٩٧ ٢٫٦٢	١٫٩١ ٢٫٥١	١٫٨٦ ٢٫٤٢	١٫٨٢ ٢٫٣٤	١٫٧٦ ٢٫٢٥	١٫٧٤ ٢٫٢٠	١٫٦٩ ٢٫١٢	١٫٦٧ ٢٫٠٨	١٫٦٤ ٢٫٠٢	١٫٦١ ١٫٩٨	١٫٥٩ ١٫٩٦	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٣٤	٢٫٠٠ ٢٫٦٦	١٫٩٥ ٢٫٥٨	١٫٨٩ ٢٫٤٧	١٫٨٤ ٢٫٣٨	١٫٨٠ ٢٫٣٠	١٫٧٤ ٢٫٢١	١٫٧١ ٢٫١٥	١٫٦٧ ٢٫٠٨	١٫٦٤ ٢٫٠٤	١٫٦١ ١٫٩٨	١٫٥٩ ١٫٩٤	١٫٥٧ ١٫٩١	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٣٦	١٫٩٨ ٢٫٦٢	١٫٩٣ ٢٫٥٤	١٫٨٧ ٢٫٤٣	١٫٨٢ ٢٫٣٥	١٫٧٨ ٢٫٢٦	١٫٧٢ ٢٫١٧	١٫٦٩ ٢٫١٢	١٫٦٥ ٢٫٠٤	١٫٦٢ ٢٫٠٠	١٫٥٩ ١٫٩٤	١٫٥٦ ١٫٩٠	١٫٥٥ ١٫٨٧	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٣٨	١٫٩٦ ٢٫٥٩	١٫٩٢ ٢٫٥١	١٫٨٥ ٢٫٤٠	١٫٨٠ ٢٫٣٢	١٫٧٦ ٢٫٢٢	١٫٧١ ٢٫١٤	١٫٦٧ ٢٫٠٨	١٫٦٣ ٢٫٠٠	١٫٦٠ ١٫٩٧	١٫٥٧ ١٫٩٠	١٫٥٤ ١٫٨٦	١٫٥٣ ١٫٨٤	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٤٠	١٫٩٥ ٢٫٥٦	١٫٩٠ ٢٫٤٩	١٫٨٤ ٢٫٣٧	١٫٧٩ ٢٫٢٩	١٫٧٤ ٢٫٢٠	١٫٦٩ ٢٫١١	١٫٦٦ ٢٫٠٥	١٫٦١ ١٫٩٧	١٫٥٩ ١٫٩٤	١٫٥٥ ١٫٨٨	١٫٥٣ ١٫٨٤	١٫٥١ ١٫٨١	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٤٢	١٫٩٤ ٢٫٥٤	١٫٨٩ ٢٫٤٦	١٫٨٢ ٢٫٣٥	١٫٧٨ ٢٫٢٦	١٫٧٣ ٢٫١٧	١٫٦٨ ٢٫٠٨	١٫٦٤ ٢٫٠٢	١٫٦٠ ١٫٩٤	١٫٥٧ ١٫٩١	١٫٥٤ ١٫٨٥	١٫٥١ ١٫٨٠	١٫٤٩ ١٫٧٨	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٤٤	١٫٩٢ ٢٫٥٢	١٫٨٨ ٢٫٤٤	١٫٨١ ٢٫٣٢	١٫٧٦ ٢٫٢٤	١٫٧٢ ٢٫١٥	١٫٦٦ ٢٫٠٦	١٫٦٣ ٢٫٠٠	١٫٥٨ ١٫٩٢	١٫٥٦ ١٫٨٨	١٫٥٢ ١٫٨٢	١٫٥٠ ١٫٧٨	١٫٤٨ ١٫٧٥	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٤٦	١٫٩١ ٢٫٥٠	١٫٨٧ ٢٫٤٢	١٫٨٠ ٢٫٣٠	١٫٧٥ ٢٫٢٢	١٫٧١ ٢٫١٣	١٫٦٥ ٢٫٠٤	١٫٦٢ ١٫٩٨	١٫٥٧ ١٫٩٠	١٫٥٤ ١٫٨٦	١٫٥١ ١٫٨٠	١٫٤٨ ١٫٧٦	١٫٤٦ ١٫٧٢	٠٫٠٥ ٠٫٠١
	٤٨	١٫٩٠ ٢٫٤٨	١٫٨٦ ٢٫٤٠	١٫٧٩ ٢٫٢٨	١٫٧٤ ٢٫٢٠	١٫٧٠ ٢٫١١	١٫٦٤ ٢٫٠٢	١٫٦١ ١٫٩٦	١٫٥٦ ١٫٨٨	١٫٥٣ ١٫٨٤	١٫٥٠ ١٫٧٨	١٫٤٧ ١٫٧٣	١٫٤٥ ١٫٧٠	٠٫٠٥ ٠٫٠١

مستويات الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية

درجات حرية نسبة ف		د . ح . التباين الكبير												مستوى الدلالة
		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	
د . ح . التباين الصغير	٥٠	٤٫٠٣	٣٫١٨	٢٫٧٩	٢٫٥٦	٢٫٤٠	٢٫٢٩	٢٫٢٠	٢٫١٣	٢٫٠٧	٢٫٠٢	١٫٩٨	١٫٩٥	٠٫٠٥
		٧٫١٧	٥٫٠٦	٤٫٢٠	٣٫٧٢	٣٫٤١	٣٫١٨	٣٫٠٢	٢٫٨٨	٢٫٧٨	٢٫٧٠	٢٫٦٢	٢٫٥٦	٠٫٠١
	٥٥	٤٫٠٢	٣٫١٧	٢٫٧٨	٢٫٥٤	٢٫٣٨	٢٫٢٧	٢٫١٨	٢٫١١	٢٫٠٥	٢٫٠٠	١٫٩٧	١٫٩٣	٠٫٠٥
		٧٫١٢	٥٫٠١	٤٫١٦	٣٫٦٨	٣٫٣٧	٣٫١٥	٢٫٩٨	٢٫٨٥	٢٫٧٥	٢٫٦٦	٢٫٥٩	٢٫٥٣	٠٫٠١
	٦٠	٤٫٠٠	٣٫١٥	٢٫٧٦	٢٫٥٢	٢٫٣٧	٢٫٢٥	٢٫١٧	٢٫١٠	٢٫٠٤	١٫٨٩	١٫٩٥	٤٫٩٢	٠٫٠٥
		٧٫٠٨	٤٫٩٨	٤٫١٣	٣٫٦٥	٣٫٣٤	٣٫١٢	٢٫٩٥	٢٫٨٢	٢٫٧٢	٢٫٦٣	٢٫٥٦	٢٫٥٠	٠٫٠١
	٦٥	٣٫٩٩	٣٫١٤	٢٫٧٥	٢٫٥١	٢٫٣٦	٢٫٢٤	٢٫١٥	٢٫٠٨	٢٫٠٢	١٫٩٨	١٫٩٤	١٫٩٠	٠٫٠٥
		٧٫٠٤	٤٫٩٥	٤٫١٠	٣٫٦٢	٣٫٣١	٣٫٠٩	٢٫٩٣	٢٫٧٩	٢٫٧٠	٢٫٦١	٢٫٥٤	٢٫٤٧	٠٫٠١
	٧٠	٣٫٩٨	٣٫١٣	٢٫٧٤	٢٫٥٠	٢٫٣٥	٢٫٢٣	٢٫١٤	٢٫٠٧	٢٫٠١	١٫٩٧	١٫٩٣	١٫٨٩	٠٫٠٥
		٧٫٠١	٤٫٩٢	٤٫٠٨	٣٫٦٠	٣٫٢٩	٣٫٠٧	٢٫٩١	٢٫٧٧	٢٫٦٧	٢٫٥٩	٢٫٥١	٢٫٤٥	٠٫٠١
	٨٠	٣٫٩٦	٣٫١١	٢٫٧٢	٢٫٤٨	٢٫٣٣	٢٫٢١	٢٫١٢	٢٫٠٥	١٫٩٩	١٫٩٥	١٫٩١	١٫٨٨	٠٫٠٥
		٦٫٩٦	٤٫٨٨	٤٫٠٤	٣٫٥٦	٣٫٢٥	٣٫٠٤	٢٫٨٧	٢٫٧٤	٢٫٦٤	٢٫٥٥	٢٫٤٨	٢٫٤١	٠٫٠١
	١٠٠	٣٫٩٤	٣٫٠٩	٢٫٧٠	٢٫٤٦	٢٫٣٠	٢٫١٩	٢٫١٠	٢٫٠٣	١٫٦٧	١٫٩٢	١٫٨٨	١٫٨٥	٠٫٠٥
		٦٫٩٠	٤٫٨٢	٣٫٩٨	٣٫٥١	٣٫٢٠	٢٫٩٩	٢٫٨٢	٢٫٦٩	٢٫٥٩	٢٫٥١	٢٫٤٣	٢٫٣٦	٠٫٠١
	١٢٥	٣٫٩٢	٣٫٠٧	٢٫٦٨	٢٫٤٤	٢٫٢٩	٢٫١٧	٢٫٠٨	٢٫٠١	١٫٩٥	١٫٩٠	١٫٨٦	١٫٨٣	٠٫٠٥
		٦٫٨٤	٤٫٧٨	٣٫٩٤	٣٫٤٧	٣٫١٧	٢٫٩٥	٢٫٧٩	٢٫٦٥	٢٫٥٦	٢٫٤٧	٢٫٤٠	٢٫٣٣	٠٫٠١
	١٥٠	٣٫٩١	٣٫٠٦	٢٫٦٧	٢٫٤٣	٢٫٢٧	٢٫١٦	٢٫٠٧	٢٫٠٠	١٫٩٤	١٫٨٩	١٫٨٥	١٫٨٢	٠٫٠٥
		٦٫٨١	٤٫٧٥	٣٫٩١	٣٫٤٤	٣٫١٤	٢٫٩٢	٢٫٧٦	٢٫٦٢	٢٫٥٣	٢٫٤٤	٢٫٣٧	٢٫٣٠	٠٫٠١
	٢٠٠	٣٫٨٩	٣٫٠٤	٢٫٦٥	٢٫٤١	٢٫٢٦	٢٫١٤	٢٫٠٥	١٫٩٨	١٫٩٢	١٫٨٧	١٫٨٣	١٫٨٠	٠٫٠٥
		٦٫٧٦	٤٫٧١	٣٫٨٨	٣٫٤١	٣٫١١	٢٫٩٠	٢٫٧٣	٢٫٦٠	٢٫٥٠	٢٫٤١	٢٫٣٤	٢٫٢٨	٠٫٠١
	٤٠٠	٣٫٨٦	٣٫٠٢	٢٫٦٢	٢٫٣٩	٢٫٢٣	٢٫١٢	٢٫٠٣	١٫٩٦	١٫٩٠	١٫٨٥	١٫٨١	١٫٧٨	٠٫٠٥
		٦٫٧٠	٤٫٦٦	٣٫٨٣	٢.٠٢٦	٣٫٠٦	٢٫٨٥	٢٫٦٩	٢٫٥٥	٢٫٤٦	٢٫٣٧	٢٫٢٩	١٫٢٣	٠٫٠١
	١٠٠٠	٣٫٨٥	٣٫٠٠	٢٫٦١	٢٫٣٨	٢٫٢٢	٢٫١٠	٢٫٠٢	١٫٩٥	١٫٨٩	١٫٨٤	١٫٨٠	١٫٧٦	٠٫٠٥
		٦٫٦٦	٤٫٦٢	٣٫٨٠	٣٫٣٤	٣٫٠٤	٢٫٨٢	٢٫٦٦	٢٫٩٢	١٫٤٣	٢٫٣٤	٢٫٢٦	٢٫٣٠	٠٫٠١
	∞	٣٫٨٤	٢٫٩٩	٢٫٦٠	٢٫٣٧	١٫٢١	٢٫٠٩	٢٫٠١	١٫٩٤	١٫٨٨	١٫٨٣	١٫٧٩	١٫٧٥	٠٫٠٥
		٦٫٦٤	٤٫٦٠	٣٫٧٨	٣٫٣٢	٣٫٠٢	٢٫٨٠	٢٫٦٤	٢٫٥١	٢٫٤١	٢٫٣٢	٢٫٢٤	٢٫١٨	٠٫٠١

مستويات الدلالة الإحصائية للنسبة الفائية

درجات حرية نسبة ف (د . ح . التباين الصغير)	د . ح . التباين الكبير ١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	مستوى الدلالة
٥٠	٤٫٠٣	٣٫١٨	٢٫٧٩	٢٫٥٦	٢٫٤٠	٢٫٢٩	٢٫٢٠	٢٫١٣	٢٫٠٧	٢٫٠٢	١٫٩٨	١٫٩٥	٠٫٠٥
	٧٫١٧	٥٫٠٦	٤٫٢٠	٣٫٧٢	٣٫٤١	٣٫١٨	٣٫٠٢	٢٫٨٨	٢٫٧٨	٢٫٧٠	٢٫٦٢	٢٫٥٦	٠٫٠١
٥٥	٤٫٠٢	٣٫١٧	٢٫٧٨	٢٫٥٤	٢٫٣٨	٢٫٢٧	٢٫١٨	٢٫١١	٢٫٠٥	٢٫٠٠	١٫٩٧	١٫٩٣	٠٫٠٥
	٧٫١٢	٥٫٠١	٤٫١٦	٣٫٦٨	٣٫٣٧	٣٫١٥	٢٫٩٨	٢٫٨٥	٢٫٧٥	٢٫٦٦	٢٫٥٩	٢٫٥٣	٠٫٠١
٦٠	٤٫٠٠	٣٫١٥	٢٫٧٦	٢٫٥٢	٢٫٥٧	٢٫٢٥	٢٫١٧	٢٫١٠	٢٫٠٤	١٫٨٩	١٫٩٥	٤٫٩٢	٠٫٠٥
	٧٫٠٨	٤٫٩٨	٤٫١٣	٣٫٦٥	٣٫٣٤	٣٫١٢	٢٫٩٥	٢٫٨٢	٢٫٧٢	٢٫٦٣	٢٫٥٦	٢٫٥٠	٠٫٠١
٦٥	٣٫٩٩	٣٫١٤	٢٫٧٥	٢٫٥١	٢٫٣٦	٢٫٢٤	٢٫١٥	٢٫٠٨	٢٫٠٢	١٫٩٨	١٫٩٤	١٫٩٠	٠٫٠٥
	٧٫٠٤	٤٫٩٥	٤٫١٠	٣٫٦٢	٣٫٣١	٣٫٠٩	٢٫٩٣	٢٫٧٩	٢٫٧٠	٢٫٦١	٢٫٥٤	٢٫٤٧	٠٫٠١
٧٠	٣٫٩٨	٣٫١٣	٢٫٨٤	٢٫٥٠	٢٫٣٥	٢٫٢٣	٢٫١٤	٢٫٠٧	٢٫٠١	١٫٩٧	١٫٩٣	١٫٨٩	٠٫٠٥
	٧٫٠١	٤٫٩٢	٤٫٠٨	٣٫٦٠	٣٫٢٩	٣٫٠٧	٢٫٩١	٢٫٧٧	٢٫٦٧	٢٫٥٩	٢٫٥١	٢٫٤٥	٠٫٠١
٨٠	٣٫٩٦	٣٫١١	٢٫٧٢	٢٫٤٨	٢٫٣٣	٢٫٢١	٢٫١٢	٢٫٠٥	١٫٩٩	١٫٩٥	١٫٩١	١٫٨٨	٠٫٠٥
	٦٫٩٦	٤٫٨٨	٤٫٠٤	٣٫٥٦	٣٫٢٥	٣٫٠٤	٢٫٨٧	٢٫٧٤	٢٫٦٤	٢٫٥٥	٢٫٤٨	٢٫٤١	٠٫٠١
١٠٠	٣٫٩٤	٣٫٠٩	٢٫٧٠	٢٫٤٦	٢٫٣٠	٢٫١٩	٢٫١٠	٢٫٠٣	١٫٦٧	١٫٩٢	١٫٨٨	١٫٨٥	٠٫٠٥
	٦٫٩٠	٤٫٨٢	٣٫٩٨	٣٫٥١	٣٫٢٠	٢٫٩٩	٢٫٨٢	٢٫٦٩	٢٫٥٩	٢٫٥١	٢٫٤٣	٢٫٣٦	٠٫٠١
١٢٥	٣٫٩٢	٣٫٠٧	٢٫٦٨	٢٫٤٤	٢٫٢٩	٢٫١٧	٢٫٠٨	٢٫٠١	١ ٩٥	١٫٩٠	١٫٨٦	١٫٨٣	٠٫٠٥
	٦٫٤٨	٤٫٧٨	٣٫٩٤	٣٫٤٧	٣٫١٧	٢٫٩٥	٢٫٧٩	٢٫٦٥	٢٫٥٦	٢٫٤٧	٢٫٤٠	٢٫٣٣	٠٫٠١
١٥٠	٣٫٩١	٣٫٠٦	٢٫٦٧	٢٫٤٣	٢٫٢٧	٢٫١٦	٢٫٠٧	٢٫٠٠	١٫٩٤	١٫٨٩	١٫٨٥	١٫٨٢	٠٫٠٥
	٦٫٨١	٤٫٧٥	٣٫٩١	٣٫٤٤	٣٫١٤	٢٫٩٢	٢٫٧٦	٢٫٦٢	٢٫٥٣	٢٫٤٤	٢٫٣٧	٢٫٣٠	٠٫٠١
٢٠٠	٣٫٨٩	٣٫٠٤	٢٫٦٥	٢٫٤١	٢٫٢٦	٢٫١٤	٢٫٠٥	١٫٩٨	١٫٩٢	١٫٨٧	١٫٨٣	١٫٨٠	٠٫٠٥
	٦٫٧٦	٤٫٧١	٣٫٨٨	٣٫٤١	٣٫١١	٢٫٩٠	٢٫٧٣	٢٫٦٠	٢٫٥٠	٢٫٤١	٢٫٣٤	٢٫٢٨	٠٫٠١
٤٠٠	٣٫٨٦	٣٫٠٢	٢٫٦٢	٢٫٣٩	٢٫٢٣	٢٫١٢	٢٫٠٣	١٫٩٦	١٫٩٠	١٫٨٥	١٫٨١	١٫٧٨	٠٫٠٥
	٦٫٧٠	٤٫٦٦	٣٫٨٣	٢.٠٧٦	٣٫٠٦	٢٫٨٥	٢٫٦٩	٢٫٥٥	٢٫٤٦	٢٫٣٧	٢٢٫٩	١٫٢٣	٠٫٠١
١٠٠٠	٣٫٨٥	٣٫٠٠	٢٫٦١	٢٫٣٨	٢٫٢٢	٢٫١٠	٢٫٠٢	١٫٩٥	١٫٨٩	١٫٨٤	١٫٨٠	١٫٧٦	٠٫٠٥
	٦٫٦٦	٤٫٦٢	٣٫٨٠	٣٫٣٤	٣٫٠٤	٢٫٨٢	٢٫٦٦	٢٫٩٣	١٫٤٣	٢٫٣٤	٢٫٢٦	٢٫٢٠	٠٫٠١
∞	٣٫٨٤	٢٫٩٩	٢٫٦٠	٢٫٣٧	١٫٢١	٢٫٠٩	٢٫٠١	١٫٩٤	١٫٨٨	١٫٨٣	١٫٧٩	١٫٧٥	٠٫٠٥
	٦٫٦٤	٤٫٦٠	٣٫٧٨	٣٫٣٢	٣٫٠٢	٢٫٨٠	٢٫٦٤	٢٫٥١	٢٫٤١	٢٫٣٢	٢٫٢٤	٢٫١٨	٠٫٠١

استخراج قيمة «ف» من الجدول:

ويمكن استخراج قيمة «ف» من الجدول الخاص بذلك على النحو الآتي:

أ ـ نبحث عن درجة حرية التباين الكبير في المكان الخاص بذلك في الجدول (١ - ٥٠٠) أي في الأعمدة.

ب ـ نبحث عن درجة حرية التباين الصغير في المكان الخاص بذلك في الجدول (الجدول) (١ - ٢٤) أي في الصفوف.

جـ ـ نبحث عن الخلية التي تتلاقى عندها كل من درجة حرية التباين الكبير ودرجة حرية التباين الصغير ونجد أن بهذه الخلية درجتان العليا وتمثل قيمة «ف» عن مستوى ٠,٠٥، والسفلى وتمثل قيمة «ف» عند مستوى ٠,٠١.

هـ ـ وفي مثالنا السابق نجد أن الخلية التي تلتقي عندها درجة حرية التباين الكبير وهي ٢ ودرجة حرية التباين الصغير وهي ٩ هي الخلية التي تصل فيها قيمة «ف» عند مستوى ٠,٠٥ = ٤,٢٦ وعند مستوى ٠,٠١ = ٨,٠٢.

أمثلة وتمارين محلولة

١ ـ أحسب هل هناك فرقاً له دلالة إحصائية بين المجموعات الأربع الآتية.

أ	ب	جـ	د
٥	٥	٢	٣
٥	٣	٢	٣
٨	٧	٢	٣

٢ ـ طبق باحث استبياناً للاتجاهات على ثلاث مجموعات من الطلبة في كليات مختلفة فكانت درجاتهم كما يلي أحسب هل هناك فرق دال في اتجاهاتهم.

أ	ب	جـ
٧	٤	٢
١٠	٦	٢
١٠	٧	٣
١١	٩	٧
١٢	٩	٦

حل التمرين الأول

أ	ب	جـ	د
٥	٥	٢	٣
٥	٣	٢	٣
٨	٧	٢	٣
مجـ = ١٨	١٥	٦	٩
م = ٦	٥	٢	٣

م. عام = (٦ + ٥ + ٢ + ٣) / ٤ = ١٦ = ٤

١ ـ حساب مجموع مربع انحراف القيم عن المتوسط العام (التباين العام)

= [(+ ١)٢ + (+ ١)٢ (+ ٤)٢] + (+ ١)٢ + (− ١)٢

+ (+ ٣)٢] + [(− ٢)٢ + (− ٢)٢ + (− ٢)٢] × [(− ١)٢

+ (− ١)٢ + (− ١)٢] = [١ + ١ + ١٦] + [١ + ١ − ١ + ٩] [٤ + ٤ + ٤] +

[١ + ١ + ١] = ١٨ + ١١ + ١٢ + ٣ = ٤٤.

٢ ـ حساب مجموع مربع انحراف متوسطات المجموعات عن المتوسط العام × ن (أي حساب التباين الكبير بين المجموعات) = ٣ (+ ٢)٢ + ٣ (+ ١)٢ + ٣ (− ٢)٢ + ٣ (− ١)٢ = ٣ × ٤ + ٣ × ١ + ٣ × ٤ + ٣ × ١ = ١٢ + ٣ = ٣٠.

٣ ـ حساب مجموع مربع انحراف قيم كل مجموعة عن متوسطها (أي حساب التباين الصغير داخل المجموعات) = [(− ١)٢ + (− ١)٢ + (− ٢)٢ + ((صفر)٢ + (− ٢)٢ + (+ ٢)٢ + ((صفر)٢
+ (صفر)٢ + (صفر)٢] + [(صفر)٢ + (صفر)٢ + (صفر)٢]
= [١ + ١ + ٤] + [صفر + ٤ + ٤] + [صفر + صفر + صفر] [صفر + صفر].

٤ ـ حساب درجات الحرية:

أ ـ حساب درجة التباين الكبير بين المجموعات = عدد المجموعات − ١ = ٤ − ١ = ٣

ب ـ حساب درجة حرية التباين الصغير داخل المجموعات = ن ١ − ١ + ن ٢ − ١ + ن ٣ − ١ + ن ٤ − ١ = ٣ − ١ + ٣ − ٣ − ١ + ٣ − ١ − ١ = ٢ + ٢ + ٢ + ٢ = ٨.

جـ ـ درجات الحرية الكلية = عن القيم − ١ = ١٢ − ١ = ١١.

٥ ـ ويتم حساب قيمة «ف» كما يلي:

أ ـ التباين الكبير (بين المجموعات) = $\frac{٣٠}{٣}$ = ١٠

ب ـ التباين الصغير (داخل المجموعات) = $\frac{١٤}{٨}$ = ١,٧٥

جـ ـ «نسبة ف» = $\frac{١٠}{١,٧٥}$ ٥,٧

الدلالة: بالكشف عن قيمة «نسبة ف» في الجدول السابق في العمود

الثالث أي عند درجة حرية التباين الكبير ٣ وفي الصف الثامن أي عند درجة التباين الصغير ٨ نجد أن الخلية التي تلتقي عندها هاتين الدرجتين من درجات الحرية هي الخلية التي يكون مستوى ٠,٠٥ عندها مساوياً ٢٤,٧ والتي يكون مستوى ٠,٠١ عندها مساوياً ٠٧,٥٩ وعلى هذا الأساس نجد أن «نسبة ف» في مثالنا هذا لها دلالة عند ٠,٠٥ لأنها أن من تلك القيمة الموجودة في الجدول وهي ٤,٠٨ وليس لها دلالة عند ٠,٠١ لأنها أقل من القيمة الموجودة في الجدول عندها ويه ٧,٥٩.

حل التمرين الثاني

أ	ب	جـ
٧	٤	٢
١٠	٦	٢
١٠	٧	٣
١١	٩	٧
١٢	٩	٦
مجـ ٥٠	٣٥	٢٠

م: مجموعات = ١٠ ٤

م: عام = $\frac{١٠ + ٧ + ٤}{٣}$ = $\frac{٢١}{٣}$ = ٧

١ ـ حساب مجموع مربع انحراف القيم من المتوسط العلم (التباين العام).

= [(صفر)٢ + (+ ٣)٢ + (٣)٢ + (٤)٢ + (٥)٢]) + [− ٣)٢

+ (− ١)٢ + (صفر)٢ + (٢)٢ + (+ ٢)٢] + [(− ٥)٢

+ (− ٥)٢ + (− ٤)٢ + (صفر)٢ + (− ١)٢] = [صفر + ٩ + ٩ + ١٦ + ٢٥] +

[٩ + ١ + صفر + ٤ + ٤] + ٢٥ + ٢٥ + ١٦ + صفر + ١] = ٥٩ + ١٨ + ٦٧

= ١٤٤.

٢ ـ حساب مجموع مربع انحراف متوسط المجموعات عن المتوسط العام (التباين الكبير) = ٥ (+ ٣)٢ + ٥ (صفر)٢ + ٥ (- ٣)٢ = ٥ × ٩ × ٥ × صفر + ٥ × = ٤٥ + ٤٥ + صفر = ٩٠.

٣ ـ حساب مجموع مربع انحراف قيم المجموعات عن متوسطها (التباين الصغير) = [(- ٣)٢ + (صفر)٢ + (صفر)٢ + (+ ١)٢] + [(- ٢)٢ + (- ١)٢ + (صفر)٢ + (+ ٢)٢ + (+ ٢)٢] + [(- ٢)٢ + (- ٢)٢ + (- ١)٢ + (+ ٣)٢ + (٢)٢] [٩ + صفر + صفر + ١ + ٤ [+] ٩ + ١ صفر + ٤ + ٤] + [٤ + ٤ + ١ + ٩ + ٤] = ١٤ + ١٨ + ٢٢ = ٥٤.

٤ ـ حساب درجة الجدية كما يلي:

أ ـ حساب درجة حرية التباين الكبير بين المجموعات = ٣ - ١ = ٢.

ب ـ حساب درجة حرية التباين الصغير داخل المجموعات = ٥ - ١ + ٥ - ١ + ٥ - ١ = ٤ + ٤ + ٤ = ١٢.

جـ ـ حساب درجة الحرية الكلية = ١٥ - ١ = ١٤.

٥ ـ حساب قيمة «نسبة ف» كما يلي:

أ ـ حساب التباين الكبير = $\frac{٩٠}{٢}$ = ٤٥

ب ـ حساب التباين الصغير = $\frac{٥٤}{١٢}$ = ٤,٥

حـ ـ قيمة حساب نسبة ف = $\frac{٤٥}{٤,٥}$ = ١٠

٦ ـ حساب الدلالة = بالكشف في جدول قيم «ت» نجد أن قيمة «ت» المستخرجة من المثال لها دلالة عند مستوى ٠٠,٠١.

خامساً
المقارنة الزوجية
بين المتوسطات في تحليل التباين

قدم توكي Tukey (١٩٥٣) اختباراً سماه Hsd «اختصاراً لـ: Honestly significant test وذلك للمقارنة بين كل متوسطين وللكشف عن الدلالة بينهما. ويكون الفرق دالاً بين المتوسطين إذا كان الفرق بين المتوسطين مساوياً أو يزيد عن قيمة Hsd والتي تحسب عن طريق المعادلة الآتية:

الخطأ المعياري للفرق بين المتوسطات من خلال التباين داخل المجموعات أو:

$$HSD = \sqrt{\frac{\text{مربع التباين داخل المجموعات}}{\text{ق}}}$$

حيث ق = العدد في أحد المجموعات.

١ - في المثال الأخير السابق حله (التمرين الثاني) كانت قيمة التباين داخل المجموعات (التباين الصغير) ٤,٥ والعدد في كل مجموعة ٥. وبذلك تكون قيمة:

$$HSD = \sqrt{\frac{(٤,٥)^٢}{٥}} = \sqrt{\frac{٢٠,٢٥}{٥}} = \sqrt{٤,٠٥} = ٢,٠١$$

٢ - في المثال السابق (التمرين الثاني ضمن الأمثلة والتمارين المحلولة) درجة حرية التباين الصغير = ١٢. نقوم بالبحث في جداول دلالة اختبار «ت» المقابلة لدرجة حرية ١٢ عند مستوى ٠,٠٥، ٠,٠١ وهي تساوي في هذا المثال ٢,١٢ عند ، ٢,٩٢ عند ٠,٠١، ٤,٠١ عند ٠,٠٠١.

٣ ـ نقوم بعد ذلك بضرب قيمة Hsd (٢,٠١) السابقة في كل قيمة من قيم «ت» السابقة عند مستويات الدلالة الثلاثة وهي :

أ ـ ضرب قيمة Hsd في قيمة «ت» عند ٠,٠٥ = ٢,٠١ × ٢,١٢ = ٤,٢٦١

جـ ـ ضرب قيمة Hsd في قيمة «ت» عند ٠,٠٠١ = ٢,٠١ × ٤,٠١ = ٨,٠٦٠*

٤ ـ نقوم بعد ذلك بحساب الفروق بين المتوسطات الثلاثة وهي :

أ ـ الفرق بين متوسط المجموعة أ والمجموعة ب = ١٠ - ٧ = ٣.

ب ـ الفرق بين متوسط المجموعة أ والمجموعة جـ = ١٠ - ٤ = ٦.

جـ ـ الفرق بين متوسط المجموعة ب والمجموعة جـ = ٧ - ٤ = ٣.

٥ ـ بالنظر للفروق بين المتوسطات في (٤) وبالنظر لضرب قيمة Hsd في كل قيمة من قيم «ت» في (٣) تجد أن الفرق بين المتوسط في المجموعة أ والمجموعة جـ يساوي ٦ وهو أكبر من قيمة ضرب Hsd في قيمة «ت» عند مستويين للدلالة ٠,٠٥، ٠,٠١

٦ ـ هناك فرق دال عند مستوى ٠,٠١ بين متوسط أ ومتوسط جـ

(عن : Runyon. fundamentals of bebavioral statistics, second
(édition, addison Wesley London, 1973, p. 223.

ويذكر مؤلف الكتاب السابق أن أدوارد Edwards في كتابه :

Statistical methods for Behaviorls Sciences, New York 1968.

قد قام بتقديم عرض لاختبار بارتلت Bartlet عن تجانس التباينات.

(*) وكذلك بضرب قيمة HSD في قيمة «ت» عند مستوى ٠,٠١ = ٢,٠١ × ٢,٩٢ = ٥,٨٦٩.

١ ـ الخطأ المعياري = $\sqrt{\frac{\text{التباين داخل المجموعات}}{\sqrt{\text{العدد في المجموعات}}}}$

٢ ـ تحسب الفجوة الدالة = قيمة الخطأ المعياري في رقمين ثابتين هما ١,٤١ ، ١,٩٦.

٣ ـ إذا كانت قيمة أحد الفروق بين متوسطات المجموعات (كما في ٤ السابقة) مساوياً أو يزيد عن الفجوة الدالة كان الفرق بين هذين المتوسطين دالاً.

ثالثاً

المقاييس اللابارامترية

Non-parametric Measurement

مقدمة: من المعروف أننا نستخدم اختبار «ت» T. test لمعرفة الفروق بين متوسط مجموعتين وذلك إذا كان التوزيع اعتدالياً. أما إذا كان عدد العينة صغيراً والتوزيع غير اعتدالي Non-parametric فإن استخدام الأساليب البارامترية (اختبار «ت» والمتوسطات) يصبح مضللاً. ولذلك فإن الأساليب اللابارامترية هي التي تمكننا في هذه الحالة من المقارنة بين العينات التي على هذا النحو، وحساب الفروف الدالة بينها، وذلك دون افتراض اعتدالية التوزيع في العينات الأصلية Populations ويطلق على هذه الأساليب: الأساليب اللابارامترية أو الأساليب المستقلة التوزيع Non-parametric or Distribution Free . كما أن هناك أساليب لابارامترية أساسية مثل: اختبار الوسيط واختبار مجموع الرتب وسنركز هنا على اختبار الوسيط والذي يستخدم في المجموعات المستقلة مثل ريف حضر، أو ذكور إناث، وعلى اختيار مجموع الرتب أيضاً.

(١) اختبار الوسيط

The Median test

مثال: أراد باحث نفسي إكلينيكي اختبار أثر أحد الأدوية المهدءة على رعشة اليد، فأعطى الدواء لـ ١٤ أربعة عشر مريضاً نفسياً (مجموعة تجريبية) ثم اختار ١٨ ثمانية عشر مريضاً متساويين مع المرضى الذين أعطوا الدواء في

السن والجنس وأعطوا دواءاً آخر مضراً لليد واعتبرت هذه المجموعة ضابطة (مجموعة ضابطة).

ولقد تم قياس الرعشة باختبار ثبات اليد. ويتضح فيما يلي درجات المجموعتين.

المجموعة التجريبية (ن = ١٤)	المجموعة الضابطة (ن = ١٨)
٥٣	٤٨
٣٩	٦٥
٦٣	٦٦
٣٦	٣٨
٤٧	٣٦
٥٨	٤٥
٤٤	٥٩
٣٨	٥٣
٥٩	٥٨
٣٦	٤٢
٤٢	٧٠
٤٣	٧١
٤٦	٦٥
٤٦	٤٦
	٥٥
	٦١
	٦٢
	٥٣

وخطوات حساب الدلالة بين درجات المجموعتين في المثال السابق باستخدام اختبار الوسيط كما يأتي:

١ ـ اعتبار المجموعتين مجموعة واحدة وليس بينهما فرق (الفرض الصفرى).

٢ ـ ترتيب درجات المجموعتين ترتيباً تنازلياً أو تصاعدياً.

٣ ـ تحديد الوسيط على أساس أنه القيمة الوسطى، بحيث أن عدد القيم التي قبله تساوي عدد القيم التي بعده، وفي حالة وجود أكثر من قيمتين وسيطتين يتم جمعهما وأخذ متوسطهما. والوسيط في مثالنا هذا يساوي ٤٩,٥.

٤ ـ يتم حساب انحراف الدرجة في كل مجموعة على حدة عن الوسيط ويوضع علامة (+) أمام الدرجة إذا كانت تنحرف انحرافاً موجباً عن الوسيط، وعلامة (-) أمام الدرجة إذا كانت تنحرف انحرافاً سالباً عن الوسيط كما يلي:

المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة	
ن = ١٤		ن = ١٨	
(القيمة)	(العلامة)	(القيمة)	(العلامة)
٥٣	+	٤٨	−
٣٩	−	٦٥	+
٦٣	+	٦٦	+
٣٦	−	٣٨	−
٤٧	−	٣٦	−
٥٨	+	٤٥	−
٤٤	−	٥٩	+
٣٨	−	٥٣	+
٥٩	+	٥٨	+
٣٦	−	٤٢	−
٤٢	−	٧٠	+
٤٣	−	٧١	+
٤٦	−	٦٥	+
٤٦	−	٤٦	−
		٥٥	+
		٦١	+
		٦٢	+
		٥٣	+

٥ ـ إذا وجد أن قيمة من القيم تكون مساوية للوسيط فإن معنى ذلك أن الفرق بينها وبينه ستكون مساوية للصفر، وبما أن هذه القيمة أي الصفر لا يمكن أن تصنف في فئة + أو − فيتم شطبها من القيم.

٦ ـ يتم بعد ذلك تحديد عدد العلامات السالبة وعدد العلامات الموجبة في كل مجموعة وهي كما يلي في المثال السابق :

المجموعة	+	−
(١) التجريبية	٤	١٠
(٢) الضابطة	١٢	٦

٧ ـ يعد جدول آخر ٢ × ٢ يحدد فيه عدد العلامات الموجبة في كل مجموعة وفي المجموعتين ، وعدد العلامات السالبة في كل مجموعة وفي المجموعتين وذلك على النحو الآتي :

المجموعات عادة	أقل من الوسيط −	أعلى من الوسيط +	مجـ	مجموعات مجـ
(٢) ضابطة	١٠ (م) ٦ (حـ)	٤ (ب) ١٢ (د)	١٤ ١٨	(أ + ب)
مجـ	١٦	١٦	٣٢	(أ×ب×جـ×د)
مجموعات مجـ	(أ + حـ)	(ب + د)	(أ ب + ب + جـ + د)	

٨ ـ وبعد ذلك يتم تطبيق القانون الآتي :

$$\text{كا}^2 = \frac{\text{ن}\ (|\text{أ د} - \text{ب جـ}|)^2}{(\text{أ} + \text{ب})\ (\text{جـ} + \text{د})\ (\text{أ} + \text{جـ})\ (\text{ب} + \text{د})}$$

حيث أن)

ن = عدد أفراد المجموعة الكلية (٣٢) .

| | = أي أن الفرق بين القيم التي تكون بين هذين العمودين لا بد أن تكون موجبة.

أ د = حاصل ضرب عدد علامات أ × عدد علامات د.

ب حـ = حاصل ضرب عدد علامات × عدد علامات حـ.

أ ب = حاصل جمع علامات أ + ب.

حـ + د = حاصل جمع علامات حـ + د.

أ + حـ = حاصل جمع علامات أ + حـ.

ب + د = حاصل جمع علامات ب + د.

٩ ـ وفي حالة وجود تكرارات في الجدول أقل من خمسة تطبيق المعادلة المصححة للمعادلة السابقة على النحو الآتي:

$$\text{كا}^2\ \text{المصححة} = \frac{\text{ن}\ (\ |\ \text{أ د} - \text{ب جـ}\ |\ - \frac{\text{ن}}{2})^2}{(\text{أ} + \text{ب}) \times (\text{جـ} + \text{د}) \times (\text{أ} + \text{جـ}) \times (\text{ب} + \text{د})}$$

حيث أن:

$\frac{\text{ن}}{2}$ = عدد أفراد المجموعة الكلية مقسوماً على ٢.

١٠ ـ ونظراً لوجود أحد التكرارات الأقل من خمسة بالجدول السابق فإنه يتم تطبيق معادلة كا٢ المصححة السابقة وذلك على النحو التالي:

$$\text{كا}^2\ \text{المصححة} = \frac{٣٢\ (\ |\ ١٢٠ - ٢٤\ |\ ) - \frac{٣٢}{٢})^2}{١٦ \times ١٦ \times ١٨ \times ١٤}$$

$$= \frac{٣٢\ (٩٦ - \frac{٣٢}{٢})^2}{٦٤٥١٢}$$

$$\text{كا}^2\ \text{المصححة} = \frac{٣٢\ (٩٦ - ١٦)^2}{٦٤٥١٢}$$

كا² المصححة = $\frac{٣٢ (٨٠)^٢}{٦٤٥١٢}$

كا² المصححة = $\frac{٣٢ \times ٦٤٠٠}{٦٤٥١٢}$

كا² المصححة = $\frac{٢٠٤٨٠٠}{٦٤٥١٢}$

كا² المصححة = ٢,١٧ .

١١ ـ يتم بعد ذلك حساب درجة الحرية = عدد المجموعات - ١ وتساوي في هذا المثال: = ٢ - ١ = .

١٢ ـ وبالكشف عن قيمة كا² بالجدول عن مستوى ٠,٠١ نجد أنها = ٦,٦٣ وعند ٠,٠٥ = ٣,٨٤ وذلك أمام درجة الحرية واحد.

١٣ ـ وبما أن قيمة كا² المستخرجة من مثالنا أقل من القيمتين الموجودتين بالجدول الفرق غير دال إحصائياً أي أن لا أثر للدواء على رعشة اليد.

يذهب والكر Walker في كتابه Statistical Inference ص ١٠٣ إلى أن كا² لا تكون دقيقة مع اختبار الوسيط إذا كان عدد العينة صغيراً في المجموعتين.

مثال أن يكون عدد أفراد العينة أقل من ١٠ ويجب هنا البحث عن وسيلة مناسبة.

(٢) اختيار مجموع الرتب

ويستخدم اختبار مجموع الرتب The Sum of Ranks test لاختبار الفرق الخاص بأنه لا يوجد فرق دال بين المجموعتين، ويشير ذلك بأنه يتطلب اختبار ثنائي الذنب Two-tailed test ، بينما الاختبار ذا الذنب الواحد (أو الطرف

الواحد) One-tailed test يعني أن مجموعة أعلى أو منخفضة عن المجموعة الأخرى.

مثال: أراد مدرس أن يكتشف تأثير الواجبات الإضافية في مادة الإنشاء فقسم فصله لقسمين بكل منهما ١٠ عشرة تلاميذ وقد وضع التلاميذ عشوائياً بكل قسم. وقد كانت المجموعة الأولى هي المجموعة التجريبية التي أعطيت واجباً إضافياً، والمجموعة الثانية هي المجموعة الضابطة التي لم تعط واجباً إضافياً. وبعد ثلاثة شهور طبق اختبار في الموضوع على المجموعتين وكان عدد المجموعة التجريبية كما هو ١٠ عشرة بينما نقص من عدد المجموعة الضابطة اثنين بسبب الغياب والمرض. وفيما يلي درجات المجموعتين ورتبتهما.

درجات المجموعة (١)	الرتب	درجات المجموعة (٢)	الرتب
٤٢	٩	٤١	٨
٥٣	١٥	٣٦	٤
٤٧	١٣	٣٣	٢
٣٨	٥	٥٥	١٦
٤٦	١٢	٤٤	١٠
٥١	١٤	٣٥	٣
٦٢	١٨	٣٢	١
٦٠	١٧	٤٠	٧
٤٥	١١		
٣٩	٦		
	المجموع ١٢٠		المجموع ٥١

وقد تم في البداية ترتيب الدرجات ١٨ الثمانية عشر ترتيباً تصاعدياً من الصغير للكبير ثم أعطيت لها الرتب الخاصة بها بحيث أعطيت أصغر درجة

الرتبة ١ ، والتي تليها الرتبة ٢ وهكذا وفي المثال نجد أن الدرجة الصغرى هي ٣٢ ولذا أعطيت الرتبة ١ ، والدرجة الكبرى هي ٦٢ ولذا أعطيت الرتبة ١٨ . ثم تم بعد ذلك عزل رتب كل مجموعة على حدة على النحو المبين سابقاً.

ويلاحظ أن مجموع رتب (١) + مجموع رتب (٢) تكون مساوية

$\frac{ق (ق + ١)}{٢}$ مجموع الرتب هو ١٢٠ + ٥١

= ١٧١ ، والمعادلة السابقة $\frac{١٨ (١٨ + ١)}{٢}$ = ١٧١

ويتم حساب قيمة اختبار مجموع الرتب بتطبيق المعادلة الآتية على كل مجموع من مجموع الرتب.

$$\text{اختبار مجـ ر ١} = \sqrt{\frac{٢ (\text{مجموع رتب ١}) - ن ١ (ن + ١)}{\frac{ن ١ ن ٢ (ن + ١)}{٣}}}$$

$$\text{اختبار مجـ ر ٢} = \sqrt{\frac{٢ (\text{مجموع رتب ٢}) - ٢٢ (ق + ١)}{\frac{ق ١ ق ٢ (ق + ١)}{٣}}}$$

$$\text{قيمة اختبار مجـ ر ١} = \sqrt{\frac{٢ \times ١٢٠ - ١٠ (١٩)}{\frac{١٠ \times ٨ \times ١٩}{٣}}} = \frac{٥٠}{٢٢,٥} = ٢,٢٢$$

$$\text{وقيمة اختبار مجـ ر٢} = \sqrt{\frac{٢ \times ٥١ - ٨ (١٩)}{\frac{١٠ \times ٨ \times ١٩}{٣}}} = \frac{- ٥٠}{٢٢,٥} = - ٢,٢٢$$

وبالنظر في الجدول الخاص بمستوى الدلالة لاختبار واحد الذنب، وثنائي الذنب نجد أن قيمة ٢,٢٢ لها دلالة إحصائية عند درجة الحرية ١٦ (١٨ - ٢ = ١٦).

جدول دلالة اختبار

واحد أو ثنائي الذنب

د. ح	مستوى الدلالة لاختبار واحد الذنب					
	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥	٠,٠٠٠٥
	مستوى الدلالة لاختبار ثنائي الذنب					
	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠١
١	٣,٠٧٨	٦,٣١٤	١٢,٧٠٦	٣١,٨٢١	٦٣,٦٥٧	٦٣٦,٦١٩
٢	١,٨٨٦	٢,٩٢٠	٤,٣٠٣	٦,٩٦٥	٩,٩٢٥	٣١,٥٩٨
٣	١,٦٣٨	٢,٣٥٣	٣,١٨٢	٤,٥٤١	٥,٨٤١	٢٢,٩٤١
٤	١,٥٣٣	٢,١٣٢	٢,٧٧٦	٣,٧٤٧	٤,٦٠٤	٨,٦١٠
٥	١,٤٧٦	٢,٠١٥	٢,٥٧١	٣,٣٦٥	٤,٠٣٢	٦,٨٥٩
٦	١,٤٤٠	١,٩٤٣	٢,٤٤٧	٣,١٤٣	٣,٧٠٧	٥,٤٥٩
٧	١,٤١٥	١,٨٩٥	٢,٣٦٥	٧,٩٩٧	٣,٤٩٩	٥,٤٠٥
٨	١,٣٩٧	١,٨٦٠	٢,٣٠٦	٢,٨٩٦	٣,٣٥٥	٥,٠٤١
٩	١,٣٨٣	١,٨٣٣	٢,٢٦٢	٢,٨٢١	٣,٢٥٠	٤,٧٨١
١٠	١,٣٧٢	١,٨١٢	٢,٢٢٨	٢,٧٦٤	٣,١٦٩	٤,٥٨٧
١١	١,٣٦٣	١,٧٩٦	٢,٢٠١	٢,٧١٨	٣,١٠٦	٤,٤٣٧
١٢	٣,٣٥٩	١,٧٨٢	٢,١٧٩	٢,٦٨١	٣,٠٥٥	٤,٣١٨
١٣	١,٣٥٠	١,٧٧١	٢,١٦٠	٢,٦٥٠	٣,٠١٢	٤,٢٢١
١٤	١,٣٤٥	١,٧٦١	٢,١٤٥	٢,٦٢٤	٢,٩٧٧	٤,١٤٠
١٥	١,٣٤١	١,٧٥٣	٢,١٣١	٢,٦٠٢	٢,٩٤٧	٤,٠٧٣
١٦	١,٣٣٧	١,٧٤٦	٢,١٢٠	٢,٥٨٣	٢,٩٢١	٤,٠١٥
١٧	١,٣٣٣	١,٧٤٠	٢,١١٠	٢,٥٦٧	٢,٨٩٨	٣,٩٦٥

تابع جدول دلالة اختبار
واحد أو ثنائي الذنب

د. ح	مستوى الدلالة لاختبار واحد الذنب					
	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢٥	٠,٠١	٠,٠٠٥	٠,٠٠٠٥
	مستوى الدلالة لاختبار ثنائي الذنب					
	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٠٥	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠١
١٨	١,٣٣٠	١,٧٣٤	٢,١٠١	٢,٥٥٢	٢,٨٧٨	٣,٩٢٢
١٩	١,٣٢٨	١,٧٢٩	٢,٠٩٣	٢,٥٣٩	٢,٨٦١	٣,٨٨٣
٢٠	١,٣٢٥	١,٧٢٥	٢,٠٨٦	٢,٥٢٨	٢,٨٤٥	٣,٨٥٠
٢١	١,٣٢٣	١,٧٢١	٢,٠٨٠	٢,٥١٨	٢,٨٣١	٣,٨١٩
٢٢	١,٣٢١	١,٧١٧	٢,٠٧٤	٢,٥٠٨	٢,٨١٩	٣,٧٩٢
٢٣	١,٣١٩	١,٧١٤	٢,٠٦٩	٢,٥٠٠	٢,٨٠٧	٣,٧٦٧
٢٤	١,٣١٨	١,٧١١	٢,٠٦٤	٢,٤٩١	٢,٧٩٧	٣,٧٤٥
٢٥	١,٣١٦	١,٧٠٨	٢,٠٦٠	٢,٤٨٥	٢,٧٨٧	٣,٧٢٥
٢٦	١,٣١٥	١,٧٠٦	٢,٠٥٦	٢,٤٧٩	٢,٧٧٩	٣,٧٠٧
٢٧	١,٣١٤	١,٧٠٣	٢,٠٥٢	٢,٤٧٣	٢,٧٧١	٣,٦٩٠
٢٨	١,٣١٣	١,٧٠١	٢,٠٤٨	٢,٤٦٧	٢,٧٦٢	٣,٦٧٤
٢٩	١,٣١١	١,٦٩٩	٢,٠٤٥	٢,٤٦٢	٢,٧٥٦	٣,٦٥٩
٣٠	١,٣١٠	١,٦٩٧	٢,٠٤٢	٢,٤٥٧	٢,٧٥٠	٣,٦٤٦
٤٠	١,٣٠٣	١,٦٨٤	٢,٠٢١	٢,٤٢٣	٢,٧٠٤	٣,٥٥١
٦٠	١,٢٩٦	١,٦٧١	٢,٠٠٠	٣,٣٩٠	٢,٦٦٠	٣,٤٦٠
١٢٠	١,٢٨٩	١,٦٥٨	١,٩٨٠	٢,٣٥٨	٢,٦١٧	٣,٣٧٣
	١,٢٨٢	١,٦٤٥	١,٩٦٠	٢,٣٢٦	٢,٥٧٦	٣,٢٩١

رابعاً: حساب دلالة النسبة المئوية

The Significance of Percentage

تعتمد الكثير من البحوث خاصة التي تتطرق لمجالات قياس الرأي العام والاتجاهات على النسب المئوية. كما أن كثيراً من النتائج التي يتم عرضها في بعض هذه البحوث لا تكون إلا على صورة نسب مئوية لمن أجابوا بنعم على سؤال ما في أحد المجموعات ولمن أجابوا بنعم على نفس السؤال في مجموعة أخرى. أي تكون المقارنة بين النسب المئوية للذكور والنسب المئوية للإناث فيما يختص بمتغير من المتغيرات. وأحياناً تكون المقارنة داخل المجموعة الواحدة بين من أجاب بنعم على السؤال الأول في أحد الاستبيانات ومن أجاب بنعم على السؤال الثاني في نفس الاستبيان، ويكون الهدف في البحث معرفة الدلالة بين النسبتين.

وفي حالة المقارنة بين النسب في المجموعتين يكون حساب الدلالة الإحصائية للنسب غير المرتبطة، وفي حالة المقارنة بين النسب داخل المجموعة الواحدة يكون حساب الدلالة الإحصائية للنسب المرتبطة.

أولاً ـ حساب الدلالة للنسب المئوية غير المرتبطة

ونعرض فيما يلي ثلاثة طرق يختار الباحث من بينها أيسرها له في الخطوات:

مثال: طبق استبيان على مجموعتين أحدهما من المرضي والأخرى من الأسوياء وكان عدد المرضي ٥٠ خمسون، وعدد الأسوياء ١٠٠ مائة. فأجاب عشرون من المرضي بنعم على أحد أسئلة الاستبيان، كما أجاب ٤٥ خمسة وأربعون من الأسوياء بنعم على نفس السؤال. فهل هناك فرقاً له دلالة إحصائية بين من أجابوا بنعم في المجموعتين على هذا السؤال.

١ ـ **الطريقة الأولى**: وخطواتها ومعادلاتها كما يلي:

١ ـ نحسب النسبة المئوية لمن أجابوا بنعم في المجموعتين على النحو الآتي:

أ ـ النسبة المئوية لمن أجابوا بنعم على السؤال من المرضى:

$$= \frac{٢٠}{٥٠} \times ١٠٠ = ٤٠\%$$

ب ـ النسبة المئوية لمن أجابوا بنعم على السؤال من الأسوياء:

$$= \frac{٤٥}{١٠٠} \times ١٠٠ = ٤٥\%$$

٢ ـ نحصل على النسبة المئوية ١ (P 1) حسب القانون الآتي:

$$\%١ = \frac{\text{ن ١} \times \text{النسبة المئوية للمجموعة ١} + \text{ن ٢} \times \text{النسبة المئوية للمجموعة ٢}}{\text{ن ١} + \text{ن ٢}}$$

وهي في المثال $= \frac{٥٠ \times ٤٠ + ١٠٠ \times ٤٥}{٥٠ + ١٠٠} = \frac{٦٥٠٠}{١٥٠} = ٤٣,٣\%$

٣ ـ نحصل على النسبة المئوية ٢ (P2) حسب القانون الآتي:

$P2 = ١٠٠ -$ النسبة المئوية ٪ (١).

وبتطبيق ذلك على المثال السابق:

$P2 = ١٠٠ - ٤٣,٣ = ٥٦,٧\%$(*).

(*) ثم تقريب النسبتين المئويتين الأولى من ٤٣,٣ إلى ٤٣ والثانية من ٥٦,٧ إلى ٥٧.

٤ ـ تحصل على P1P2 حسب القانون الآتي:

$$P1\,P2 = \sqrt{P1 \times P2 \left[\frac{١}{ن١} + \frac{١}{ن٢}\right]}$$

وبتطبيق ذلك على المثال السابق.

$$P1\,P2 = \sqrt{٥٧ \times ٤٣ \left[\frac{١}{١٠٠} + \frac{١}{٥٠}\right]}$$

$$P1\,P2 = \sqrt{٠,٠١ + ٠,٠٢ \times ٢٤٥١}$$

$$P1\,P2 = \sqrt{٠,٠٣ \times ٢٤٥١}$$

$$P1\,P2 = \sqrt{٧٣,٥٣}$$

$$P1\,P2 = ٨,٥٧.$$

٥ ـ يتم بعد ذلك حساب الفرق بين النسبة المئوية أ والنسبة المئوية ب وبتطبيق ذلك على المثال السابق أ، ب تكون النتيجة.

الفرق بين النسبتين المئويتين أ، ب من الخطوة (١) = ٤٥ − ٤٠ = ٥.

٦ ـ يتم بعد ذلك قسمة الناتج من الفرق بين النسبتين المئويتين (في الخطوة رقم ٥) على الناتج في P1 P2 (الخطوة رقم ٤) للحصول على النسبة الحرجة (اختصاراً لـ: Critical Ratio) وذلك حسب القانون.

$$\text{النسبة الحرجة أو } CR = \frac{\text{الفرق بين النسبتين أ، ب}}{P1\,P2}$$

وفي مثالنا السابق نجد أن قيمة CR كما يلي:

$$CR = \frac{٥}{٧,٥٧} = ٠,٦٦$$

٧ ـ تعتبر النتيجة التي في الخطوة السابقة :

أ ـ دالة عند ٠,٠٥ إذا كانت هذه النتيجة تتراوح بين ١,٩٦ - ٢,٥٧ .

ب ـ دالة عند ٠,٠١ إذا كانت هذه النتيجة مساوية لـ ٢,٥٨ فما فوق .

٢ ـ الطريقة الثانية : وخطواتها كما يلي :

أ ـ معادلة النسبة الحرجة لدلالة النسبة المئوية :

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{\text{نسبة أ} - \text{نسبة ب}}{\sqrt{\frac{\text{أ}\,(١٠٠ - ٢)}{\text{ن}\ ١} + \frac{\text{ب}\,(١٠٠ - \text{ب})}{\text{ن}\ ٢}}}$$

حيث أ = النسبة الأولى .

حيث ب = النسبة الثانية .

حيث ن ١ = العينة الأولى .

حيث ن ٢ = العينة الثانية .

ب ـ وحساب النسبة الحرجة من نفس المثال السابق .

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{٤٥ - ٤٠}{\sqrt{\frac{٤٥\,(١٠٠ - ٤٥)}{٤٥} + \frac{٤٠\,(١٠٠ - ٤٠)}{٢٠}}}$$

$$= \frac{٥}{\sqrt{\frac{٤٥\,(٥٥)}{٤٥} + \frac{٤٠\,(٦٠)}{٢٠}}}$$

$$= \frac{٥}{\sqrt{٥٥ + ١٢٠}}$$

$$= \frac{٥}{\sqrt{١٧٥}}$$

$$= \frac{٥}{١٣,٢٢} = ٠,٣٧$$

وهي غير دالة إحصائياً حسب الخطوة رقم (٧) في الطريقة الأولى.

٣ ـ الطريقة الثالثة: وخطواتها كالآتي:

أ ـ نسبة من أجاب بنعم من المرضي = $\frac{٢٠}{٥٠} \times ١٠٠ = ٤٠\% = ٠,٤٠$

ب ـ نسبة من أجاب بنعم من الأسوياء = $\frac{٤٥}{١٠٠} \times ١٠٠ = ٤٥\% = ٠,٤٥$

جـ ـ عدد من أجاب بنعم من المرضى والأسوياء للمجموع الكلي =

$$\frac{(\text{عدد نعم في (١) + عدد نعم في (٢)})}{\text{ن ١ + ن ٢}} = \frac{٢٠ + ٤٥}{١٠٠ + ٥٠} = \frac{٦٥}{١٥٠} = ٠,٤٣$$

د ـ الفرق بين النسبة الكلية وواحد صحيح = ١ − ٠,٤٣ = ٠,٥٧

هـ ـ الخطأ المعياري لتقدير التباين = $\sqrt{\frac{٢٠ + ٤٥ \times ٠,٥٧}{٥٠ \times ١٠٠}}$

$$= \sqrt{\frac{٥١٣}{٥٠٠٠}}$$

$$= \sqrt{٠,١٠٢٦}$$

$$= ٠,٣٢$$

و ـ القيمة الناتجة = $\frac{\%(١) - \%(٢)}{\text{الخطأ المعياري}}$

$$= \frac{٠,٤٥ - ٠,٤٠}{٠,٣٢}$$

$$= \frac{,٠٥}{٠,٣٢}$$

$$= ٠,١٦$$

وهي غير دالة حسب الخطوة رقم (٧) في الطريقة الأولى.

تعليق على الطرق الثلاثة: اتفقت في أن النسبة الحرجة غير دالة بصرف النظر عن قيمتها.

استخدام النسبة الحرجة في المقارنة بين درجات فردين.

ويذكر ماكنمار في كتابه:

Mc nemar, G; Psychological Statstical, New York, Johnwisley & Son 1957, 53-154.

أنه يمكن استخدام النسبة الحرجة (C. R.) للمقارنة بين درجة فردين (النجم والمنبوذ في الاختبار السوسيومتري مثلاً) باستخدام المعادلة الآتية:

$$\text{النسبة الحرجة} = \frac{\text{درجة الشخص أ} - \text{درجة الشخص ب}}{\text{ع}\sqrt{1 - \text{ر}} \times \sqrt{2}}$$

حيث ع = الانحراف المعياري للمجموعة التي ينتمي لها أ، ب على الاختبار.

ر = معامل ثبات الاختبار.

٢ ـ رقم ثابت (فردين أ، ب).

ثانياً: حساب الدلالة للنسبة المئوية المرتبطة

كما سبق الإشارة فإنه يمكن حساب دلالة النسب المئوية داخل المجموعة الواحدة بالنسبة لمتغير من المتغيرات.

مثال: أجابت مجموعة من ٢٥٠ من الطلبة على السؤالين الآتيين في أحد الاستبيانات.

س (١): هل تحدث لك حالات من الصداع؟

أجاب ١٥٠ بنعم

وأجاب ١٠٠ بلا.

س (٢) هل تخاف من التواجد في الأماكن المزدحمة؟

أجاب ١٢٥ بنعم.

وأجاب ١٢٥ بلا.

الحل:

١ ـ يتم وضع النتائج للسؤالين في الجدولين التاليين للتبسيط.

الجدول رقم (١)

س (٢) \ س (١)	لا	نعم	مجـ
نعم	٢٥	١٠٠	١٢٥
لا	٧٥	٥٠	١٢٥
مجـ	١٠٠	١٥٠	٢٥٠

وقد تم توزيع النتائج الداخلية في المربعات من مجاميع الأعمدة والصفوف كالآتي:

١ ـ طرح مجموع العمود الأول من مجموع الصف الأول للحصول على القيمة الأولى بالصف الأول ١٢٥ - ١٠٠ = ٢٥.

٢ ـ طرح القيمة التي تم الحصول عليها من الخطوة السابقة من مجموع الصف الأول للحصول على من أجابوا بنعم على السؤالين ١٢٥ - ٢٥ = ١٠٠.

٣ ـ طرح القيمة الناتجة في الخطوة الأولى من مجموع العمود الأول للحصول على من أجابوا بلا على السؤال الأول وبلا على السؤال الثاني ١٠٠ - ٢٥ = ٧٥.

٤ ـ طرح القيمة الناتجة في الخطوة الثانية من مجموع العمود الثاني للحصول على من أجابوا بنعم على السؤال الأول وأجابوا بلا على السؤال الثاني ١٥٠ - ١٠٠ = ٥٠

الجدول رقم (٢)

٢ ـ يتم حساب النسبة المئوية للنتائج التي في الجدول رقم (١) كالآتي:

س (١) / س (٢)	لا	نعم	المجموع
نعم	١٠٪ (ب)	٤٠٪ (أ)	٥٠٪
لا	٣٠٪ (د)	٢٠٪ (جـ)	٥٠٪
المجموع	٤٠٪	٦٠٪	١٠٠٪

٣ ـ يتم حساب معامل ارتباط فاي .Ph C من الجدول السابق (أنظر في الجزء الخاص بالإحصاء التطبيقي كيفية حساب معامل ارتباط فاي) وقيمة المثال السابق = ٠,٤١.

٤ ـ يتم حساب النسب المئوية للإجابات كما يلي:

أ ـ النسبة المئوية (١) لمن أجاب بنعم على السؤال الأول = $\frac{١٥٠}{٢٥٠}$ × ١٠٠ = ٦٠٪

ب ـ النسبة المئوية (٢) لمن أجاب بنعم على السؤال الثاني = $\frac{١٢٥}{٢٥٠}$ × ١٠٠ = ٥٠٪

٥ ـ يتم عمل تقدير للنسبة بحساب المتوسط للنسبة (١)، (٢) في الخطوة السابقة كالآتي:

متوسط النسبة = ٦٠ + ٥٠ = ١١٠ - ٢ = ٥٥ (النسبة أ).

٦ـ يتم طرح متوسط النسبة من ١٠٠ = ١٠٠ - ٥٥ = ٤٥ (النسبة ب).

٧ـ يتم حساب الفرق بين النسبتين (١)، (٢) في الخطوة رقم (٤). = ٦٠ - ٥٠ = ١٠.

٨ ـ تطبق معادلة النسبة المئوية الآتية.

$$\text{دلالة النسبة المئوية} = \frac{\text{الفرق بين النسبتين (١)، (٢)}}{\sqrt{\frac{\text{٢ × النسبة (أ) × النسبة(ب)}}{\text{المجموع الكلي (ن)}}(\text{١ـ معامل الارتباط})}}$$

$$\text{٩ ـ دلالة النسبة المئوية} = \frac{٠,٥٠ - ٠,٦٠}{\sqrt{\frac{٢ \times ٥٥ \times ٤٥}{٢٥٠}(١ - ٠,٤١)}}$$

$$= \frac{٠,١٠}{\sqrt{١٩,٨\ (٠,٥٩)}}$$

$$= \frac{٠,١٠}{٠,٠٣٤}$$

$$= ٢,٩٤$$

الفرق يكون دالاً عند ٠,٠٥ لو بلغت قيمته من ١,٩٦ إلى ٢,٥٧، ويكون دالاً عند ٠,٠١ لو بلغت قيمة ٢,٥٨ فما فوق.

خامساً

التحليل العاملي

Factor Analysis

مقدمة : يمكن القول بأن التحليل العاملي يمثل نهاية رحلة المطاف في الإحصاء التي بين أيدينا اليوم، كما يمكن أن يعتبر التحليل العاملي في نفس الوقت قمة التطبيق العملي للمنهج الاستقرائي أي من الجزئيات إلى الكليات.

ويمكن أن نتعقب ذلك المشوار للكشف عن أهداف التحليل العاملي منذ بداية الدروس الأولى للإحصاء حتى استخدام التحليل العاملي في هذا الجزء من الكتاب. فعند ما يجري الباحث دراسته على عينة من الأفراد يطبق فيها اختباراً لقياس الذكاء أو الشخصية فإنه يحصل على عدد من الدرجات مماثل لحجم عينة بحثه، وهذه الدرجات في ذلك الإطار المبدئي الذي تكون عليه لا تمثل ولا تعني شيئاً، أي لا يمكن أن يستنتج منها الباحث شيئاً يفيد تساؤلات بحثه أو فروض دراسته لأنها لا تمثل إلا جزئيات مستقلة متباعدة عن بعضها البعض. وبإجراء أولى خطوات المعالجات الإحصائية وهي تصنيف تلك الدرجات في جدول تكراري تتبلور وتتكشف حقيقة المنهج الاستقرائي الذي يتضح في أن هذا الكم الهائل من الدرجات والذي قد يبلغ المئات أو الآلاف أو أكثر من ذلك يبدأ في التجمع في عدد قليل من الدرجات في ذلك الجدول التكراري، كما أنه بإجراء مزيد من المعالجات الإحصائية كحساب المتوسط أو الوسيط نجد أن قيمة واحدة قد حلت محل مئات أو

آلاف الدرجات. وبهذه الصورة يتبين أن المنهج الاستقرائي يأخذ شكل التدرج الهرمي في قاعدة مليئة بدرجات كثيرة (جزئيات) إلى قيمة تقف عليها مجموعة صغيرة من القيم (الكليات).

هذا إذا كان الباحث بصدد متغير واحد أما إذا كان الباحث يدرس أكثر من متغير في وقت واحد لدى مجموعة من الأشخاص فإن الجزئيات التي لديه يتسع حجمها ويكبر. فإذا كانت عينة الدراسة ألف طالب مثلاً ففي حالة المتغير الواحد أي إذا طبق اختباراً للذكاء تكون لديه ألف درجة (١٠٠٠)، أما في حالة وجود متغيرين كأن يطبق اختباراً لقياس الذكاء وآخر لقياس القدرة اللفظية فسيكون لديه درجتين لهذين الاختبارين بالنسبة لكل طالب ويكون المجموع الكلي لعدد درجات الاختبارين بالنسبة للألف طالب هو ألفان من الدرجات. ويزيد هذا العدد إلى ثلاثة آلاف درجة لو أضاف الباحث إلى الاختبارات اختباراً ثالثاً وهكذا. وبحساب العلاقة بين اختبار الذكاء واختبار القدرة اللفظية يحصل الباحث على قيمة واحدة متمثلة في معامل الارتباط، فبدلاً من ألفي درجة كل ألف منها مستقل عن الآخر صار في يد الباحث قيمة واحدة هي معامل الارتباط والتي تكشف عن علاقة الذكاء بالقدرة العددية.

ويتضح مما سبق أنه باستخدام المنهج الاستقرائي تحولت الألفي درجة (جزئيات) إلى معامل ارتباط واحد (كليات). وبالطبع ليس هذا هو نهاية المطاف لأنه بزيادة عدد المتغيرات أو الاختبارات المطبقة على أفراد العينة يزداد عدد معاملات الارتباط والتي يشكل في نهاية الأمر ما يسمى بمصفوفة الارتباط Correlation Matri .

هدف التحليل العاملي: يهدف التحليل العاملي إلى تحليل مجموعة من معاملات الارتباط إلى عدد أقل من العوامل. فمثلاً إذا كان لدينا

معاملات ارتباط لستة اختبارات فمعنى ذلك أننا لدينا ستة متغيرات ترتبط بعضها ببعض ويبلغ مجموع هذه الارتباطات ١٥ خمسة عشر معامل ارتباط وذلك باستخدام القانون الآتي:

$\frac{ن \times ن - ١}{٢}$ (حيث ن = عدد الاختبارات).

وبالتعويض عن القانون في المثال السابق نجد النتيجة =

$\frac{٦ \times ٦ - ١}{٢} = \frac{٣٠}{٢} = ١٥$

وفي التحليل نحاول رد هذه الارتباطات إلى عدد أقل من العوامل والتي تكون عادة ثلاثة عوامل أو عاملين على أكثر تقدير وذلك في حالة المثال السابق أيضاً وذلك على أساس أن كل اختبارين أو ثلاثة يمثلون عاملاً واحداً. ويوضح كلامنا السابق المثال الآتي:

«إذا طبقنا ٤٢ اثنين وأربعين اختباراً على مائتين من الأفراد فإنه سيكون لدينا ٨٤٠٠ (٤٢ × ٢٠٠) ثمانية آلاف وأربعمائة درجة. ودرجات الأفراد هذه اختصارها إلى ٧٨٠ معامل ارتباط حسب المعادلة السابقة.

$\frac{٤٢ \times ٤٢ - ١}{٢} = \frac{٤٢ \times ٤١}{٢} = \frac{١٥٩٠}{٢} = ٨٦١$ وإذا حللنا هذه المعاملات تحليلاً عملياً فإننا نصل أربعة عشر عاملاً حيث يتفق العامليون أن كل ثلاثة اختبارات تمثل عاملاً واحد فيكون في مثالنا $\frac{٤٢}{٣}$ = ١٤ تقريباً.

مثال تطبيقي:

ممكن أن نأخذ مجال الاختيار المهني كمثال للإجراءات التي تسبق استخدام التحليل العاملي ويستفاد بها في البحوث استفادة تطبيقية وذلك على النحو الآتي:

١ ـ تبدأ الدراسة العاملية لقدرة من القدرات المتطلبة في اختيار العمال

لمهنة من المهن بعدة فروض يتضمن كل فرض من هذه الفروض ناحية معينة من نواحي تلك القدرة (كالقدرة الحركية مثلاً تتضمن نواحي مثل: مهارة. الأصابع - مهارة اليد - زمن الرجع . . . إلخ). والتي كشف تحليل العمل Job Analysis لهذه الوظيفة أو المهنة أنه متطلب للقيام بواجباتها.

٢ - بعد ذلك يتم تحديد الاختبارات اللازمة لقياس تلك النواحي من نواحي القدرة ويكون ذلك بتمثيل كل ناحية بثلاثة اختبارات. فالقدرة العددية لا بد أن يمثلها ثلاثة اختبارات مثل الجمع والضرب . . . إلخ. ونتائج التحليل هي التي ستحدد أكثر الاختبارات تشبعاً بهذه القدرة.

٣ - بعد تقنين الأدوات السابقة بإعداد التعليمات والزمن والثبات والصدق الخاص بها يتم تطبيقها على عينة من الأفراد لا يقل عددهم عن مائتين وذلك لكي نصل إلى عوامل لها دلالة كما يذهب المتخصصون. ولكن من المعتقد أن هذا الشرط لا يمكن الوفاء به وخاصة عند دراسة بعض الظواهر المرضية كما أنه من ناحية أخرى يمكن للباحث أخذ عينات تتمشى مع ظروفه وإمكانياته من حيث العدد وعليه بعد ذلك التأكد من دلالة الارتباطات المستخرجة.

٤ - تطبيق الاختبارات على العينة ثم يتم إيجاد معاملات الارتباط بين بعضها البعض فلو فرض أننا لدينا ٦ ست اختبارات طبقت على ثلاث أفراد على النحو الآتي:

ق	(١) ذاكرة	(٢) عددي	(٣) لفظي	(٤) رجع	(٥) معلومات	(٦) مفردات
١	٢	٤	٤	٢	٤	١
٢	٣	٣	٥	١	٣	٣
٣	٣	٢	٣	٢	٥	٥

فإننا نحصل على معاملات الارتباط الآتية :

أولاً : معاملات الارتباط بين ١ ، ٢ ثم ١ ، ٣ ثم ١ ، ٤ ثم ١ ، ٥ ثم ١ ، ٦.
ثانياً : معاملات الارتباط بين ٢ ، ٣ ثم ٢ ، ٤ ثم ٢ ، ٥ ثم ٢ ، ٦.
ثالثاً : معاملات الارتباط بين ٣ ، ٤ ثم ٣ ، ٥ ثم ٣ ، ٦ .
رابعاً : معاملات الارتباط بين ٤ ، ٥ ثم ٤ ، ٦ .
خامساً : معاملات الارتباط بين ٥ ، ٦ .

وتمثل معاملات الارتباط السابقة مصفوفة الارتباط الأولى والتي يتم من خلالها الحصول على العوامل المختلفة .

٥ ـ إن أبسط الاختبارات ما كان مشبعاً بعامل واحد وأعقدها ما كان مشبعاً بأكثر من عامل ، ولما كان التحليل العاملي يهدف إلى فصل العوامل فإن الاختبارات المعقدة تعوق عملية الفصل وتعوق أيضاً عملية تدوير المحاور .

نظرية العاملين في التحليل العاملي(*)

١ ـ نبعت بذور التحليل العاملي من بحوث وتجارب سبيرمان عام ١٩٠٤ حيث قام بحساب الارتباطات بين الاختبارات وانتهى منها إلى النتيجتين :

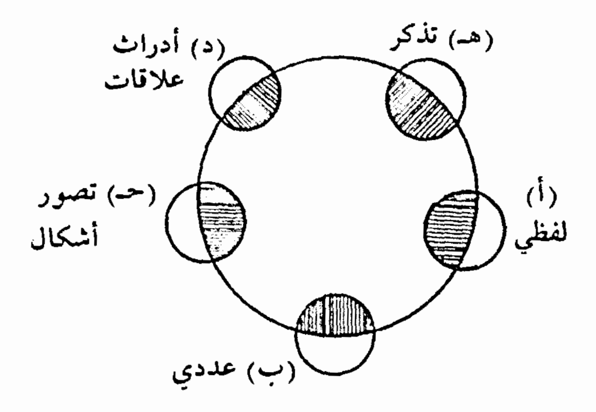
أ ـ وجود عامل عام يدخل في جميع العمليات العقلية ويرمز له بالرمز "g" اختصاراً لـ : General Factor .

ب ـ وجود عامل خاص تختلف فيه كل عملية عن الأخرى ويرمز له بالرمز "S" اختصاراً لـ : Specific Factor .

ولقد سمى سبيرمان نظريته بنظرية ذات العاملين "Two Factor T." ويبين الشكل التالي هذا الكلام(*) .

(*) أنظر بالتفصيل : د. سيد محمد خيري ـ الإحصاء في البحوث النفسية والتربوية والاجتماعية ـ النهضة العربية ـ ١٩٧٠ .

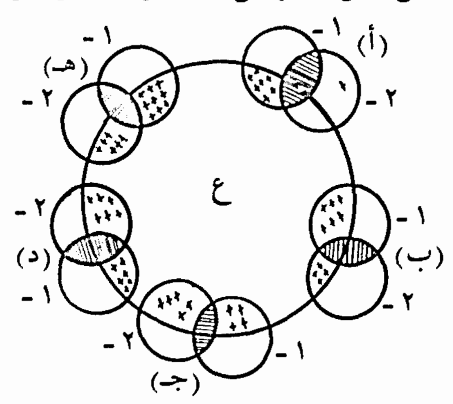
شكل يبين نظرية العاملين لسبيرمان



فنجد في الشكل السابق أن مجموعة القدرات: (أ) اللفظي، (ب) العددي، (جـ) تصور الأشكال، (د) إدراك علاقات، (هـ) تذكر، تشترك جميعاً في وجود عامل (ع) يربط بينها وبين بعضها البعض (يصور ذلك في الشكل الجزء داخل الدائرة). كما أن كل قدرة من هذه القدرات تختلف في جانب منها عن باقي القدرات (يصور ذلك في الشكل أجزاء الدوائر الصغيرة خارج الدائرة الكبيرة).

٢ ـ وفي عام ١٩٠٩ قام سيرل بيرت Cyril Burt بإعادة ما أجراه سبيرمان من تجارب في محاولة منه لاختبار ما توصل إليه فوجد أن معالجته الإحصائية والتي تمخضت عنها الكثير من معاملات الارتباط يعكس أن ما استخدمه من اختبارات يظهر على هيئة مجموعات يربط بين كل مجموعة عوامل مشتركة بين المجموعة الواحدة بالإضافة إلى العامل العام المشترك بين جميع الاختبارات. كما في الشكل الآتي:

شكل يبين العوامل المشتركة لدى بيرت



ويتضح من الشكل السابق أن بين كل مجموعة من مجموعات الاختبارات أ، ب، جـ، د، هـ توجد عوامل مشتركة بينها وبين بعضها البعض بالإضافة إلى وجود عامل عام يربط بين الاختبارات (١، ٢) جميعاً في (ع).

٣ ـ وبعد ذلك جاء ثرستون صاحب الطريقة المركزية فذهب إلى أن العمليات العقلية تنقسم إلى مجموعة من العوامل المستقلة، واستبعد في بادىء أمره وجود عامل عام إلا أنه عاد واعترف بوجوده.

(١)
طريقة الجمع البسيط
Simple Summation M.

١ ـ صاحب هذه الطريقة من طرق التحليل العاملي عالم النفس المعروف سيرل بيرت. ويذهب إلى أنه بعد الحصول على معاملات الارتباط بين الاختبارات المختلفة يتم معرفة تشبع Saturation هذه الاختبارات بالعامل العام وذلك على النحو الآتي:

(*) أنظر المرجع السابق أيضاً.

	١	٢	٣	٤
١	(١٠١)	(٢٠١)	(٣٠١)	(٤٠١)
٢	١٠٢	(٢٠٢)	(٣٠٢)	(٤٠٢)
٣	١٠٣	٢٠٣	(٣٠٣)	(٤٠٣)
٤	١٠٤	٢٠٤	٣٠٤	(٤٠٤)

١ ـ والخطوة السابقة تمثل تكوين مصفوفة الارتباط الأولى.

٢ ـ والخطوة الثانية تتمثل في جمع الصفوف على النحو الآتي:

مجموع العمود الأول = ١٠١ + ١٠٢ + ١٠٣ + ١٠٤

مجموع العمود الثاني = ٢٠١ + ٢٠٢ + ٢٠٣ + ٢٠٤

مجموع العمود الثالث = ٣٠١ + ٣٠٢ + ٣٠٣ + ٣٠٤

مجموع العمود الرابع = ٤٠١ + ٤٠٢ + ٤٠٣ + ٤٠٤

٣ ـ والخطوة الثالثة تتمثل أيضاً في جمع مجموع الأعمدة ويكون ذلك على النحو الآتي:

مجـ العمود الأول + مجـ العمود الثاني + مجـ العمود الثالث = العمود الرابع.

٤ ـ بعد ذلك يتم إيجاد الجذر التربيعي لمجموع الأعمدة المستخرج من الخطوة رقم ٣.

٥ ـ وتتمثل الخطوة الأخيرة في قسمة مجموع كل عمود على الجذر التربيعي ويكون خارج القسمة هو تشبع كل اختبار بالعامل العام. ويجب أن يكون مجموع التشبعات بالعامل العام مساوياً لقيمة الجذر التربيعي.

مثال:

فيما يلي مصفوفة الارتباط الأولى بين مجموع مكونة من ستة اختبارات تمثل مجموعة من القدرات.

«جدول مصفوفة الارتباط الأولى»

	(١) لفظي	(٢) عددي	(٣) ذاكرة	(٤) مفردات	(٥) فهم	(٦) متشابهات
١	(,٦٥)	٠,١٣	٠,٢٢	٠,٥٩	٠,١٥	٠,٦٥
٢	,١٣	(,٦٠)	٠,٤٥	٠,٠٥	٠,٦٠	٠,٠٩
٣	,٢٢	,٤٥	(,٥٦)	٠,١٤	٠,٥٦	٠,١١
٤	,٥٩	,٠٥	,١٤	(,٧١)	٠,١٢	٠,٧١
٥	١٥	,٦٠	,٥٦	,١٢	(,٦٠)	٠,٢٢
٦	,٦٥	,٠٩	,١١	,٧١	,٢٢	(,٧١)

١ ـ ويلاحظ أن مصفوفة الارتباط السابقة لكي تكون صالحة لعمل المعالجات الإحصائية الخاصة بالتحليل العاملي عليها فلا بد من إكمالها وذلك بوضع الارتباطات الموجودة في الصف الأول في العمود الأول على النحو الآتي: معامل الارتباط بين ١، ٢ يوضع في العمود في مكان ٢، ١ ومعامل الارتباط بين ١، ٣ يوضع في العمود في مكان ٣، ١ وهكذا باقي العمود ثم العمود الثاني. . . إلخ.

٢ ـ كما أنه بالإضافة إلى ذلك نجد أن الخلية القطرية Diagonal Cell وهي معامل الارتباط بين الاختبار ونفسه (١، ١ - ٢، ٢ - ٣، ٣ - ٤، ٤ - ٥، ٥ - ٦) قد تركت خالية. ويرى بيرت Burt ملأ هذه الخلايا بمعاملات تقديرية، أما ثرستون Thurstone فيرى ملأ هذه الخلايا بأكبر معامل ارتباط في الصف أو في العمود.

١ ـ وفيما يلي مصفوفة الارتباط السابقة نجد استكمالها ووضع معاملات الخلية القطرية حسب طريقة ثرستون لسهولتها عن طريقة بيرت.

	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(٠,٦٥)	٠,١٣	٠,٢٢	٠,٥٩	٠,١٥	٠,٦٥
٢	٠,١٣	(٠,٦٠)	٠,٤٥	٠,٠٥	٠,٦٠	٠,٠٩
٣	٠,٢٢	٠,٤٥	(٠,٥٦)	٠,١٤	٠,٥٦	٠,١١
٤	٠,٥٩	٠,٠٥	٠,١٤	(٠,٧١)	٠,١٢	٠,٧١
٥	٠,١٥	٠,٦٠	٠,٥٦	٠,١٢	(٠,٦٥)	٠,٢٢
٦	٠,٥	٠,٠٩	٠,١١	٠,٧١	٠,٢٢	(٠,٧١)
مجموع ر =	٢,٣٩	١,٩٢	٢,٠٤	٢,٣٢	٢,٢٥	(٢,٤٩)

مجـ ر = ١٣,٤١ ثم يحسب $\sqrt{\text{مجـ ر}}$ = $\sqrt{١٣,٤١}$ = ٣,٦٦.

التشبع بالعامل العام = ٠,٦٥ ٠,٥٢ ٠,٥٦ ٠,٦٣ ٠,٦١ ٠,٦٨

وفيما يلي الاختبارات وتشبعاتها على العامل العام الأول.

رقم الاختبار	الاختبار	التشبع
١	لفظي	٠,٦٥
٢	عددي	٠,٥٢
٣	حسابي	٠,٥٦
٤	مفردات	٠,٦٣
٥	سلاسل أعداد	٠,٦١
٦	متشابهات	٠,٦٨

ويلاحظ أن مجموع تشبعت العامل العام = ٠,٦٥ + ٠,٥٢ + ٠,٥٦ + ٠,٦٣ + ٠,٦١ + ٠,٦٨ = ٣,٦٥ وهو نفس قيمة الجذر التربيعي.

٢ ـ وفيما يلي الجدول النظري القائم على أساس تشبعات العامل الأول.

«جدول نظري قائم على أساس تشبعات العامل الأول»

التشبعات	رقم الاختبار	١	٢	٣	٤	٥	٦
		(٠,٦٥)	(٠,٥٢)	(٠,٥٦)	(٠,٦٢)	(٠,٦١)	(٠,٦٨)
(٠,٦٥)	١	(٠,٤٢)	٠,٣٤	٠,٣٦	٠,٤١	٠,٤٠	٠,٤٤
(٠,٥٢)	٢	٠,٣٤	(٠,٢٧)	٠,٢٩	٠,٣٢	٠,٣١	٠,٣٥
(٠,٥٦)	٣	٠,٣٦	٠,٢٠	(٠,٣١)	٠,٣٥	٠,٣٤	٠,٣٨
(٠,٦٣)	٤	٠,٤١	٠,٣٢	٠,٣٥	(٠,٤٠)	٠,٣٨	٠,٤٣
(٠,٦١)	٥	٠,٤٠	٠,٣١	٠,٣٤	٠,٣٨	(٠,٣٧)	٠,٤١
(٠,٦٨)	٦	٠,٤٤	٠,٣٥	٠,٣٨	٠,٤٣	٠,٤١	(٠,٤٦)

ويتم اعداد الجدول النظري السابق كما يلي:

أ - يتم ضرب التشبع على الاختبار الأول في نفسه ويوضع الناتج بين قوسين مكان الخلية القطرية (بين ١ ، ١) ثم يتم ضرب تشبع نفس الاختبار في تشبع الاختبار الثاني (٠,٦٥ × ٠,٥٢) ويوضع الناتج (٠,٣٤) في ١ ، ٢ وهكذا باقي الاختبارات.

ب - يتم ضرب تشبع الاختبار الثاني في نفسه أيضاً (٠,٥٢ × ٠,٥٢) ويوضع الناتج بين قوسين في مكان الخلية القطرية (بين ٢ ، ٢) ثم يتم ضرب تشبع نفس الاختبار في تشبع نفس الاختبار الثالث (٠,٥٢ × ٠,٥٦) ويوضع الناتج (٠,٢٩) في ٢ ، ٣ وهكذا باقي الاختبارات.

جـ - يتم تكرار الخطوة السابقة بالنسبة لباقي تشبعات الاختبارات.

د - يتم وضع الارتباطات التي في الصفوف في الأعمدة كما في الخطوة الأولى في مصفوفة الارتباط الأولى.

٣ ـ وبعد ذلك يتم طرح الجدول النظري من جدول مصفوفة الارتباط الأولي. وذلك بطرح الارتباطات الموجودة في الصف الأول في الجدول النظري من الارتباطات المقابلة لها في الصف الأول من مصفوفة الارتباط الأولى. وهكذا الصف الثاني ثم الصف الثالث. . . إلخ.

وفيما يلي جدول البواقي الناتج من طرح الجدول النظري من مصفوفة ـ الارتباط الأولى.

	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(٠,٢٣)	ـ ٠,٢١	ـ ٠,١٤	٠,١٨	ـ ٠,٢٥	٠,٢١
٢	ـ ٠,٢١	(٠,٣٣)	٠,١٦	ـ ٠,٢٧	٠,٢٩	ـ ٠,٢٦
٣	ـ ٠,١٤	٠,١٦	(٠,٢٥)	ـ ٠,٢١	٠,٢٢	ـ ٠,٢٧
٤	٠,١٨	ـ ٠,٢٧	ـ ٠,٢١	(٠,٣١)	ـ ٠,٢٦	٠,٢٨
٥	ـ ٠,٢٥	٠,٢٩	٠,٢٢	ـ ٠,٢٦	(٠,٢٨)	ـ ٠,١٩
٦	٠,٢١	ـ ٠,٢٦	ـ ٠,٢٧	٠,٢٨	ـ ٠,١٩	(٠,٢٥)

«جدول البواقي الناتج من طرح الجدول النظري من مصفوفة الارتباط الأولى».

٤ ـ وبعد ذلك يتم ترتيب جدول البواقي السابق بحيث يتم وضع الاختبارات ذات البواقي الموجبة الإشارة بجوار بعضها والاختبارات ذات البواقي السالبة الإشارة بجوار بعضها، وذلك كما يتضح في الجدول الآتي:

	١	٤	٦	٢	٣	٥
١	٠,٢٢	٠,١٨	٠,٢١	-٠,٢١	-٠,١٤	-٠,٢٥
٤	٠,١٨	٠,٣١	٠,٢٨	-٠,٢٨	-٠,٢١	-٠,٢٦
٦	٠,٢١	٠,٢٨	٠,٢٥	-٠,٢٦	-٠,٢٧	-٠,١٩
٢	-٠,٢١	-٠,٢٨	-٠,٢٦	٠,٣٣	٠,١٦	٠,٢٨
٣	-٠,١٤	-٠,٢١	-٠,٢٧	٠,١٦	٠,٢٥	٠,٢٢
٥	-٠,٢٥	-٠,٢٦	-٠,١٩	٠,٢٢	٠,٢٢	٠,٢٣

«جدول ترتيب البواقي حسب الإشارات».

ويلاحظ أن جدول ترتيب البواقي قد انقسم إلى أربعة أقسام:

١ ـ القسم الأيمن الأعلى وإشاراته موجبة.
٢ ـ القسم الأيمن الأسفل وإشاراته سالبة.
٣ ـ القسم الأيسر الأعلى وإشاراته سالبة.
٤ ـ القسم الأيسر الأسفل وإشاراته موجبة.

كما يلاحظ أيضاً أنه يجمع الصف الأول نجده مساوياً لمجموع العمود الأول. ومجموع الصف أو العمود يساوي صفراً.

٥ ـ وبعد الخطوة السابقة يتم عمل عكس للإشارات حتى يكون القسم الأيمن للجدول السابق (جدول ترتيب البواقي) موجب الإشارة وفي هذه الحالة يتم عكس إشارات القسم الأيمن الأسفل ليكون كله موجباً. ثم يتم أيضاً عكس إشارات القسم الأيسر الأسفل حتى يصير القسم الأيسر كله سالب الإشارة. وبإتمام هذه الخطوة يمكن استخراج العامل الطائفي (بإجراء نفس الخطوات التي تمت في مصفوفة الارتباط الأولى واستخراج من خلالها العام) ويصبح شكل الجدول كما يلي:

	١	٤	٦	٢	٣	٥
١	٠,٢٢	٠,١٨	٠,٢١	-٠,٢١	-٠,١٤	-٠,٢٥
٤	٠,١٨	٠,٣١	٠,٣٨	-٠,٢٨	-٠,٢١	-٠,٢٦
٦	٠,٢١	٠,٢٨	٠,٢٥	-٠,٢٦	-٠,٢٧	-٠,١٩
٢	٠,٢١	٠,٢٨	٠,٢٦	-٠,٣٣	-٠,١٦	-٠,٢٨
٣	٠,١٤	٠,٢١	٠,٢٧	-٠,١٦	-٠,٢٥	-٠,٢٢
٥	٠,٢٥	٠,٢٦	٠,١٩	-٠,٢٨	-٠,٢٢	-٠,٢٣
مجـ س=	١,٢٢	١,٥٢	١,٤٥	-١,٥٢	-١,٢٥	-١,٤٣
	+	٤,١٩		-		٤,٢٠ = -٠٠,٠١

مجـ س(*) = × ١,٢٢ + ١,٥٢ + ١,٤٥ + ١,٥٢ + ١,٢٥ + ١,٤٣

= ٨,٣٩ $\sqrt{\text{مجـ س}}$ = ٢,٨٨.

التشبعات = ٠,٤٢، ٠,٥٢، ٠,٥٠، -٠,٥٢، -٠,٣٤، -٠,٤٨

ومن الخطوة السابقة نجد أن تشبعات الاختبارات على النحو الآتي:

رقم الاختبار	الاختبار	التشبع
١	لفظي	٠,٤٢
٤	مفردات	٠,٥٢
٦	متشابهات	٠,٥٠
٢	عددي	-٠,٥٢
٣	حسابي	-٠,٤٣
٥	سلاسل أعداد	-٠,٤٨

(*) بصرف النظر عن الإشارة.

٦ ـ ويتم توضيح نتيجة التحليل العاملي بطريقة الجمع البسيط على النحو الآتي :

رقم	الاختبارات	التشبع بالعامل العام	العامل القطبي	
			+	
١ ـ	لفظي	٠,٦٥	٠,٤٢	
٢ ـ	عددي	٠,٥٢		٠,٥٢
٣ ـ	حسابي	٠,٥٦		٠,٤٣
٤ ـ	مفردات	٠,٦٣	٠,٥٢	
٥ ـ	سلاسل أعداد	٠,٦١		٠,٤٨
٦ ـ	متشابهات	٠,٦٨	٠,٥٠	

٧ ـ كما يتم عمل التفسير النفسي للعوامل من خلال البحوث والدراسات السابقة التي تناولت هذه الاختبارات بالدراسة ونجد في الجدول الموجود في (٦) أنه نظراً لأن الاختبارات الستة مشبعة تشبعاً كبيراً بالعامل العام وهذه الاختبارات كلها اختبارات معرفية فهناك احتمال كبير بأن هذا العامل هو الذكاء العام أو القدرة العقلية العامة. أما العامل القطبي فيبدو أن يقسم بطارية الاختبارات إلى قسمين قسم موجب وقسم سالب. يتضمن القسم الموجب مجموعة من الاختبارات ذات طبيعة واحدة أي، تقيس وظائف واحدة ومن نفس النوع. ويتضمن القسم السالب مجموعة أخرى من الاختبارات ذات طبيعة مختلفة عن الاختبارات السابقة.

تمارين

١ ـ حلل مصفوفه الارتباط الآتية مستخرجاً العامل العام والعامل القطبي :

أ	ب	جـ	د	هـ	و
	٠,٧٠	٠,٢٠	٠,٢٠	٠,١٠	٠,٧٠
		٠,١٠	٠,٥٠	٠,٦٠	٠,١٠
				٠,٤٠	٠,٣٠
					٠,١٥

٢ ـ حلل مصفوفة الارتباط التالية :

١	٢	٣	٤	٥	٦
	٠,٢٢	٠,٧١	٠,١١	٠,٠٩	٠,٦٥
		٠,١٢	٠,٥٦	٠,٦	٠,١٥
			٠,١٤	٠,٠٥	٠,٥٩
				٠,٤	٠,٢
					٠,١٣

(٢)
الطريقة المركزية

Centroid Method

تعتبر الطريقة المركزية التي كونها ثرستون (١٩٣٧) من أكثر الطرق شيوعاً واستخداماً في البحوث كما أنها مبنية على الجمع البسيط، وتتطلب مجهوداً أقل في حسابها وفيما يلي خطوات هذه الطريقة :

أ ـ خطوات حساب التشبعات المركزية الأولى :

١ ـ تقدر الاشتراكيات على أساس أنها تكون مساوية لأعلى معامل ارتباط للاختبار مع أي متغير آخر في مصفوفة الارتباط بصرف النظر عن الإشارة المصاحبة لأعلى معامل ارتباط في العمود.

٢ ـ جمع كل عمود جمعاً جبرياً مع حذف قيمة الخلايا القطرية ووضعه في العمود الأول تحت المصفوفة.

٣ ـ جمع كل صف جمعاً جبرياً مع حذف قيمة الخلية القطرية ووضع المجموع في الصف الأول على يسار المصفوفة ويجب أن يكون هذا المجموع في نهاية كل من الصف والعمود واحداً وهذه وسيلة المراجعة لهذه الخطوة.

٤ ـ تجميع الاشتراكيات المقدرة لكل متغير على مجموع العمود لهذا المتغير ويوضع في الصف الثاني تحت المصفوفة.

٥ ـ يتم جمع الصف السابق للحصول على المجموع الكلي لكل القيم الموجودة في الجدول.

٦ ـ يتم استخراج الجذر التربيعي لهذا المجموع.

٧ ـ يتم قسمة كل قيمة في الصف على الجذر التربيعي للحصول على العامل المركزي الأول والذي يتمثل في القيم الناتجة لهذه الخطوة والتي تم وضعها في الصف الأخير.

٨ ـ كنوع من المراجعة الجزئية ينبغي أن يكون مجموع التشبعات على العامل المركزي مساوياً لقيمة الجذر التربيعي.

٩ ـ وفيما يلي مصفوفة الارتباط الأولى وحساب تشبعات العامل المركزي الأول:

والنتائج التي سنستعرضها في خطوات الطريقة المركزية هي نتائج دراسة الماجستير التي قام المؤلف بإعدادها عام ١٩٦٩ وعنوانها:

«دراسة تجريبية للقدرات النفسية الحركية المتطلبة في مهنة دلفنة الصلب».

ولقد تم في هذه الدراسة إعداد مجموعة من الاختبارات الحركية المقننة والتي أعدت بناء على نتائج تحليل العمل لمهنة الدلفنة بشركة الحديد والصلب بحلوان ثم طبقت على عينة من عمال خط إنتاج الدلفنة (الاسم الشائع الدرفلة) وبعد ذلك أجريت معاملات الارتباط اللازمة بين هذه الارتباطات للتوصل لهدف هذه الدراسة وهو: إعداد مجموعة من الاختبارات الحركية التي تقيس القدرات المتطلبة في هذه المهنة.

رقم الاختبار	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧
١	-	٠,٠٥	٠,١٣	٠,$\overline{٠٣}$	٠,$\overline{٠٢}$	٠,٢٦	٠,٠١	٠,١٥	٠,$\overline{٠٩}$	٠,$\overline{١٠}$	٠,$\overline{٠١}$	٠,$\overline{٠٤}$	٠,$\overline{٠٦}$	٠,$\overline{٠٨}$	٠,$\overline{١٥}$	٠,$\overline{٠٥}$	٠,١٨
٢		-	٤٨	٠,٠٧	٠,٠١	٠,١٢	٠,٠٤	٠,٠٤	٠,٠١	٠,٠٣	٠,$\overline{٠٦}$	٠,٠٣	٠,١٨	٠,$\overline{٠٣}$	٠,١١	٠,$\overline{١٤}$	٠,٠٤
٣			-	٠,١٣	٠,٠٣	٠,$\overline{٠٥}$	٠,٠١	٠,٠٢	٠,٠١	٠٠	٠,٠٦	٠,$\overline{٠٤}$	٠,١٦	٠,$\overline{٠١}$	٠,٠٤	٠,٠٧	٠,٠٢
٤				-	٠,٦٨	٠,٢٦	٠,٠٩	٠,٣٧	٠,٢١	٠,٢٩	٠,٣٦	٠,٣٤	٠,$\overline{٠٥}$	٠,٢٣	٠,٠٢	٠,٠٦	٠,٠٤
٥					-	٠,١٦	٠,٢٥	٠,١٩	٠,١٧	٠,$\overline{٠٢}$	٠,٦٩	٠,١٩	٠,$\overline{٠٥}$	٠,٢٤	٠,$\overline{٢٣}$	٠,٠٥	٠,١٠
٦						-	٠,١٠	٠,٢٢	٠,١٢	٠,$\overline{٠٧}$	٠,٠٨	٠,٢٤	٠,٠٩	٠,١٦	٠,١٨	٠,٠٨	٠,١٥
٧							-	٠,١٥	٠,٢٧	٠,١٠	٠,١٣	٠,١٥	٠,$\overline{٢٥}$	٠,١٣	٠,$\overline{٠٦}$	٠٠	٠,٠٣
٨								-	٠,٣٧	٠,١٩	٠,٤٣	٠,٣٩	٠,$\overline{٠٦}$	٠,٣٤	٠,$\overline{٠٦}$	٠,٠٦	٠,٠٥
٩									-	٠,٤٨	٠,٣١	٠,٣٣	٠,$\overline{١٥}$	٠,٣٥	٠,$\overline{٠٧}$	٠,٠٤	٠٠
١٠										-	٠,١١	٠,١١	٠,$\overline{١٥}$	٠,٠٩	٠,٢٢	٠,$\overline{١٧}$	٠,$\overline{٠١}$
١١											-	٠,٢٩	٠,$\overline{١٥}$	٠,٢٧	٠,$\overline{٠٩}$	٠,٠٢	٠,٠٧
١٢												-	٠,$\overline{٠١}$	٠,٣٧	٠,$\overline{٠٩}$	٠,٠١	٠,١١
١٣													-	٠,$\overline{٠٥}$	٠,٤٢	٠,١٩	٠,٠٤
١٤														-	٠,١٢	٠,٠١	٠٠
١٥															-	٠,٠٦	٠,$\overline{٠٢}$
١٦																-	٠,$\overline{٠٦}$
١٧																	-

وفيما يلي تشبعات الاختبارات على العامل المركزي الأول:

رقم	الاختبار	التشبع	رقم	الاختبار	التشبع
١ -	قوة يدين	٠,٠٥	٩ -	نقر متسع	٠,٤٩
٢ -	مثابرة عضلية يمنى	٠,٢٠	١٠ -	زمن رجع عام.	٠,٢٧
٣ -	مثابرة عضلية يسرى	٠,٢٦	١١ -	تتبع تصويب (١)	٠,٥٦
٤ -	تمييز إدراكي	٠,٧١	١٢ -	تتبع تصويب (٢)	٠,٤٧
٥ -	تتبع تمييز	٠,٥٤	١٣ -	تصويب (جهاز)	٠,٠٩
٦ -	تمييز علامات	٠,٤١	١٤ -	ثبات (ورقة وقلم)	٠,٤٤
٧ -	إدراك اختباري	٠,٢٤	١٥ -	ثبات يد	٠,١٤
٨ -	وضع علامات	٠,٥٦	١٦ -	تآزر يدين	٠,٠٧
			١٧ -	رأي المشرف	٠,١٦

ب - حساب مصفوفة البواقي:

١ - يلزم لذلك إعداد جدول للمصفوفة وترقم الأعمدة والصفوف.

٢ - توضع كل من التشبعات في العامل الأول (بدون إشارة) فوق الرقم المقابل لكل متغير في العمود وكذلك بالنسبة للصف. وحينما تستخدم تشبعات العامل في حساب البواقي تعتبر كل هذه التشبعات موجبة بصرف النظر عن إشاراتها في مصفوفة العوامل. ويتم ضرب التشبعات بنفس صورة طريقة الجمع البسيط وبهذا يتكون الجدول النظري.

٣ - تحسب الارتباطات الباقية بطرح الناتج من تشبعات العامل في العمود والصف بالجدول النظري من الخلية المقابلة في مصفوفة الارتباط الأولى ويوضع الناتج في الخلية المقابلة في مصفوفة البواقي الجديدة (أي تطرح خلايا الجدول الناتج من حساب تشبعات العامل الأول من خلايات

مصفوفة الارتباط خلية خلية وتوضع في تلمكان لها).

٩ ـ تعتبر القيم المتبقية في الخلايا القطرية مساوية للقيم السابق تقديرها لهذه الخلايا مطروحاً منها مربع تشبعات العامل على كل متغير.

٥ ـ ينبغي أن يكون حاصل الجمع الجبري لكل عمود أو صف في مصفوفة الارتباط المتبقية مساوياً للصفر (أو قريب منه نتيجة التقريب في العمليات الحسابية) ويتخذ هذا بمثابة مراجعة جزئية لدقة الحساب.

٦ ـ ويبدأ من هذه الخطوة عملية استخراج التشبعات للعامل التالي بنفس الطريقة السابقة في استخراج تشبعات العامل الأول من مصفوفة الارتباط الأولى فيما عدا أنه من الضروري عكس بعض المتغيرات وإعادة تقدير الاشتراكيات لكل اختبار في كل مصفوفة من مصفوفات البواقي. ينبغي أن يعاد تقدير الاشتراكيات بوضع أعلى معامل ارتباط متبقي في كل عمود بصرف النظر عن إشارة معامل الارتباط الذي استخدم في تقديره. وهذه الاشتراكيات المعاد تقديرها لن تستخدم إلا في الخطوة رقم (١١) من القسم التالي (جـ) عند استخراج تشبعات العامل الثالث.

وفيما يلي جدول بواقي العامل الأول.

رقم الاختبار	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧
١	-	$\overline{٠٦}$	١٢	$\overline{٠٧}$	$\overline{٠٥}$	٣٤	٠٠	١٢	$\overline{١١}$	$\overline{١١}$	$\overline{٠٤}$	$\overline{٠٦}$	$\overline{٠٦}$	$\overline{١٠}$	$\overline{١٦}$	$\overline{٠٥}$	١٧
٢		-	٤٣	$\overline{٠٧}$	$\overline{١٢}$	٠٤	$\overline{٠١}$	$\overline{١٥}$	$\overline{٠٩}$	$\overline{٠٢}$	$\overline{١٧}$	$\overline{١٧}$	١٦	$\overline{١١}$	٠٨	$\overline{١٥}$	$\overline{٠١}$
٣			-	$\overline{٠٥}$	$\overline{١١}$	$\overline{١٦}$	$\overline{٠٧}$	$\overline{١٣}$	$\overline{١٢}$	$\overline{٠٧}$	$\overline{٠٩}$	$\overline{١٦}$	١٤	$\overline{١٢}$	٠٠	٠٥	$\overline{٠٥}$
٤				-	٣٠	$\overline{٠٣}$	$\overline{٠٨}$	$\overline{٠٣}$	$\overline{١٦}$	١٠	$\overline{٠٤}$	٠١	$\overline{١١}$	$\overline{٠٨}$	٠٨	٠١	٢٢
٥					-	$\overline{٠٦}$	١٢	$\overline{١١}$	$\overline{٠٩}$	$\overline{١٧}$	٣٩	$\overline{٠٦}$	١٠	٠٠	$\overline{٣١}$	٠١	٠٤
٦						-	٠٠	$\overline{٠١}$	$\overline{٠٨}$	$\overline{١٨}$	$\overline{١٥}$	٠٥	٠٥	٠٢	١٢	٠٥	٠٤
٧							-	٠٢	١٥	٠٤	٠٠	٠٣	٢٧	٠٢	$\overline{٠٩}$	$\overline{٠٢}$	٠٣
٨								-	١٠	٠٤	١٢	١٣	$\overline{١١}$	٠٩	$\overline{١٤}$	٠٢	$\overline{١٠}$
٩									-	٣٥	٠٤	١٠	$\overline{١٩}$	١٣	١٤	٠١	$\overline{١٣}$
١٠										-	٠٤	$\overline{٠٢}$	١٧	٠٢	١٨	$\overline{١٩}$	$\overline{٠٨}$
١١											-	٠٣	$\overline{٢٠}$	٠٢	١٧	$\overline{٠٢}$	$\overline{٠٨}$
١٢												-	$\overline{٠٥}$	١٦	١٦	$\overline{٠٢}$	$\overline{٠١}$
١٣													-	٠٩	٤١	١٨	٠٢
١٤														-	٠٦	$\overline{٠٢}$	$\overline{١١}$
١٥															-	٠٥	$\overline{٠٦}$
١٦																-	$\overline{٠٨}$
١٧																	-

وفيما يلي التشبع على العامل المركزي الثاني والمستخرج من بواقي العامل الأول:

رقم	الاختبار	التشبع	رقم	الاختبار	التشبع
١-	قوة يدين	-٠,١٨	٩-	نقر متسع	٠,٣٩
٢-	مثابرة عضلية يمنى	-٠,٣٨	١٠-	زمن رجع عام	٠,٢٧
٣-	مثابرة عضلية يسرى	-٠,٤٠	١١-	تتبع تصويب (١)	٠,٣٩
٤-	تمييز إدراكي	٠,١٠	١٢-	تتبع تصويب (٢)	٠,٢٣
٥-	تتبع مميز	٠,٣٣	١٣-	تصويب	-٠,٥٥
٦-	تمييز علامات	-٠,٢٤	١٤-	ثبات	٠,٢١
٧-	إدراك اختياري	٠,٢٤	١٥-	ثبات يد	-٠,٣٦
٨-	وضع علامات	٠,٢١	١٦-	تآزر يدين	-٠,١٠
			١٧-	رأي المشرف	-٠,١٣

جـ - الانعكاس (عكس الإشارات):

إذا كان أي من مجاميع الأعمدة (مع حذف القيم القطرية) في مصفوفة البواقي سلبياً يكون من الضروري أن نعكس إشارات الصفوف والأعمدة المقابلة له في مصفوفة البواقي ويكون هذا هو الحال عادة في كل مصفوفات البواقي في العوامل المركزية والهدف من عملية الانعكاسات هذه هو جعل المجموع الجبري الكلي لكل القيم الموجودة في الجدول موجبة بقدر الإمكان وينبغي أن يكون ذلك بإتباع الخطوات التالية:

١ - تجمع الأعمدة ويوضع حاصل جمعها على يسار صف المجاميع.

٢ - يختار العمود الذي به أكبر مجموع سلبي وينقل مجموع هذا

العمود في الصف التالي مباشرة مع تغيير إشارته إلى موجبة ويرمز لهذا الصف برقم المتغير المنعكس.

٣ ـ توضع علامة أمام العمود المنعكس وكذلك فوق الصف المقابل له لكي تدل على أن هذا المتغير قد عكس.

٤ ـ تضاعف قيمة الباقي في الصف المنعكس وبالنسبة للعمود الذي عكس وتغير إشارته وتجمع هذه القيمة على مجموع العمود ثم يدخل المجموع الجديد في الخلية المقابلة في الصف التالي الذي يرمز إليه برقم العمود ـ المنعكس.

٦ ـ بعد أن نحصل على كل القيم في هذا الصف الجديد بتلك الطريقة تجمع هذه القيم وإذا كان الحساب صحيحاً فإن مجموع هذا الصف ينبغي أن يكون مساوياً لمجموع الصف السابق مضافاً إليه أربعة أضعاف مجموع العمود الذي سبق عكسه. ويجب أن تتأكد من نتيجة هذه المراجعة بالنسبة لكل صف قبل إجراء الانعكاس التالي.

٦ ـ إذا كان مجموع من المجاميع الجديدة للأعمدة سلبياً يختار أعلى هذه الأعمدة في المجموع السلبي باعتباره العمود التالي الذي يجب عكسه.

٧ ـ تكرر العملية الموجودة في الخطوات من ١ ـ ٤ وذلك باستخدام المجاميع المعدلة للأعمدة في الصف السابق بدلاً من المجاميع الأصلية للأعمدة. ومع هذا فإنه لا تعكس إشارات الأعمدة التي سبق عكسها مرة قبل إضافة القيم المضعفة.

٨ ـ إذا حدث أثناء عملية الانعكاس أن عكس عمود ما والصف المقابل له أكثر من مرة في نفس المصفوفة فبالنسبة للانعكاس الأول والثالث (أو أي رقم فردي) ينبغي أن تغير إشارة القيمة المضاعفة قبل أن نضيفها إلى

المجموع المعدل للعمود كما في الخطوة رقم (٤) وأما بالنسبة للانعكاس الثاني أو أي رقم زوجي فإن إشارة القيمة المضاعفة تبقى كما هي عند الإضافة.

٩ ـ يظل الاستمرار في عملية الانعكاس حتى تصبح كل مجاميع الأعمدة صفراً أو إيجابية ويتم في كل صف تطبيق المراجعة المذكورة في الخطوة (٥).

١٠ ـ يتم تغيير إشارات القيم في مصفوفة الارتباطات أو مصفوفة البواقي كما يلي:

أ ـ تعكس إشارات كل القيم في الصفوف المنعكسة التي ليست في الأعمدة المنعكسة.

ب ـ تعكس إشارات كل القيم في الأعمدة المنعكسة التي ليست في الصفوف المنعكسة.

١١ ـ نحصل حينئذٍ على التشبعات بالنسبة للعامل التالي بالخطوات السابقة.

١٢ ـ توضع التشبعات في العمود المخصص لها في مصفوفة تشبعات العوامل المركزية أمام العامل المركزي الثاني.

١٣ ـ تجدد إشارات التشبعات المركزية كما يلي:

أ ـ تكون إشارة العامل الذي عكس من واحدة أو عدداً فردياً من المرات عكس إشارته في العامل السابق.

ب ـ تكون إشارة العامل الذي لم يعكس أو عكس عدداً زوجياً من المرات هي نفس إشارته في العامل السابق.

١٤ ـ نحصل على مصفوفة البواقي الثانية وما يليها من مصفوفات البواقي بنفس الإجراءات التي استخدمت في الحصول على مصفوفة البواقي الأولى.

١٥ ـ يمكن أن نحصل على مراجعة لصحة تشبعات العامل بإعادة استخراج الارتباطات من تشبعات العامل والفروق بين الارتباط الأصلي والارتباط المعاد استنتاجه ينبغي أن يكون مساوياً للارتباطات المتبقية المقابلة في مصفوفة البواقي الناتجة من استخراج آخر عامل مركزي.

وفيما يلي مصفوفة بواقي العامل الثاني وحساب تشبعات العامل المركزي الثالث:

الاختبار	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧
١	-	$\overline{\text{١٣}}$	٠٥	٠٥	$\overline{\text{٠١}}$	٢٠	$\overline{\text{١٤}}$	$\overline{\text{١٦}}$	٠٤	٠٦	$\overline{\text{٠٣}}$	٠٢	$\overline{\text{١٦}}$	٠٦	$\overline{\text{٢٢}}$	$\overline{\text{٠٧}}$	١٥
٢		-	٢٨	٠٣	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{٠٥}}$	$\overline{\text{٠٨}}$	٠٧	$\overline{\text{٠٦}}$	$\overline{\text{٠٨}}$	٠٢	٠٣	$\overline{\text{٠٥}}$	٠٣	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{١٩}}$	$\overline{\text{٠٦}}$
٣			-	٠١	$\overline{\text{٠٢}}$	$\overline{\text{٢٦}}$	$\overline{\text{٠٣}}$	٠٥	$\overline{\text{٠٤}}$	$\overline{\text{٠٤}}$	$\overline{\text{٠٧}}$	٠٢	$\overline{\text{٠٨}}$	٠٤	$\overline{\text{١٤}}$	٠١	$\overline{\text{١٤}}$
٤				-	٢٧	٠١	$\overline{\text{١٠}}$	$\overline{\text{٠٥}}$	$\overline{\text{٢٠}}$	٠٧	$\overline{\text{٠٨}}$	$\overline{\text{٠١}}$	٠٥	$\overline{\text{١٠}}$	٠٤	$\overline{\text{٠٢}}$	$\overline{\text{٢٣}}$
٥					-	$\overline{\text{٠٢}}$	٠٤	$\overline{\text{١٨}}$	$\overline{\text{٢٢}}$	$\overline{\text{٢٦}}$	٢٦	$\overline{\text{١٤}}$	$\overline{\text{٠٨}}$	$\overline{\text{٠٧}}$	١٩	$\overline{\text{٠٤}}$	٠٠
٦						-	$\overline{\text{٠٦}}$	$\overline{\text{٠٤}}$	$\overline{\text{٠١}}$	١٢	٠٦	$\overline{\text{١١}}$	$\overline{\text{٠٨}}$	$\overline{\text{٠٣}}$	٠٣	٠٣	٠١
٧							-	$\overline{\text{٠٣}}$	٠٦	$\overline{\text{٠٢}}$	$\overline{\text{٠٩}}$	$\overline{\text{٠٣}}$	١٤	$\overline{\text{٠٣}}$	٠٠	٠٠	٠٠
٨								-	٠٢	$\overline{\text{٠٢}}$	٠٤	٠٨	$\overline{\text{٠١}}$	٠٥	٠٦	$\overline{\text{٠٤}}$	٠٧
٩									-	٢٤	$\overline{\text{١١}}$	٠١	٠$\overline{\text{٢٠}}$	٠٥	٠٠	٠٥	٠٨
١٠										-	$\overline{\text{١٥}}$	$\overline{\text{٠٨}}$	٠٢	$\overline{\text{٠٨}}$	$\overline{\text{٢٨}}$	١٦	٠٤
١١											-	$\overline{\text{٠٦}}$	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{٠٦}}$	٠٣	$\overline{\text{٠٢}}$	٠٣
١٢												-	$\overline{\text{٠٨}}$	١١	٠٨	٠٠	$\overline{\text{٠٢}}$
١٣													-	$\overline{\text{٠٣}}$	٢١	١٢	$\overline{\text{٠٥}}$
١٤														-	$\overline{\text{١٤}}$	٠٠	٠٨
١٥															-	٠١	$\overline{\text{١١}}$
١٦																-	$\overline{\text{٠٩}}$
١٧																	-

وفيما يلي تشبعات العامل المركزي الثالث المستخرجة من مصفوفة بواقي العامل الثاني.

رقم	الاختبارات	التشبع	رقم	الاختبارات	التشبع
١-	قوة اليدين	٠,١٨	٩-	نقر متسع	٠,٣٠
٢-	مثابرة عضلية يمنى	٠,٢٠	١٠-	زمن رجع عام	٠,١٧
٣-	مثابرة عضلية يسرى	٠,٢٨	١١-	تتبع تصويب (١)	-٠,٢١
٤-	تمييز إدراكي	-٠,٢٣	١٢-	تتبع تصويب (٢)	٠,١٧
٥-	تتبع مميز	-٠,٤٧	١٣-	تصويب	-٠,٣٧
٦-	تمييز علامات	-٠,٨٠	١٤-	ثبات	٠,٢٥
٧-	إدراك اختياري	-٠,١٠	١٥-	ثبات يد	-٠,٤٢
٨-	وضع علامات	٠,١٥	١٦-	تآزر يدين	-٠,١٤
			١٧-	رأي المشرف	٠,٢٣

وفيما يلي مصفوفة بواقي العامل الثالث وحساب تشبعات العامل الرابع:

رقم الاختبار	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧
١	-	$\overline{\text{١٧}}$	٠٠	$\overline{\text{٠٩}}$	$\overline{\text{٠٩}}$	٢١	١٢	$\overline{\text{١٩}}$	$\overline{\text{٠١}}$	٠٣	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{٠١}}$	١١	٠٠	١٤	٠٤	١١
٢		-	٢١	$\overline{\text{٠٨}}$	$\overline{\text{٠٨}}$	٠٣	٠٦	٠٤	$\overline{\text{١٢}}$	$\overline{\text{١١}}$	$\overline{\text{٠٦}}$	٠٠	٠٠	$\overline{\text{٠٢}}$	$\overline{\text{٠٢}}$	١٦	١١
٣			-	$\overline{\text{٠٧}}$	$\overline{\text{١١}}$	٢٤	٠٠	٠١	$\overline{\text{١٢}}$	$\overline{\text{٠٩}}$	٠١	$\overline{\text{٠٣}}$	٠١	$\overline{\text{٠٣}}$	٠٢	$\overline{\text{٠٥}}$	$\overline{\text{٢٠}}$
٤				-	١٦	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{١٢}}$	٠٢	١٣	$\overline{\text{١١}}$	$\overline{\text{١٣}}$	$\overline{\text{٠٣}}$	$\overline{\text{٠١}}$	٠٤	$\overline{\text{٠٥}}$	$\overline{\text{٠٥}}$	١٨
٥					-	$\overline{\text{٠٦}}$	$\overline{\text{٠١}}$	١١	٠٨	١٨	١٦	٠٦	$\overline{\text{٢١}}$	$\overline{\text{٠٥}}$	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{١١}}$	$\overline{\text{١١}}$
٦						-	$\overline{\text{٠٧}}$	٠٣	$\overline{\text{٠٢}}$	١٤	$\overline{\text{٠٤}}$	٠٩	١١	٠٠	$\overline{\text{٠١}}$	٠٢	$\overline{\text{٠٣}}$
٧							-	٠١	$\overline{\text{٠٩}}$	٠٠	$\overline{\text{١١}}$	٠١	١١	٠٠	$\overline{\text{٠٤}}$	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{٠٢}}$
٨								-	$\overline{\text{٠٣}}$	$\overline{\text{٠٥}}$	$\overline{\text{٠٧}}$	٠٥	$\overline{\text{٠٣}}$	٠١	$\overline{\text{١٢}}$	٠٢	٠٤
٩									-	١٩	٠٥	$\overline{\text{٠٤}}$	$\overline{\text{٠٦}}$	$\overline{\text{٠٣}}$	$\overline{\text{١٣}}$	٠١	٠١
١٠										-	٠٩	$\overline{\text{١١}}$	$\overline{\text{٠٧}}$	$\overline{\text{١٢}}$	٢١	$\overline{\text{١٨}}$	٠٠
١١											-	٠٢	$\overline{\text{٠٧}}$	٠١	$\overline{\text{٠٦}}$	$\overline{\text{٠٥}}$	$\overline{\text{٠٨}}$
١٢												-	٣	٠٧	$\overline{\text{١٥}}$	$\overline{\text{٠٢}}$	$\overline{\text{٠٦}}$
١٣													-	$\overline{\text{٠٤}}$	١٠	٠٨	$\overline{\text{٠١}}$
١٤														-	٠٣	٠٤	٠٢
١٥															-	٠٥	٠١
١٦																-	٠٦
١٧																	-

وفيما يلي تشبعات العامل الرابع المركزي والمستخرجة من مصفوفة العامل الثالث.

رقم	الاختبار	التشبع	رقم	الاختبار	التشبع
١-	قوة يدين	٠,١٧	٩-	نقر متسع	٠,٢٨
٢-	مثابرة عضلية يمنى	٠,٤٠-	١٠-	زمن رجع عام	٠,٤٦
٣-	مثابرة عضلية يسرى	٠,٣٢	١١-	تتبع تصويب (١)	٠,١٣
٤-	تمييز إدراكي	٠,١٦	١٢-	تتبع تصويب (٢)	٠,١٨-
٥-	تتبع مميز	٠,٢٩	١٣-	تصويب	٠,١٣
٦-	تمييز علامات	٠,٢٥-	١٤-	ثبات	٠,٠٥-
٧-	إدراك اختياري	٠,١٤-	١٥-	ثبات يد	٠,١٥
٨-	وضع علامات	٠,١٧-	١٦-	تآزر يدين	٠,١٨-
			١٧-	رأي المشرف	٠,١٧

وفيما يلي بواقي العامل الرابع وحساب تشبعات العام الخامس:

الأعداد

وفيما يلي العامل المركزي الخامس المستخرج من مصفوفة بواقي العامل الرابع .

رقم	الاختبار	التشبع	رقم	الاختبار	التشبع
١ -	قوة يدين	- ٠,٤٥	٩ -	نقر متسع	٠,٢٠
٢ -	مثابرة عضلية يمنى	- ٠,٠٥	١٠ -	زمن رجع عام.	٠,١٢
٣ -	مثابرة عضلية يسرى	- ٠,١٧	١١ -	تتبع تصويب (١)	٠,١٩
٤ -	تمييز إدراكي	- ٠,٠٥	١٢ -	تتبع تصويب (٢)	- ٠,٠٨
٥ -	تتبع مميز	٠,٤٠	١٣ -	تصويب	٠,٣٢
٦ -	تمييز علامات	- ٠,٢٦	١٤ -	ثبات	٠,٠٦
٧ -	إدراك اختياري	٠,١٩	١٥ -	ثبات يد	- ٠,٢٠
٨ -	وضع علامات	- ٠,١٧	١٦ -	تآزر يدين	٠,١٥
			١٧ -	رأي المشرف	- ٠,٢١

وفيما يلي مصفوفة بواقي العامل الخامس وحساب تشبعات العامل السادس .

رقم الاختبار	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧
١	-	٠٨	$\overline{\text{١٣}}$	١٠	$\overline{\text{٠٤}}$	٠٥	٠٥	٠٨	$\overline{\text{٠٣}}$	٠٠	$\overline{\text{٠٦}}$	$\overline{\text{٠٦}}$	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{٠٢}}$	$\overline{\text{٠٢}}$	٠٠	٦
٢		-	٠٧	$\overline{\text{٠٢}}$	٠٢	$\overline{\text{٠٨}}$	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{٠٤}}$	$\overline{\text{٠٢}}$	٠٦	$\overline{\text{٠٢}}$	$\overline{\text{٠٧}}$	٣	٠٤	$\overline{\text{٠٥}}$	$\overline{\text{١٠}}$	٣
٣			-	٠٣	$\overline{\text{٠٩}}$	١٢	٠١	$\overline{\text{٠٧}}$	$\overline{\text{٠٦}}$	٠٤	٠٢	$\overline{\text{١٠}}$	$\overline{\text{٠٢}}$	٠٤	١٠	٠٨	١١
٤				-	٠٩	٠٢	٠٩	٠٤	٠٨	$\overline{\text{١٩}}$	$\overline{\text{١٦}}$	٠٠	$\overline{\text{٠٣}}$	$\overline{\text{٠٥}}$	٠٦	٠١	$\overline{\text{١٦}}$
٥					-	$\overline{\text{٠٩}}$	$\overline{\text{١٢}}$	٠٩	$\overline{\text{٠٨}}$	٠٠	٠٤	٠٨	٠٤	٠٢	$\overline{\text{٠٣}}$	٠٠	٠٧
٦						-	٠٦	$\overline{\text{٠٥}}$	٠٠	$\overline{\text{٠٥}}$	٠٣	٠٢	٠٧	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{٠٨}}$	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{٠٧}}$
٧							-	$\overline{\text{٠٢}}$	٠١	$\overline{\text{٠٨}}$	٠٥	$\overline{\text{٠١}}$	٠٣	$\overline{\text{٠٢}}$	$\overline{\text{٠٦}}$	$\overline{\text{٠٦}}$	$\overline{\text{٠٤}}$
٨								-	$\overline{\text{٠١}}$	٠١	$\overline{\text{٠٨}}$	٠١	٠٠	$\overline{\text{٠١}}$	٠١	$\overline{\text{٠٢}}$	$\overline{\text{١٠}}$
٩									-	٠٤	$\overline{\text{٠٣}}$	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{٠٤}}$	٠١	١٣	$\overline{\text{٠٩}}$	٠٠
١٠										-	٠١	$\overline{\text{٠٤}}$	$\overline{\text{٠٣}}$	٠٩	$\overline{\text{١٦}}$	٠٨	٠٦
١١											-	٠٢	$\overline{\text{٠١}}$	$\overline{\text{٠٣}}$	٠٤	٠٠	٠٦
١٢												-	$\overline{\text{٠٤}}$	٠٦	١٠	٠٤	٠١
١٣													-	$\overline{\text{٠٧}}$	٠٦	٠١	$\overline{\text{٠٥}}$
١٤														-	٠٥	$\overline{\text{٠٦}}$	٠٢
١٥															-	$\overline{\text{٠٥}}$	$\overline{\text{٠٦}}$
١٦																-	٠٦
١٧																	-

وفيما يلي تشبعات العامل المركزي السادس المستخرجة من بواقي العامل الخامس.

رقم	الاختبار	التشبع	رقم	الاختبار	التشبع
١-	قوة اليدين	٠,١٥	٩-	نقر متسع	٠,١٦
٢-	مثابرة عضلية يمنى	٠,١٢-	١٠-	زمن رجع عام	٠,٣٤-
٣-	مثابرة عضلية يسرى	٠,٢٦-	١١-	تتبع تصويب (١)	٠,١٤-
٤-	تمييز إدراكي	٠,٣٥	١٢-	تتبع تصويب (٢)	٠,٠٨
٥-	تتبع مميز	٠,٠٨-	١٣-	تصويب	٠,٠٧
٦-	تمييز علامات	,١٢	١٤-	ثبات	٠,١٣-
٧-	إدراك اختياري	٠,١٨	١٥-	ثبات يد	٠,٢٧
٨-	وضع علامات	٠,١٤	١٦	تآزر يدين	٠,١١-
			١٧-	رأي المشرف	٠,٣٥-

د ـ محكات استخلاص العوامل المركزية :

لمعرفة عدد العوامل التي علينا أن نستخلصها، من مصفوفة الارتباط نقوم بتطبيق المعادلة الآتية لتحديد الحد الأدنى من العوامل التي يتم استخلاصاً.

$$م = \frac{٢ن + ١ - \sqrt{٨ن + ١}}{٢}$$

حيث يدل الرمز (م) على عدد العوامل، والرمز (ت) على عدد الاختبارات. والنتيجة في حالة المثال السابق عرض مصفوفة ارتباطه الأصلية، ومصفوفات بواقية هي أن العوامل التي يتم استخلاصها بناءاً على هذه المعادلة = ١١,٣. وفي حالة عدم تمشي تلك النتيجة مع الفروض (وهو ما حدث في هذا المثال) وتسير عليه معظم البحوث هو أن عدد العوامل يجب

أن لا يزيد عن ثلث عدد الاختبارات، أي عدد الاختبارات مقسوماً على ثلاثة.

ويستخدم محك بيرت ـ بانكز Burt-Banks لتحديد الخطأ المعياري للتشبع الصفري فعن طريقه يمكن الوصول إلى عدد التشبعات التي ليس لها دلالة وعندما تصل إلى أكثر من ٥٠٪ من عدد الاختبارات يتم إيقاف استخلاص العوامل ومعادلة المحك هي:

الخطأ المعياري للتشبع الصفري ر =

$$\sqrt{\frac{(\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}})\sqrt{\text{ن}}}{\text{ن}\,(\text{ن} - \text{ت} - \text{١})}}$$

حيث (ن) عدد الاختبارات، (ت) رقم العامل، (ن) عدد أفراد العينة.

وإلى جانب المحك السابق يمكن استخدام محك مويزر Moiser's والذي يقوم على أساس تفرطح التباين الكلي للعوامل المتتالية بحساب هـ٢ لكل عامل ثم تمثيل العلاقة هـ٢ (مجموع مربع تشبعات الاختبارات على العامل) والعامل المقابل لها فيتم الحصول على خط بياني يأخذ في التفرطح حتى يصبح خطاً مستقيماً.

هـ المعادلة الأساسية للتحليل العاملي:

تنحصر المعادلة الأساسية للتحليل العاملي في قسمة حاصل جمع معاملات ارتباط الاختبار بالاختبارات الأخرى على الجذر التربيعي للمجموع الكلي لمعاملات الارتباط. والمعادلة كالآتي:

$$\text{س خ} = \frac{\text{مجـ س أ خ}}{\sqrt{\text{مجـ ر}}}$$

س = درجة تشبع الاختبار بالعامل.

مجـ س أ خ = مجموع معاملات الارتباط بين الاختبار وجمع الاختبارات الأخرى.

مجـ ر = مجموع معاملات الارتباط في الجدول الارتباطي.

وفيما يلي مصفوفة البواقي النهائية.

رقم الاختبار	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧
١	-	$\overline{١٠}$	٠٩	٠٥	٠٣	٠٣	٠٢	٠٦	$\overline{٠٥}$	$\overline{٠٥}$	٠٤	٠٧	$\overline{٠٢}$	٠٠	٠٢	$\overline{٠٢}$	$\overline{٠٤}$
٢		-	٠٤	$\overline{٠٢}$	٠١	٠٧	$\overline{٠١}$	٠٢	٠٠	٠٢	$\overline{٠٤}$	٠٦	$\overline{٠٤}$	٠٢	$\overline{٠٢}$	$\overline{٠٩}$	$\overline{٠١}$
٣			-	$\overline{٠٦}$	$\overline{١١}$	١٥	$\overline{٠٦}$	٠٣	٠٢	$\overline{٠٥}$	٠٦	٠٨	٠٠	٠١	٠٣	٠٥	٠٢
٤				-	$\overline{١٢}$	٠٢	٣	$\overline{٠١}$	٠٢	٠٧	١١	٠٣	$\overline{٠٥}$	٠٠	$\overline{٠٣}$	$\overline{٠٥}$	٠٤
٥					-	٠٨	١١	$\overline{١٠}$	٠٧	$\overline{٠٣}$	٠٣	٠٩	$\overline{٠٥}$	$\overline{٠١}$	٠١	$\overline{٠١}$	٠٤
٦						-	٠٤	$\overline{٠٧}$	$\overline{٠٢}$	٠١	$\overline{٠٥}$	٠١	٠٦	٠١	$\overline{١١}$	٠٠	٠٣
٧							-	$\overline{٠٥}$	$\overline{٠٢}$	٠٢	$\overline{٠٨}$	٠٢	٠٢	٠٠	$\overline{١١}$	٠٤	$\overline{٠٢}$
٨								-	$\overline{٠٣}$	$\overline{٠٦}$	٠٦	$\overline{٠١}$	٠١	٠١	٠٢	٠٠	٠٥
٩									-	$\overline{٠٩}$	٠١	٠٢	$\overline{٠٥}$	٠٣	٠٩	٠٧	$\overline{٠٦}$
١٠										-	٠٤	٠١	٠١	٠٤	٠٧	٠٤	$\overline{٠٦}$
١١											-	٠٤	٠٠	٠٥	$\overline{٠٨}$	$\overline{٠٢}$	٠١
١٢												-	$\overline{٠٥}$	٠٥	٠٨	$\overline{٠٥}$	٠٤
١٣													-	٠٦	٠٤	$\overline{٠٢}$	٠٢
١٤														-	$\overline{٠٦}$	$\overline{٠٧}$	$\overline{٠٣}$
١٥															-	٠٢	$\overline{٠٣}$
١٦																-	٠٢
١٧																	-

مصفوفة البواقي النهائية

وفيما يلي تشبعات العوامل المركزية الست السابقة بعد تغير إشاراتها كما جاء في الخطوة رقم ١٣ (في الجزء جـ: الانعكاس). وقد جاء في هذه الخطوة أنه يتم تغير إشارات التبعات المركزية الست السابقة وفقاً لما يلي:

أ ـ تكون إشارة العامل الذي عكس مرة واحدة أو عدد إفرادياً من المرات عكس إشارته في العامل السابق.

ب ـ تكون إشارة العامل الذي لم يعكس أو عكس عدداً زوجياً من المرات هي نفس إشارته في العامل السابق.

«جدول التشبعات على العوامل
السنة قبل وبعد تغيير الإشارات»

رقم مسلسل	الاختبارات	التشبعات قبل تغيير الإشارات						التشبعات بعد تغيير الإشارات					
		١	٢	٣	٤	٥	٦	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	قوة اليدين	٠٥	١٨	$\overline{١٨}$	١٧	$\overline{٤٥}$	١٥	٠٥	$\overline{١٨}$	$\overline{١٨}$	$\overline{١٧}$	٤٥	١٥
٢	مثابرة يمنى	٢٠	$\overline{٣٨}$	٢٠	٤٠	٠٥	١٢	٢٠	$\overline{٣٨}$	$\overline{١٠}$	٤٠	$\overline{٠٥}$	١٢
٣	مثابرة يسرى	٢٦	٤٠	٢٨	$\overline{٣٢}$	$\overline{١٧}$	$\overline{٢٦}$	٢٦	$\overline{٤٠}$	٢٨	٣٢	١٧	٢٦
٤	تمييز إدراكي	٧١	١٠	١٣	١٦	$\overline{٠٥}$	٣٥	٧١	١٠	$\overline{٢٣}$	$\overline{١٦}$	$\overline{٠٥}$	$\overline{٣٥}$
٥	تتبع مميز	٥٤	٣٣	$\overline{٤٧}$	٢٩	٤٠	$\overline{٠٨}$	٥٤	٣٣	$\overline{٤٧}$	٢٩	٤٠	١٨
٦	تمييز علامات	٤١	$\overline{٢٤}$	$\overline{٠٨}$	$\overline{٢٥}$	٢٦	١٢	٤١	$\overline{٢٤}$	٠٨	$\overline{٢٥}$	٢٦	١٢
٧	إدراك اختياري	٢٤	٢٤	$\overline{١٠}$	$\overline{١٤}$	١٩	١٨	٢٤	٢٤	$\overline{١٠}$	١٤	١٩	١٨
٨	وضع علامات	٥٦	٢١	١٥	١٧	١٧	١٤	٥٦	٢١	١٥	$\overline{١٧}$	١٧	١٤
٩	نقر متسع	٤٩	٣٩	٣٠	٢٨	٢٠	١٦	٤٩	٣٩	٣٠	٢٨	٢٠	١٨
١٠	زمن رجع عام	٢٧	٢٧	١٧	٤٦	١٢	$\overline{٣٤}$	٢٧	٢٧	١٧	٤٦	١٢	$\overline{٣٤}$
١١	تتبع تصويب «١»	٥٦	٣٩	$\overline{٢١}$	١٣	١٩	$\overline{١٤}$	٥٦	٣٩	$\overline{٢١}$	$\overline{١٣}$	١٩	١٤
١٢	تتبع تصويب «٢»	٤٧	٢٣	١٧	$\overline{١٨}$	٠٨	٠٨	٤٧	٢٣	١٧	$\overline{١٨}$	٠٨	٠٨
١٣	تصويب	٠٩	$\overline{٥٥}$	$\overline{٢٧}$	١٣	٣٢	٠٧	٠٩	$\overline{٥٥}$	٢٧	$\overline{١٣}$	$\overline{٣٢}$	$\overline{٠٧}$
١٤	ثبات	٤٤	٢١	٢٥	$\overline{٠٥}$	٠٦	$\overline{١٣}$	٤٤	٢١	٢٥	٠٥	$\overline{٠٦}$	١٣
١٥	ثبات مميز	١٤	٣٦	$\overline{٤٢}$	١٥	٢٠	٢٧	١٤	$\overline{٣٦}$	٤٢	١٥	٢٠	$\overline{٢٧}$
١٦	تآزر يدين	٠٧	$\overline{١٠}$	$\overline{١٤}$	$\overline{١٨}$	١٥	$\overline{١١}$	٠٧	$\overline{١٠}$	١٤	$\overline{١٨}$	$\overline{١٥}$	١١
١٧	رأي المشرف	١٦	$\overline{١٣}$	٢٣	١٣	٢١	$\overline{٣٥}$	١٦	$\overline{١٣}$	$\overline{٢٣}$	$\overline{١٧}$	٢١	٣٥

وفيما يلي جدول حساب قيمة الارتباط الأصلي من البواقي النهائية ومن العوامل المركزية كما جاء في الخطوة ١٥ (من جـ: الانعكاس). وتتلخص هذه الطريقة في أنه لو تمكنا باستخدام البواقي بعد العامل السادس

والتشبعات على العوامل الست من الحصول على قيمة الارتباط الأصلي لدل (الارتباط الذي يقع على يسار الخلية القطرية في مصفوفة الارتباط الأولى) ذلك على دقة خطوات التحليل العاملي، وذلك إذا كان الفرق بين قيمة الارتباط الأصلي والمجموع الناتج بعد إضافة الباقي بالإشارة المعدلة لا دلالة له. وتستلزم عملية حساب قيمة الارتباط الأصلي تغيير إشارة بواقي الاختبارات التي أجرت لها الانعكاس أثناء عملية التحليل ويكون ذلك بأن تظل إشارة التشبعات التي انعكست عدداً زوجياً من المرات كما هي، أما التشبعات التي انعكست عدداً فردياً من المرات فتغير الإشارة الخاصة بها.
وبعد ذلك يتم حساب الارتباط الأصلي بضرب تشبع كل اختبارين على العوامل الستة ثم يضاف هذا الناتج على قيمة البواقي بعد العامل السادس (وهنا قيمة البواقي على يسار الخلية الخلية القطرية في مصفوفة البواقي النهائي والباقي الخاص بالعملية رقم ١٧ هو باقي اختبار ١٧٠١). وبعد ذلك يتم إيجاد الفرق بين هذا الناتج بعد إضافة البواقي إليه وبين قيمة الارتباط الأصلي.

«جدول حساب الارتباط الأصلي من البواقي النهائية»

رقم	الاختبارات	عدد الانعكاسات	البواقي	المجموع الناتج بعد إضافة الباقي	قيمة الارتباط الأصلي	الفرق
١	١، ٢	٦	,١٠٠٠٠	٠,٠٥٨١	٠,٠٥٠٠	٠,٠٠٨١-
٢	٢، ٣	٨	٠,٠٤٠٠	٠,٤٦٧٧	٠,٤٨٠٠	,٠١٢٣
٣	٣، ٤	٧	٠,٠٦٠٠	٠,١٣٥٣	٠,١٣٠٠	٠,٠٠٥٣
٤	٤، ٥	٥	٠,١٢٠٠	٠,٦٨٢٩	٠,٦٨٠٠	٠,٠٠٢٩
٥	٥، ٦	٦	٠,٨٠٠	٠,١٦٢٧	٠,١٦٠٠	٠,٠٠٢٧
٦	٦، ٧	٦	٠,٠٤٠٠	٠,١٠٨٨	٠,١٠٠٠	٠٠,٠٨٨
٧	٧، ٨	٤	٠,٠٥٠٠	٠,١٥٣٥	٠,١٥٠٠	٠,٠٠٣٥
٨	٨، ٩	٢	٠,٠٣٠٠	٠,٣٧٠١	٠,٣٧٠٠	٠,٠٠٠١
٩	٩، ١٠	١	٠,٠٩٠٠	٠,٤٧٧٠	٠,٤٨٠٠	٠,٠٠٣٠
١٠	١٠، ١١	٣	٠,٠٤٠٠	٠,١٠٩٦	٠,١١٠٠	٠,٠٠٠٤-
١١	١١، ١٢	٤	٠,٠٤٠٠	٠,٢٩٦٦	٠,٢٩٠٠	٠,٠٠٦٦
١٢	١٢، ١٣	٥	٠,٠٥٠٠	٠,١٤١-	٠,٠١٠٠	٠,٠٠٤١-
١٣	١٣، ١٤	٥	٠,٠٦٠٠	٠,٠٥١٨-	٠,٠٥٠٠	٠,٠٠١٨-
١٤	١٤، ١٥	٥	٠,٠٦٠٠	٠,١٢٣٤	٠,١٢٠٠	٠,٠٠٣٤
١٥	١٥، ١٦	٧	٠,٠٥٠٠	٠,٠٥٤٩	٠,٦٠٠	٠,٠٠٥١-
١٦	١٦، ١٧	٧	٠,٠٢٠٠	٠,٠٦٧٤-	٠,٠٦٠٠	٠,٠٠٧٤
١٧	١٧، ١	٥	٠,٠٤٠٠	٠,١٨٣٧	٠,١٨٠٠	٠,٠٠٣٧

تدوير المحاور للعوامل المركزية

Rotation of Axse

يذهب ثرستون إلى أن العوامل المركزية لا يمكن تفسيرها تفسيراً نفسياً إلا بعد إدارة المحاور بتويل نمط التشبعات إلى التركيب البسيطSimple Structure ويوجه سبيرمان النقد لهذه العملية حيث يقرر إدارة المحاور حتى تحصل على أقصى عدد من التشبعات الصفرية ينتج عنه تقسيم العامل العام إلى عدد من العوامل الصفرية عديمة الدلالة. ويؤيد سيرل بيرت سبيرمان إلا أن ثرستون دحض رأيهم بأن إدارة المحاور توصل لنفس العوامل بتحليل نفس الاختبارات في بطاريات مختلفة وتؤيد دراسات جلفورد وكوكس رأيه هذا.

ويحدد ثرستون معايير التركيب البسيط بخمس.

أولاً: لا بد أن يحتوي كل صف في التحليل على تشبع صفري على الأقل (ببساطة الاختبار).

ثانياً: يحتوي كل عمود على عدد من التشبعات الصفرية يعادل عدد العوامل على الأقل (طائفية الاختبار).

ثالثاً: إذا أخذنا أي عمودين من أعمدة التشبعات ينبغي أن يكون بهما عدد من الاختبارات التي تتلاشى تشبعاتها بأحد العاملين فقط دون أن تتلاشى تشبعاتها بالعامل الآخر معادلاً لعدد العوامل على الأقل (الاقتران البسيط).

رابعاً: بالنسبة للدراسات التي تتضمن أربعة عوامل أو أكثر فيجب أن يكون هناك عدد من المتغيرات ذات تشبعات صغيرة جداً بأي زوج من العوامل بحيث يمكن إهمالها.

خامساً: كما يجب أن يكون هناك أيضاً عدد قليل من المتغيرات مشبعة بتشبعات ذات دالة لأي زوج من العوامل. وهذه المعايير السابقة تنطبق على التدوير المائل بسهولة أكبر مما يحدث مع التدوير المتعامد.

ويورد كاتل محكات عملية التدوير على النحو الآتي بحيث تصبح كل التشبعات موجبة أو صفرية وهي تدوير المحاور لكي تتفق مع الاكتشافات السيكولوجية أو الإكلينيكية وذلك بمرور المحاور خلال تجمعات المتغيرات أو الأعراض المعروف وجودها في هذه الاكتشافات، كذلك تدوير المحاور لتتفق مع العوامل السابقة في التحليلات العاملية السابقة، ثم تدويرها لوضعها خلال مراكز التجمعات، كذلك تدوير المحاور لتتفق مع العوامل المتعامدة التي يكشف عنها بالتالي، وأخيراً تدوير المحاور لإنتاج تشبعات تتفق مع التوقعات النفسية العامة.

أ ـ التدوير المتعامد للعوامل المركزية:

يحتفظ التدوير المتعامد Orthogonal Rotation بالتعامد القائم بين العوامل الأصلية ويدل على أن معاملات ارتباط العوامل يساوي صفراً وذلك لما يتميز به عن التدوير المائل .Oblique R من استقلال أي عدم ارتباط المحاور وبساطة تناوله حسابياً وبالرسم البياني. كذلك فإن زواياه ثابتة بين المحاور ولا تختلف باختلاف العينة كما في التدوير المائل.

ب ـ المعادلة الأساسية لعملية التدوير:

تعتمد المعادلة الأساسية لعملية التدوير على جيب زاوية التدوير وجيب تمامها وذلك حسب اتجاه المحوريين كما يلي:

١ ـ إذا كان التدوير في اتجاه عقرب الساعة Clockwise Rotation تصبح معادلة التدوير:

ت ١ بالعامل الأول = ت ١ بالعامل السابق × جيب تمام زاوية التدوير + ٢ بالعامل السابقة × جيب زاوية التدوير.

ت ٢ بالعامل الثاني = ت ١ بالعامل السابق × جيب زاوية التدوير + ت ٢ بالعامل السابق × جيب تمام زاوية التدوير.

٢ ـ إذا كان التدوير في عكس عقارب الساعة Counter Clockwise Rotation تصبح معادلة التدوير.

ت ١ بالعامل الأول = ت ١ بالعامل السابق × جيب تمام زاوية التدوير + ت ٢ بالعامل السابق × جيب زاوية التدوير.

ت ٢ بالعامل الثاني = ت ١ بالعامل السابق × جيب زاوية التدوير + ت ٢ بالعامل السابق × جيب زاوية التدوير.

وتتلخص تلك المعادلة في الوضع الآتي وذلك تسهيلاً للعمليات الحسابية :

١ ـ التدوير تجاه عقرب الساعة :

ت خ ١ = ت ١ جتا (– ت ٢ جا)

ت خ ٢ = ت ٢ جتا (– ت ١ جا)

٢ ـ التدوير عكس عقرب الساعة :

ت خ ١ = ت ١ جتا (– ت ١ جا)

ت خ ٢ = ت ٢ جتا (+ ت ٢ جا).

تعليق :

في دراسة لنا عن «القدرات النفسية الحركية المتطلبة في مهنة دلفنة الصلب» أجرينا التدوير المتعامد للعوامل المركزية الست السابقة عرضها

استخدمنا ورق مربعات ملليمترات من النوع الشفاف رسم عليه محوري التدوير ثم قمنا بتجربة استخدامه في استخراج العوامل المدارة على النحو التالي بهدف الوصول إلى طريقة اقتصادية في التدوير من ناحية الوقت:

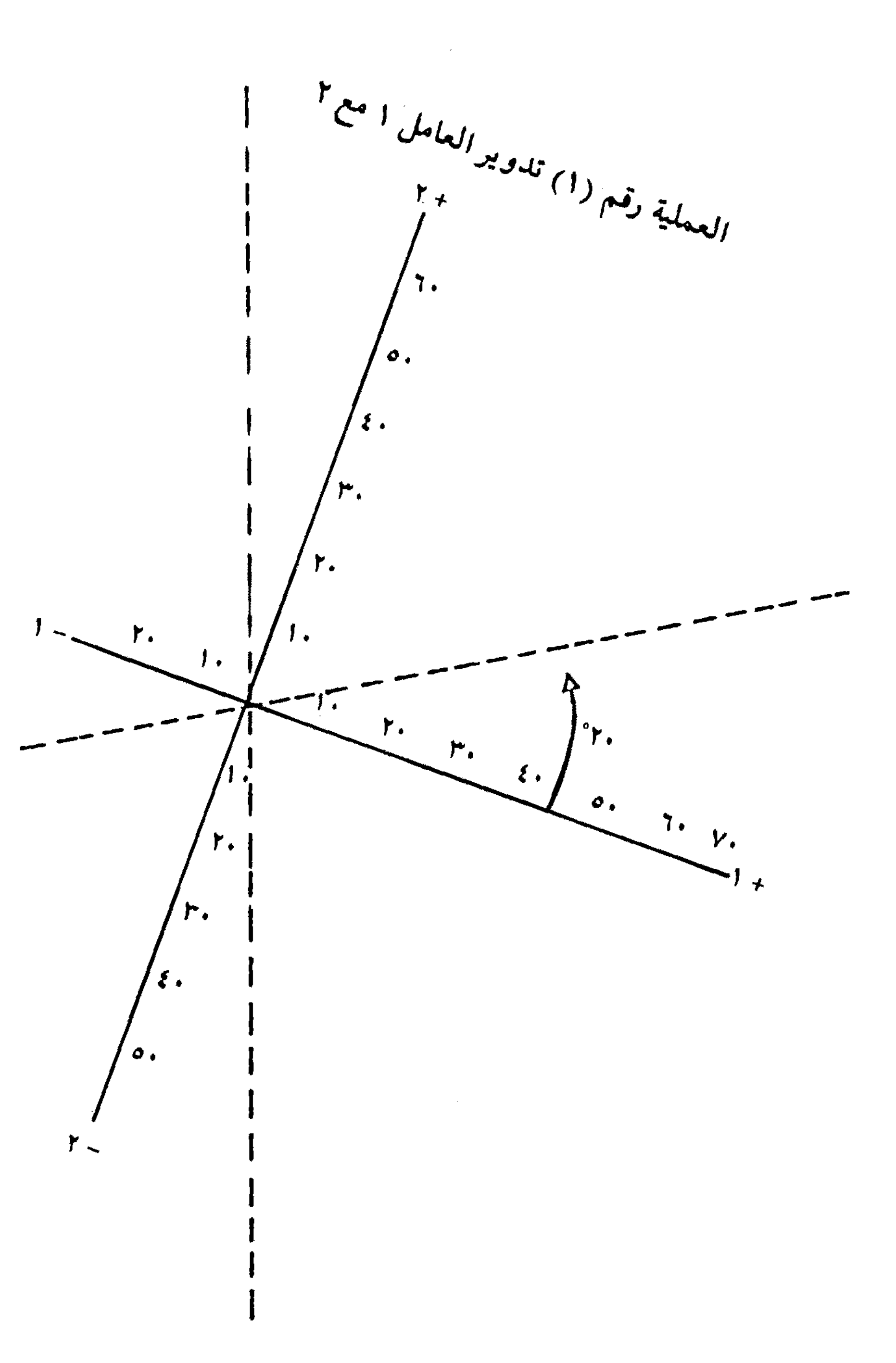
١ ـ يوضع محوري الشفاف على كل من محوري العوامل المركزية بعد وضع النقط التي تمثل عامل التدوير في كل عملية.

٢ ـ التأكد من ظهور العلامات التي تمثل الاختبارات على العاملين المراد إدارتهما.

٣ ـ إدارة ورق الشفاف بحيث يقع محوري الشفاف على مجموعة من النقط لتي تمثل الفرض الذي في ذهن الباحث.

٤ ـ يحسب تشبع العاملين الذي تم تدويرها حسب ظهور النقط في ورق الشفاف بعد إدارة محورها.

وفيما يلي مثالاً بيانياً لعملية التدوير ويمثل ذلك العملية الأولى في تدوير العوامل الست السابقة وذلك بالنسبة للعامل الأول والعامل الثاني أي تدوير ١ مع ٢. ويبين الخط المستقيم المتصل المحاور قبل التدوير كما يبين الخط المستقيم المتقطع المحاور بعد التدوير عكس اتجاه عقرب الساعة بزاوية قدرها عشرون درجة (٢٠°).


العملية رقم (١) تدوير العامل ١ مع ٢
+٢
٦٠
٥٠
٤٠
٣٠
٢٠
١٠
١-
٢٠
١٠
١٠
٢٠
٣٠
٤٠
٢٠°
٥٠
٦٠
٧٠
+١
١٠
٢٠
٣٠
٤٠
٥٠
٢-

وبعد إدارة محاور العوامل المركزية تدويراً متعامداً بالصورة السابق عرضها تم الوصول للعوامل المتعامدة الست الآتية :

رقم	الاختبارات	العامل (١)	العامل (٢)	العامل (٣)	العامل (٤)	العامل (٥)	العامل (٦)
١ -	قوة اليدين	٧	٢٤	٣٩	٠٧	$\overline{١٧}$	صفر
٢ -	مثابرة عضلية يمنى	صفر	٤٦	١٦	٢٩	٠٦	٢٤
٣ -	مثابرة عضلية يسرى	صفر	$\overline{٥٣}$	$\overline{١٩}$	٢٨	$\overline{١٩}$	٢٦
٤ -	تمييز إدراكي	٦٦	١٦	١٦	٠٧	٤٤	١٤
٥ -	تتبع مميز	٣٥	١٩	صفر	صفر	٧٦	٣٤
٦ -	تمييز علامات	٤٢	١٦	٢٨	$\overline{١٦}$	صفر	$\overline{١٩}$
٧ -	زمن رجع اختياري	١٧	٠٧	١٣	٢٦	٢٤	$\overline{١٩}$
٨ -	وضع علامات	٥٦	صفر	٠٥	٣٠	١٦	$\overline{٠٦}$
٩ -	نقر متسع	٢٦	$\overline{١٦}$	صفر	٤٨	صفر	١٩
١٠ -	زمن رجع عام	٣٠	$\overline{١٩}$	٣٦	٤٦	$\overline{١٩}$	صفر
١١ -	تتبع تصويب (١)	٥٤	صفر	٠٧	٠٧	٥٠	١٩
١٢ -	تتبع تصويب (٢)	٤٨	$\overline{٠٧}$	١٩	٢٤	٠٧	صفر
١٣ -	تصويب	١١	٤٦	صفر	١٩	١٣	٤٧
١٤ -	ثبات	٥٣	صفر	$\overline{١٦}$	صفر	صفر	صفر
١٥ -	ثبات اليد	١٦	٢٨	٣١	$\overline{١٦}$	٢٣	٤٤
١٦ -	تآزر يدين	صفر	٠٩	$\overline{١٦}$	$\overline{١٦}$	٠٧	صفر
١٧ -	مقياس التقدير	صفر	$\overline{٠٧}$	٢٨	$\overline{١٩}$	٣٧	$\overline{١٨}$

واتضح من الجدول السابق أن المعايير التي أوردها كاتل عن العوامل المتعامدة تنطبق إلى حد كبير على العوامل المتعامدة السابقة، ويتم بعد ذلك تفسير العوامل المتعامدة السابقة، ويعتبر التشبع ٠,٣٠ فما فوق هو الحد الذي لا يؤخذ دونه في الاعتبار عند التفسير. وفيما يلي العوامل الست ومسمياتها بناء على هذا الحد، وترتيب الاختبارات حسب تشبعاتها ترتيباً تنازلياً.

١ ـ العامل الأول: زمن الرجع

١ ـ التمييز الإدراكي	٠,٦٠
٢ ـ وضع علامات	٠,٥٦
٣ ـ نقر متسع	٠,٥٦
٤ ـ تتبع تصويب (١)	٠,٥٤
٥ ـ ثبات	٠,٥٣
٦ ـ تتبع تصويت (٢)	٠,٤٨
٧ ـ تمييز علامات	٠,٤٢
٨ ـ تتبع مميز	٠,٣٥
٩ ـ زمن رجع	٠,٣٠

٢ ـ العامل الثاني: المثابرة العضلية

١ ـ المثابرة العضلية اليسرى	٠,٥٣
٢ ـ المثابرة العضلية اليمنى	٠,٤٦
٣ ـ تصويب	٠,٤٦
٤ ـ قوة يدين	٠,٣٤

٣ ـ العامل الثالث: قوة الأيدي

١ ـ قوة يدين	٠,٣٩

٢ ـ ومن رجع	٠,٣٦
٣ ـ ثبات يده	٠,٣١
٤ ـ مقياس التقدير	٠,٢٧

٤ ـ **العامل الرابع**: سرعة حركة الأصابع

١ ـ نقر متسع	٠,٤٨
٢ ـ زمن رجع	٠,٤٦
٣ ـ وضع علامات	٠,٣٠

٥ ـ **العامل الخامس**: التآزر الحركي البسيط

١ ـ تتبع مميز	٠,٧٦
٢ ـ تتبع تصويب (١)	٠,٥٠
٣ ـ تمييز إدراكي	٠,٤٤
٤ ـ مقياس التقدير	٠,٢٧

٦ ـ **العامل السادس**: ثبات الذراع

١ ـ تصويب	٠,٤٧
٢ ـ ثبات يد	٠,٤٤
٣ ـ تتبع مميز	٠,٣٤

التفسير النفسي للعوامل المتعامدة

يجمع الكثيرون ممن استخدموا التحليل العاملي على أن العوامل التي تنشأ في تجربة من التجارب تكون متعلقة بالاختلافات الواضحة في التعليم والخبرة والوضع الثقافي لعينة التجربة، ليس ذلك فقط بل ذهب ثرستون إلى أن الأعمار المختلفة ـ لأفراد العينة تظهر تشبعات عاملية مختلفة على نفس الاختبارات، كذلك ذهب وودرو إلى أن التدريب يلعب نفس الدور.

ويذهب جلفورد إلى أن العوامل تعتمد على الظروف المحيطة بمصدر البيانات والتي يعتمد عليها التحليل وبعض هذه الظروف يرتبط بطبيعة العينة والبعض الآخر يرتبط بطبيعة الاختبارات ومحتوياتها كمستوى صعوبة الاختبار والذي عادة ما يكون نسبياً بالنسبة للعينة المختبرة، كذلك زمن الاختبار. وعلى هذا وقبل أن نستطرد في مناقشة العوامل المركزية التي استخلصناها وتفسيرها لا بد أن نناقش ذلك في ضوء مواصفات عينة التجربة التي نحن بصددها على اعتبار أن العوامل التي استخلصناها في تجربتنا تعتبر نتيجة للعينة بتلك المواصفات، بحيث أثرت في تركيب العوامل بالشكل التي آلت إليه في نهاية الأمر. وسنتكلم فيما يلي عن بعض هذه المحددات التي تؤثر في العوامل.

١ ـ الطبقة:

وأول هذه النواحي الطبقة التي ينتمي إليها الشخص في البحث، وقد وجه سبيرمان (١٩٢٧) الأنظار إلى الفروق الجماعية في النماذج العاملية بقوله «ثمة أمر هام على تشبع القدرة بالعامل يبدو أنه الطبقة التي ينتمي إليها الشخص في البحث. قد وجد مصطفى سويف فروقاً جوهرية في مستوى الاستجابة بين المصريين والإنجليز كما أمكنه في تلك الدراسة من استخلاص عامل ثالث جديد، ويتبين لنا ذلك في مثالنا السابق، الأمر الذي لا يمكن إهماله.

٢ ـ العمر:

وثاني هذه النواحي العمر إذ تشير البحوث إلى أن القدرات تصبح فعلاً أكثر تخصصاً كلما تقدم الطفل في العمر، فبين أطفال الحضانة تبين أن العامل العام كبير نسبياً والعوامل الطائفية أقل أهمية، وقد تبينت هذه النتائج في تقنين مقياس وكسلر بلفيو (أثر تغير العمر في النمط العاملي بين الكبار)

فقد متوسط معاملات الارتباط في الاختبارات الداخلية في هذا المقياس بانتظام من مجموعة أعمار التسع سنوات إلى مجموعة أعمار ٢٥ ـ ٢٩ وهي بهذا تتفق مع نتائج الدراسات الأخرى إلا أنه في مجموعة الأعمار ٣٥ ـ ٤٤ ارتفع متوسط معاملات الارتباط إلى ٠,٣١ وفي مجموعة ٥٠ ـ ٥٩ ارتفع ثانياً إلى ٠,٤٣ وهي بهذا تتفق مع نتائج الدراسات الأخرى. إلا أنه في مجموعة الأعمار ٥٠ ـ ٥٩ ارتفع ثانياً إلى ٠,٤٣، وبهذا فقد قدم التحليل دليلاً على وجود عامل عام يتدخل في اختبارات مجموعة التسع سنوات وفي مجموعة ٥٠ ـ ٥٩ بينما في الأعمار المتوسطة كانت العوامل الطائفية تلعب الدور الأساسي وفي بحثنا نجد أن الأعمار تتراوح بين ١٨ ـ ٣٣ عاماً بمتوسط عمر ٢٧,٤٥ وانحراف معياري ٤,٤٤ وبهذا نستطيع أن نرى أن متوسط معاملات الارتباط الذي وصل إلى ٠,٠٩٥ ينبثق تماماً عن الخصوصية التي يتم الأداء في هذه السنة.

٣ ـ التعليم :

يلعب مستوى التعليم دوراً لا بأس به في التركيب العاملي، فقد كتب طومسون عند مناقشته للتطورات الأخيرة في نظريته الخاصة بالعينات ما يأتي «. . . يمكن ملاحظة قبل عام في التقارير التجريبية ما يؤيد أن البطاريات لا يتسنى شرحها بعدد قليل من العوامل في الكبار كما هو في الأطفال، وقد يكون ذلك بسبب أن تعليم الكبار ومهنتهم قد فرضوا تركيب معيناً على عقولهم لا يوجد لدى الصغار وبعض هذا التركيب فطري دون شك إلا أن أكثره يحتمل أن يكون راجعاً إلى البيئة والتعليم والحياة». وفي بيانات وكسلر بلفيو كانت التغيرات في أنماط العوامل بين الأشخاص الأكبر سناً موازية تماماً للفروق التعليمية بمجموعة الأعمار ٢٢ ـ ٢٩ تبدو أكثر تخصصاً في القدرات كما أبدت نفس هذه الملاحظة المجموعة ذات التعليم الثانوي بينما أبدت المجموعة التي تراوحت أعمارها بين ٣٥ ـ ٤٤ والتي تراوح

مستوى تعليمها بين المرحلة السادسة إلى السنة الأولى من التعليم الثانوي تخصصاً أقل في القدرات وأما المجموعة الأكبر سناً والتي أبدت أقل قدر من التخصص فقد تراوح مستوى تعليمها بين المرحلة الخامسة والثامنة إلا أنه في بحثنا من المحتمل إلى حد كبير ألا يتفق مع وجهة النظر السابقة والتي تتلخص في أنه في كل من العمر المتوسط والذي يوازيه في التعليم مرحلة معينة مناسبة تشير الارتباطات بين أداء أفراد المجموعة على اختبارات إلى تخصص أعلى إذ لم يتفق عمر عينة البحث مع مستوى تعليمها كما في بحوث وكسلر إذا لم يصحب عمر أفراد العينة والذي يتراوح بين ١٨ ـ ٣٣ ارتفاع في مستوى التعليم وذلك لأن اختيار العينة تم على أساس طبقي عشوائي أي بالنسبة لفئات وظيفية معينة يعمل أفرادها دون غيرهم في خط الإنتاج بمهنة الدلفنة كما أن المستوى التعليمي تراوح بين القراءة والكتابة والإعدادية العامة والثانوية العامة والصناعية ومساوى التعليم بهذه الصورة يلعب دوراً له وزنه في العوامل المستخلصة.

٤ ـ الخبرة:

والحقيقة أن الخبرة باعتبارها تمثل المدى الذي وصل إليه الفرد من اكتسابه للمهارات المختلفة ـ تلعب نفس الدور الذي يلعبه كل من التعليم والجرة فقد وجد بين جماعات الرجال الكبار أن معاملات الارتباط بينب كل اختبارين من ثلاثة اختبارات للمهارة اليدوية دائماً أعلى لدى العمال في الأعمال التكرارية الروتينية عنها بين الكتبة أو العمال المهرة. إذ بلغ بين العمال العاديين ٤١, ٠ وبين الكتبة ٢٦, ٠ وبين العمال المهرة ٢٥, ٠، وهذا يوضح دور الجرة التي تكتسب أثناء التدريب أو الأداء الواقعي ولقد تراوحت خبرة العينة في تجربتنا بين سنة وسبع سنوات بمتوسط حسابي ٥٦,١٦ شهراً وانحراف معياري ٢٥,٢ شهراً والانحراف المعياري يعطينا فكرة عن مدى

التشتت في الخبرة بين أفراد العينة والذي يلعب دوره في التنظيم العاملي للاختبارات .

٥ ـ التدريب :

وجد وودرو Woodrow كما سبق أن بينا تغيرات ملحوظة في تشبعات الاختبارات بالعوامل بعد تدريب طويل . ولم تكن هذه التغيرات ناتجة عن اعتماد الدرجات على السرعة أو على القدرة العامة بعد التدريب كما كان متوقعاً. وقد حدثت تغيرات معينة في التكوين العاملي لأغلب الاختبارات أثناء التدريب دون أي دليل على زيادة دور السرعة أو القدرة العامة أو وجود عامل عام للتعلم وبالنسبة لعينة البحث فقد قصرت معلوماتنا عن أن تتزود بمعلومات خاصة عن من حصل منهم على برامج تدريبية ومن لم يتدرب وما هي هذه البرامج التي التحق بها البعض ، والتي تفيدنا إلى حد كبير في تفسير العوامل .

المراجع

أولاً : المراجع العربية

١ ـ د. السيد محمد خيري ـ الإحصاء في البحوث النفسية والتربوية الاجتماعية النهضة العربية ـ ١٩٧٠ .

٢ ـ د. فؤاد البهي السيد علم النفس الإحصائي وقياس العقل البشري ـ دار الفكر العربي ـ ١٩٧١ .

٣ ـ د. فؤاد البهي السيد ـ الجداول الإحصائية لعلم النفس والعلوم الإنسانية الأخرى ـ دار الفكر العربي ـ ١٩٥٨ .

٤ ـ فان دالين ـ تأليف ـ محمد نبيل نوفل وسليمان الخضري الشيخ وطلعت منصور غبريال ـ ترجمة ـ سيد أحمد عثمان ـ مراجعة ـ مناهج البحث في التربية وعلم النفس ـ الأنجلو المصرية ـ ١٩٦٩ .

٥ ـ محمود السيد أبو النيل ـ دراسة تجريبية للقدرات النفسية الحركية المتطلبة في مهنة دلفنة الصلب ـ رسالة ماجستير غير منشورة مقدمة بكلية الآداب جامعة عين شمس تحت إشراف الأستاذ الدكتور السيد محمد خيري عام ١٩٦٩ .

٦ ـ محمود السيد أبو النيل ـ اختبار الشخصية الإسقاطي الجمعي ـ كتيب التعليمات ـ مطبعة دار التأليف بالمالية ـ ١٩٧٥ .

٧ ـ محمود السيد أبو النيل ـ اختبار الشخصية الإسقاطي الجمعي ـ دراسة

محلية للثبات والصدق والفروق بين الجنسين ـ مطبعة دار التأليف بالمالية ـ ١٩٧٦.

٨ ـ محرم وهبي محمود ـ النظرية الإحصائية وتطبيقاتها ـ الجزء الخامس: تحليل التباين والتغاير ـ معهد التخطيط القومي ١٩٧١.

ثانياً: المراجع الأجنبية

1. Garrett, E., Henry and Woodworth, R. s., Statistic in Psychology and Education, Vakils Folfer and Simons Private Lto, 1967.
2. Anne Anastasia, Psychological Testing, The Macmillan, Comp., New York, 1961.
3. Fleishman, E. A., Testing for Psychomotor Abilities by means of Apparatus Tests, Psychological Bulletin, 50, 1953.
4. Eysenck, H. J., Handbook of Abnormal Psychology, Basic Books, Inc., N. W., 1960.
5. Garett, E., Henry, Great Experiment in Psychology, Appelton, Century Crafts, 1957.
6. Guilford, J. P., Personality, McGraw-Hill. Book Comp., New York, 1959.
7. Guilford, J. P., Psychometric Methods, McGraw-Hill. Book Comp., New York, 1954.
8. Nunally, Tests and Measurement, McGraw-Hill. Book Comp., New York, 1954.
9. Vernon, Philip, E., The Structure of Human Abulities, London, Methuen, 1955.
10. Spearman, Human Ability, Wynn Jones, 1948.
11. Fruchter, Benjamin, Introduction to Factor Analysis, Van Nostrand Comp., 1964.
12. Runyon and Hobor Fundamental of Behavioral SEtatistics, Addison-Wesley Publishing Comp., London, 1973.
13. Cassel R., N., and Kahn, T. C., The Group Personality Projective Test (GPPT), Psychological Reports, Monograph Supplement, 1-VB, 1961, p. 23.

فهـــرس

الجزء الثاني

الإحصاء التطبيقي

الجزء الثالث

الإحصاء المتقدم

